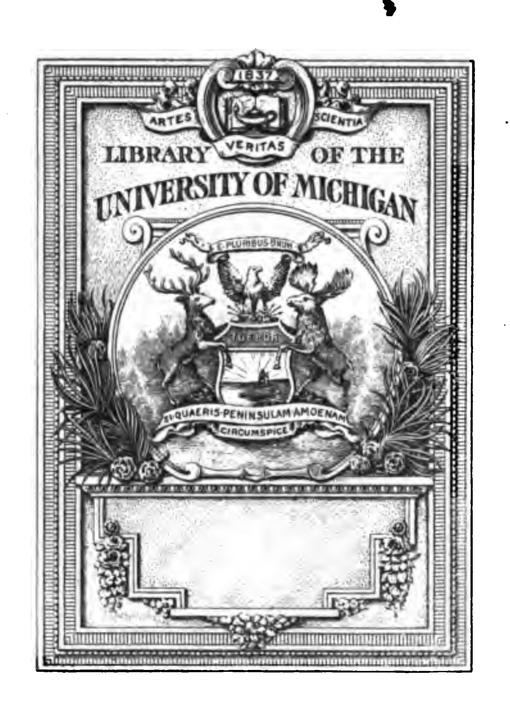
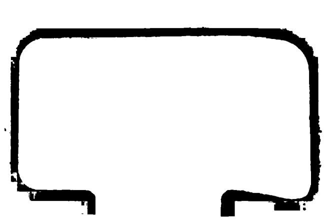

1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE





Zeitschrift

für

mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Ein Organ für Methodik, Bildungsgehalt und Organisation der exacten Unterrichtsfächer an Gymnasien, Realschulen, Lehrerseminarien und höheren Bürgerschulen.

(Zugleich Organ der mathematisch-naturwissenschaftlich-didactischen Sectionen der Philologen-, Naturforscher- und allgemeinen deutschen Lehrer-Versammlung.)

Unter Mitwirkung von Fachlehrern herausgegeben

von

J. C. V. Hoffmann.



Vierter Jahrgang.

Leipzig,

Druck und Verlag von B. G. Teubner.

1873.

Inhaltsverzeichniss des 4. Bandes.

Seite

I. Abhandlungen und kleinere Mittheilungen:

A) Organisation des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

B) Specielle Methodik der mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächer.

1) Mathematik.

a) Allgemeines:

*) Abkürzungen: A. = Abhandlung oder (grösserer) Aufsatz.
K. M. = Kleine Mittheilung.
P. Z. = Pädagogische Zeitung.

*) Der Buchstabe in () bedeutet den Namen des Recensenten. S. die Abkürzungen der Namen der Mitarbeiter am Schlusse dieses Inhalts-Verz. H. bedeutet Herausgeber.

Seite

III. Pädagogische Zeitung (Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften, Schulgesetzgebung, Schulstatistik, u. dgl. m.).

A) Berichte.

B) Schulwesen.

C) Repertorium neuer Entdeckungen, Erfindungen und Beobachtungen.

D) Bekanntmachungen (Auszeichnungen, Nekrologe etc.) und Aufforderungen.

Figurenverzeichniss.

Figuren auf Tafeln.

*) Diese Tafel ist fälschlich mit „Tafel 3" bezeichnet.

Alphabetisches Verzeichniss der Mitarbeiter an diesem Bande (nebst den gebrauchten Abkürzungen).

Name	Abkürz.	Wohnort	Name	Abkürz.	Wohnort
Ackermann	A.	Hersfeld	Kappes	Ka.	Donaueschingen
Affolter	Af.	Solothurn	Kiessling	Ki.	Hamburg
Becker	B.	(Schaffh.) Mannheim	Krebs	Kr.	Wiesbaden
Binder	Bi.	Schönthal(Würtemb.)	Krumme	Krm.	Remscheid
Bödecker	Bö.	Göttingen	Kudelka	Ku.	Linz
Bopp	Bp.	Stuttgart	Landois	L.	Münster
Brockmann	Br.	Cleve	Masing	M.	Moskau
Butz	Butz	Elbing	Müller	Mü.	Freiburg i/B.
Dickstein	Dk.	Warschau	Pick	P.	Oberdöbling b. Wien
Diekmanu	Dkm.	Wesel	Plagge	Pl.	Essen a/R.
Engelhardt	Er.	Dresden	Reidt	R.	Hamm
Erler	E.	Züllichau	Rothe	Ro.	Wien
Fahle	Fa.	Neustadt (West-Pr.)	Scherling	Sch.	Lübeck
Fischer	F.	Hannover	Schwarz	Schw.	Gumbinnen
Frischauf	Fr.	Gratz	Schröder	Schr.	Ansbach
Fresenius	Fre.	Frankfurt a/M.	Sickenberger	Si.	München
Funke	Fu.	Altona	Wagner	W.	Gotha
Hellmich †	Hl.	Ravitsch (Posen)	Wiesner	Wi.	Wien
Kober	K.	Grimma	Zerlang	Z.	Witten a/R.

Ueber den naturwissenschaftlichen Unterricht auf den Gymnasien.

Von Prof. Fahle in Neustadt (Westpreussen).

Die ersten drei Hefte des Jahrganges I dieser Zeitschrift brachten nacheinander von den Herren Prof. Buchbinder, Dr. Fresenius und J. Kober Erörterungen über den naturwissenschaftlichen Unterricht, die nach mehr als einer Seite hin Beachtung verdienten. Ich greife gerade jetzt den Gegenstand von Neuem auf, weil der Wechsel in der Leitung des preuss. Unterrichtsministeriums auch für ihn bessere Zeiten als bisher oder mindestens Rückkehr zu der Schulordnung vor 1856 erwarten lässt, zumal der Kampf der Realschulen erster Ordnung gegen die starre Gelehrtenschule um weitere Anerkennung und Berechtigung lebhaft fortgeführt wird, sodann aber, weil ich seit zwei Jahrzehnten für die Ansicht gewirkt habe, die in der preuss. Schulmännerversammlung vom Jahre 1848 in Berlin *per maius* und *per maiora* adoptirt wurde, die Ansicht nämlich, dass das Gymnasium unter geringer Beschränkung der altklassischen Bildungsmomente auch dem modernen Leben Rechnung tragen müsse, dass es aufhöre, statt wahre und deshalb auch nationale Bildung zu erzielen, einer meist unfruchtbaren Gelehrsamkeit zu dienen, dass es die berechtigten Forderungen des heutigen Lebens nicht abweise und dadurch auf Abwege zwinge, die leider in der Gründung verschiedener Arten von Realschulen zu Tage getreten sind und geistige und materielle Mittel mehr als billig absorbirt haben. Die Schulordnung resp. der Normallehrplan vom Jahre 1856 beseitigte den Unterricht in der Naturgeschichte auf der Gymnasialquarta, sie schränkte den der Physik in Secunda auf eine Stunde ein, trug der Chemie gar keine

Rechnung und überliess es dem Zufalle, ob der Lehrer der Mathematik auch noch die wichtigsten Punkte der mathem. Geographie berücksichtigen wolle. Ja noch mehr! Selbst in Sexta und Quinta sollte nur dann die Naturgeschichte gelehrt werden, wenn sich ein guter Fachlehrer fände, und an drei der vier katholischen Gymnasien Westpreussens wurde es gestattet, diesen Unterricht in Sexta und Quinta zu Gunsten des Polnischen ganz zu beseitigen. Dass bei diesen Anordnungen weder pädagogische noch wissenschaftliche Rücksichten massgebend gewesen, liegt auf der Hand; man hat einen Gegenstand, der unbequem erschien, fallen lassen, zwar nicht ganz, denn das würde zu viel Aufsehen erregt haben, aber doch so, dass die Fristung seiner Existenz in blossen Schein sich umkehrte.

Heute habe ich die Hoffnung, dass die Forderungen der gebildeten Mehrheit unseres Volkes, die den Fortfall des lateinischen Aufsatzes und des griechischen Scriptums sowie die damit verbundenen Modificationen dieser Fächer überhaupt betreffen, zumal da die wahrhaft gebildeten Philologen selbst denselben zustimmen, nicht mehr allzu lange Zeit unerhört bleiben werden. Dann werden die jetzigen Realschulen erster Ordnung sich von selbst in Gymnasien umwandeln, die nun alle sammt und sonders auf dem Grunde antiker und moderner geistiger Nahrung eine nationale Bildung anstreben und ermöglichen können. — Für den nun zu entwickelnden Lehrplan des naturwissenschaftlichen Unterrichts setze ich einen neunjährigen Gymnasialcursus voraus und 2 Stunden wöchentlich in jedem Jahrgange. Die drei letzten Jahre verbleiben der Physik und in ihr ein kleiner Zeitraum der mathematischen Geographie; in den 4 ersten Jahren gehören Sommer und Winter der Zoologie und Botanik an, in den beiden folgenden der Winter der Chemie und Mineralogie, der Sommer wieder der Zoologie und Botanik. Die volle Trennung der einzelnen Jahreskurse wird nach der Ansicht mancher Collegen, namentlich in kleinern Anstalten, sich nicht durchführen lassen, ich entgegne indess, dass dieser Einwand zum Theil nicht gemacht werden darf, da die leidigen Combinationen verschiedener Schülerjahrgänge nur in Sparsamkeitsrücksichten ihren Grund haben, die bei einer würdigen Ausstattung unserer höhern Lehranstalten nicht mehr massgebend sein dürfen, zum Theil aber in Rücksichtslosigkeiten der dirigi-

renden Männer und Behörden, die gewohnheitsmässig bei den Lehrfächern mit wenigen Stunden zu Tage treten. In letzter Beziehung nimmt man in der That geringen pädagogischen Takt wahr. Wenn Geographie oder Naturgeschichte oder Physik als Unterrichtsgegenstände noch Combinationen zu erleiden haben, so wird offenbar die ganze Stundenzahl, die ihnen gewährt worden ist, mindestens noch um ein volles Drittel herabgedrückt, wohingegen Combinationen lateinischer oder griechischer Autoren um so eher zulässig erscheinen dürften, eher wenigstens als in den vorher genannten Fächern, als sie zum Theil mit einem Uebermass von Stunden bedacht sind, und was weit wichtiger ist, der Auffassungskraft zweier Schülerjahrgänge nach Urtheilskraft dieser und nach Vertheilung des Lehrstoffes keine grosse Schwierigkeiten bereiten. Auf der andern Seite ist wohl ins Auge zu fassen, dass die Ziele des naturwissenschaftlichen Unterrichts nicht zu hoch gesteckt werden; unsere Gymnasien haben immer nur eine Einführung in diese den Fleiss und die Denkkraft gleich sehr in Anspruch nehmenden Wissenschaften zu erstreben, also eine Einführung, die vielleicht sich dadurch charakterisiren lässt, dass man für sie die Befähigung hinstellt, umfangreicheren Lehrbüchern nahe treten zu können. Dieses Mass wird, wie es mir wenigstens nach vielen Programmen erscheinen will, auf manchen heutigen Realschulen erster Ordnung nicht unbedeutend überschritten, und es dürfte nach den bekannten Universitätsgutachten, die doch auch nicht ins Blinde hineingeredet haben werden, obgleich manche Aeusserung daselbst fast komisch berührt, kaum zweifelhaft sein, dass nicht immer die betreffenden Erfolge der aufgewandten Mühe entsprechen.

Da man ferner heutzutage keinen Widerspruch mehr erhebt, wenn man die Naturwissenschaften auch als Unterrichtsstoff für die Elementar- und Volksschulen festhält, so gebührt die erste Rücksicht der Frage, wie sich die drei Unterrichtsstufen, die Volksschule, das Gymnasium, die Universität in Bezug auf dieselben abgrenzen. Ich verzichte auf alle Controversen, namentlich auf die veraltete Ansicht Kapp's in seinem „Der wissenschaftliche Schulunterricht als ein Ganzes," nach welcher etwa Aristoteles, Linné und Cuvier mit seinen Nachfolgern das Mass des an die Schüler zu überliefernden Stoffes

auf diesen 3 Stufen kennzeichnen sollen, und präcisire meine eigne Ansicht dahin, dass allgemein naturwissenschaftliche Fragen auf der Volksschule durch die Betrachtung der Hausthiere, der Fruchtbäume und Getreidearten, der Garten- und Küchengewächse, der wichtigsten Metalle, des Kalkes und des Kiesels und der einfachsten meteorologischen Erscheinungen erledigt werden müssen, dass auf den Gymnasien das Substrat dieses Wissens sich auf alle Naturprodukte der nächsten Umgebung des Gymnasialortes, der nicht selten eine naturhistorische Provinz darstellen wird, zu erstrecken hat, während endlich die Universität die Produkte und Erscheinungen aller Zonen in den Kreis ihrer Kenntnissnahme ziehen muss.

Für die ferneren Erörterungen mag nun Zoologie und Botanik zuerst behandelt werden, während die Physik ganz übergangen werden soll, auch kann die Besprechung an diesem Orte nur die Gymnasial-Anstalten berühren wollen. Der zoologische und botanische Unterricht theilt sich naturgemäss in drei Abtheilungen, in eine propädeutische, in eine zweite zur Erlernung der Gattungen und Arten und eine dritte für vergleichende anatomische und physiologische Deductionen. Diese Trilogie umfasst nicht nur das ganze Gebiet, sondern jede folgende basirt auch auf der vorhergehenden als seiner nothwendigen Voraussetzung. Nichts will mir nämlich unzweckmässiger erscheinen, als wenn selbst nach vorangehenden biographischen Beschreibungen von Einzelwesen, nun die Reiche, Classen, Familien etc. der Reihe nach dahin abgehandelt werden, dass erst der allgemeine Theil über Körperbau, über die Organe und ihre Functionen und über die sonstigen Lebensbedingungen dem speciellen über die einzelnen Gattungen unb Arten vorhergeht. Das ist kaum in Compendien und Lehrbüchern erlaubt, niemals aber beim Unterricht in der Schule selbst, weil dadurch weder der Begriff des Lebens und Seins in der Natur, noch auch die Stellung des Einzelwesens richtig erkannt werden kann. Gedanken soll der Schüler auch in der Naturgeschichte und vielleicht in ihr erst recht gewinnen, zur Gedankengewinnung angeleitet werden. Dazu ist zunächst die empirische und dann die denkende Erfassung des Stoffes erforderlich, letztere aber will Zusammenhang und Vergleichung des ganzen Gebietes.

Der propädeutische Unterricht in der Zoologie gibt exacte Beschreibungen bestimmter Individuen aus den wichtigsten Familien der Knochen- und Gliederthiere, vielleicht auch der Weinbergsschnecke, der Malermuschel und des grünen Armpolypen in vorgezeichneten Rahmen und Mustern, die aus dem Leitfaden entnommen werden. In diesen Beschreibungen darf niemals ein naturhistorischer Terminus eher gebraucht werden, ehe seine Entwicklung gegeben ist, später unterbleibt die Entwicklung und der Begriff reicht allein aus. So heisst es bei der Hauskatze: „Ihre Zähne sind, weil sie auf Fleischnahrung angewiesen ist, alle zum Zerreissen und Festhalten des Fleisches eingerichtet. Sie hat kleine kegelförmige Vorderzähne, längere ebenso geformte und hervorragende Eckzähne, endlich höckerförmige Backenzähne; der letzte Backenzahn im Unterkiefer hat mehr Höcker, ist von ausgezeichneter Grösse und heisst der Reisszahn. Die Zahnformel ist $\frac{6}{6}$ Vorderzähne, $\frac{1|1}{1|1}$ Eckzähne und $\frac{4|4}{3|3}$ Backenzähne. Die Katze hat Raubthiergebiss und der letzte Backenzahn im Unterkiefer ist der Reisszahn.“ Wird nun etwa die Beschreibung des Hundes verlangt, so hat der Schüler an der ähnlichen Stelle blos anzuführen: „Der Hund hat Raubthiergebiss, und der drittletzte Backenzahn im Unterkiefer ist der Reisszahn.“ Implicite ist hierdurch schon angeführt, dass die Beschreibungen nach und nach die Begriffe des Individuums, der Art, Gattung, Familie u. s. w. entwickeln müssen, und endlich wird ihnen die Aufgabe zu stellen sein, vorzugsweise äusere Merkmale als charakteristische Zeichen innerer Verschiedenheiten aufzufinden und die Lebensweise des Thieres möglichst genau zu fixiren. Dass man endlich noch auf verwandte Säugethiere und Vögel, die nicht in den Bereich der naturhistorischen Provinz des Wohnortes gehören, hinweisen kann, ist zulässig wenn auch nicht nothwendig, jedenfalls aber bei andern Thierklassen als den genannten durchaus zu verwerfen. Abbildungen gebrauche man ebenfalls nicht, der Schüler ist auf dieser Stufe noch nicht hinlänglich entwickelt, um aus denselben richtige Anschauungen und Begriffe zu entnehmen, selbst wenn sie ganz correct wären, was wohl selten der Fall ist. Zu den Beschreibungen wählt man bei Säugethieren und Vögeln bekannte Hausthiere, bei Fischen und Amphibien sind

wo möglich, bei Gliederthieren stets lebendige Exemplare von den Schülern in die Klasse mitzubringen.

In der Botanik ist beim propädeutischen Unterrichte derselbe Gang einzuschlagen, nur tritt von vorn herein ein empirisches Kennenlernen aller phan. Pflanzen der betreff. Flora hinzu, welches dadurch erzielt wird, dass verschiedene Schüler zu jeder Stunde durchschnittlich etwa 10 verschiedene Pflanzenarten mitbringen müssen; der Lehrer gibt von jeder den Namen und die wichtigsten Eigenschaften an und lässt sie die Reihe der Schüler passiren, die nun, weil die Pflanze in mehreren Stunden wiederkehren wird, ohne Mühe Namen und Habitus der Pflanze leicht behalten. Dass grössere Käfer uud Schmetterlinge ebenfalls in der Stunde vorgezeigt werden, hat keine Schwierigkeit, wenn der Lehrer seines Faches hinlänglich Herr ist, eine Forderung, die schon deshalb erfüllt sein muss, damit nicht mit etwaigen Bestimmungen zu viel Zeit verloren gehe. Dieses empirische Kennenlernen kann in allen Sommersemestern neben dem botanischen Unterrichte fortgesetzt werden, die Schüler haben dadurch für ihren Aufenthalt in der freien Natur bestimmte Ziele, auf die sie ihre Gedanken richten können, und lernen allmälig schärfer und schärfer die sie umgebenden Dinge beobachten. Im Winter habe ich diese Richtung des Unterrichts stets unterdrückt. Der Schüler muss in dieser Jahreszeit mehr den sprachlichen und geschichtlichen Studien obliegen, sein Ausgehen beschränkt sich auf kurze Spaziergänge neben Schlittschuhlaufen und Turnen, es kann höchstens der Lehrer an seine Stelle treten, und Selbstgesuchtes und Gefundenes in der Klasse vorzeigen. Dass der Schüler sich systematische Sammlungen anlege, ist nicht meine Ansicht; dieselben erfordern, wenn sie irgend einen ordentlichen Zweck erreichen sollen, zu viel Zeit, zu viel Raum und auch zu viel Geld; die angedeutete Art des Unterrichts ersetzt das Sammeln der Schüler hinreichend, abgesehen davon, dass letzteres nicht selten den Zerstörungstrieb der Knaben unterstützt. Auch auf naturhistorische Sammlungen der Anstalt gebe ich wenig, die freie Natur soll und muss das Naturaliencabinet der Schüler sein. Höchstens lege man eine Käfer- und Schmetterlingssammlung an, sammle die wenigen Fische und Amphibien, welche bei uns vorkommen, in Spiritusgläsern, stecke einige Spinnen und Krebse

zusammen, lasse aber ausgestopfte Vögel und Säugethiere weg, sondern ersetze dieselben durch Nachbildungen aus *papier mâché*. Oft genug haben Anstalten prächtige Sammlungen beschafft, aber nur kurze Zeit sich erhalten, weil die Sorgfalt des Directors und Fachlehrers nicht ausreichte oder aber weil beiden nicht die erforderliche Zeit, die nicht zu gering anzuschlagen sein dürfte, vergönnt war. Wo reichhaltige und wohlangelegte Sammlungen erhalten werden können, da wollen wir sie nicht verbannen, es wird nur behauptet, dass sie für den Gymnasialunterricht nicht absolut nothwendig sind.

Mit den letzten Bemerkungen bin ich nun schon zu dem weitern naturhistorischen Unterrichte in Zoologie und Botanik vorgedrungen, der in der zweiten Stufe Gattungskunde und Artenkenntniss zu erzielen hat. Für diesen Zweck verlange ich im Leitfaden analytische Tabellen der Ordnungen, Familien, Gattungen und Arten aller in der naturhistorischen Provinz des Schülers vorkommenden Thiere und Pflanzen. Weiter nichts; denn was sonst bei der Aufzählung der einzelnen Gattungen und Arten in den Compendien beigegeben zu werden pflegt, soll der Lehrer in seinem Vortrage mündlich vor dem Schüler entwickeln. Neben diesen Vorträgen aber muss das Hauptaugenmerk des Lehrers darauf gerichtet sein, die Schüler bestimmen zu lehren und sie anzuleiten, aus den analytischen Tabellen selbst sich die Diagnosen der Gattungen und Arten zusammenzustellen. Wenn das in gehöriger Weise bewirkt wird, so dürften die Entgegnungen Kober's (s. den erwähnten Aufsatz in dieser Ztschr.) gegen die Methode Leunis's erledigt sein. Als ich noch in Westfalen in der Naturgeschichte unterrichtete, habe ich lange vor Erscheinen der Leunis'chen Compendien — eine der ersten Recensionen über dieselben ist von mir in den Jahn'schen Jahrbüchern abgedruckt — den Weg dieses Gelehrten eingeschlagen und schon damals den Abriss eines noch knappern Leitfadens als den genannten, weil speciell nur für die Lehranstalten des westfälischen Sauerlandes eingerichtet, entworfen. Seit der Zeit ist meine Wirksamkeit andern Lehrfächern an einem weit entlegenen Orte zugetheilt worden, aber noch heute beim Wiederanblick des alten Manuscriptes freue ich mich, dass der Hildesheimer College den auch von mir getheilten Gedanken in so vorzüglicher Weise hat zur That werden lassen,

Wir haben gewiss eine Menge von vorzüglichen botanischen Werken, ob sie aber das geleistet haben, was der alte Curié, ist sehr die Frage, wenn man bedenkt, wie viele Studirende, Freunde und Liebhaber der Botanik mit ihm das ganze nördliche und mittlere Deutschland durchwandert, und stets selbst in zweifelhaften Fällen durch ihn eher zum Ziele gelangt sind, als durch sogenannte wissenschaftliche Werke. Denn die Lamark'-sche Methode ist nicht unwissenschaftlich, sie führt auf einem zwar breiten Wege mehr als jede andere Weise zur vollständigen Aufführung aller dogmatischen Merkmale und deshalb nicht zu einem künstlichen sondern vielmehr zu einem natürlichen Systeme. Dass Curié namentlich in den ältern Ausgaben vorzugsweise auf äussere Merkmale Rücksicht nimmt, ist durchaus in der Ordnung, denn auch diese sind nicht unwissenschaftlich, da eine äussere Verschiedenheit eine innere voraussetzen lässt, und ohne diese jene nicht vorhanden wäre. Linné's Diagnose des Hundes „*cauda sinistrorsum recurvata*“ ist auch noch heutzutage in mehr als einer Beziehung zu beachten. Gerade auf die Unterscheidungen durch äussere Merkmale lege ich in der Gattungs- und Artenkunde, die Gymnasiasten zu Theil werden soll, vorzügliches Gewicht, da für zu Unterrichtende dieser Kategorie, was eigene Arbeit verlangt, über den Gebrauch der Compendien nicht hinausgegangen werden darf oder kann.

Wenn der propädeutische Gymnasialunterricht in der Naturgeschichte keine gemeinschaftlichen Excursionen verlangte, so treten diese der zweiten Stufe des Schulunterrichtes ergänzend zur Seite, vielleicht erst von Quarta ab, dann aber regelmässig alle 8 Tage in je zwei Abtheilungen, Quarta mit Untertertia, und Obertertia mit Untersecunda, so dass jede Abtheilung in je 14 Tagen eine Excursion hat. Ich will mich über die Pädagogik dieser Ausflüge nicht weiter verbreiten, den Rath aber möchte ich ertheilen, dass nur ein Lehrer sie veranstalte, welcher seine Schüler vollständig in seiner Gewalt hat, entgegengesetzten Falles unterlasse er sie lieber und begnüge sich mit dem Mitbringen von frischen Thier- und Pflanzenexemplaren in die Klasse.

Die dritte Stufe des Unterrichts ist die anatomisch-physiologische. Das Material versteht sich von selbst, es kann nur zweierlei bemerkt werden. Grosse Beschränkung ist durchaus nothwendig, mikroskopische Untersuchungen dürfen beispiels-

weise nur historisch angeführt werden, aber dennoch soll am Schlusse der Entwicklung der Begriff des Thier- und Pflanzenlebens klar hervortreten, soweit es ohne ein Hinübergreifen in subtile Untersuchungen geschehen kann. Dem Lehrer hier nähere Vorschriften zu geben, ist durchaus unnütz, entweder versteht er sein Fach auch Schülern gegenüber und dann findet er den richtigen Weg von selbst, oder aber er wird sich trotz allen pädagogischen Anweisungen in Schulmeisterexperimenten verlieren. Der geschickte Lehrer wird aber nirgends vielleicht eher erkannt als in diesem Theile des naturwissenschaftlichen Schulunterrichtes. Die zweite Bemerkung, die anzuführen wäre, ist eigentlich schon kurz berührt worden, sie betrifft das Prädikat „vergleichend“ und stellt damit die Forderung auf, dass nirgends auf wissenschaftliche Methode Verzicht geleistet werden darf. Zu dem Ende muss eine zusammenhängende Darstellung der organischen Systeme durch alle Thier- und Pflanzenklassen hindurch gegeben werden, um so mehr, als die vorausgegangene Gattungs- und Artenkunde dieselbe dem Verständnisse schon vorbereitend genähert hat.

Wie jedem Unterrichte, so muss auch dem naturhistorischen ein Leitfaden zu Grunde gelegt werden. Dass für unsere Weise kein solcher existirt, ist für den, der den voraufgehenden Erörterungen nur einige Aufmerksamkeit geschenkt hat, ohne Weiteres klar. Derselbe muss äusserlich drei Stufen aufweisen. Die erste und dritte, welche das Material für den propädeutischen und den anatomisch-physiologischen Unterricht umfassen, sind für viele Gymnasien zugleich verwendbar, nicht so aber die zweite, welche Gattungs- und Artenkunde der naturhistorischen Provinz des Schulortes enthalten soll. Jede Anstalt muss ihre Ehre darein setzen, ihre eigene Fauna und Flora in der verlangten Weise bearbeitet zu sehen, und sollte dieses Werk der jetzige Lehrer der Naturgeschichte nicht vollbringen, so muss der Nachfolger es fortsetzen, und wenn auch in den nächsten Jahren noch nicht Vollkommenes oder Ganzes geleistet werden kann, so begnüge man sich zunächst mit Bruchtheilen oder mit Unvollendetem und sorge nur für rasche und stetige Vermehrung desselben. Die Programme einer Anstalt sind ganz geeignete Schriften, um Platz für solche specielle Studien zu gewähren, dabei den Schülern der Anstalt in leichtester Weise zugänglich. Es fehlt zur Zeit gewiss nicht an Compendien und Leitfaden

für den Schulgebrauch, denn es ist leicht nach den Vorgängen von Burmeister, Samuel Schilling und Leunis, welche in dieser Art der Schulliteratur als Leitsterne betrachtet werden müssen, irgend ein brauchbares Schulbuch zusammenzustellen, geeignet für den Unterricht in alter Weise; die Methode aber, welche so eben skizzirt worden, fordert auch für sich eine neue Anordnung, wenn nicht eine gänzliche Umänderung des Leitfadens. Denn ausser den schon genannten und inhaltlich gekennzeichneten Abschnitten muss ich noch einen letzten Abschnitt fordern, der eine kurze Geschichte der Zoologie und Botanik enthält, nicht Detailforschungen, sondern grosse aber durchaus wahre und den Kern des Fortschreitens treffende Umrisse, die auch über wichtige Punkte, wie künstliche und natürliche Systeme, Metamorphose und Generationswechsel, Beständigkeit oder Wechsel der Arten und Aehnliches in passender Weise orientiren.*)

Mineralogie und Chemie sind noch zu besprechen. In dem gewöhnlichen Sinne genommen, können diese beiden naturwissenschaftlichen Disciplinen, an die sich noch Geognosie und Petrefactologie anreihen, nicht in den Wintersemestern der Obertertia und Untersecunda erledigt werden, dazu reicht weder Zeit noch Vorbildung aus. Sie gänzlich vom Gymnasium abzuweisen, wird auch nicht angehen, denn Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff, Schwefel, Kohle, Phosphor, Kalk, Kiesel, Thon, Eisen, Kupfer sind so sehr die Objecte fast jeglicher Unterhaltung und Lectüre, dass eine wenn auch nur geringe Kenntniss von ihnen unumgänglich nothwendig ist. Während Krystallographie und chemische Analyse für das Gymnasium verbotene Fächer sind, einmal wegen der anhaltenden Beschäftigung, die sie zum Zwecke eines auch nur elementaren Eindringens erfordern, dann auch wegen der eigenthümlichen Schwierigkeiten, die sie für das Beobachten wie für das Denken darbieten, während geologische Anschauungen und Hypothesen dem jugendlichen Geiste nicht *en détail* geboten werden dürfen, damit Verstandeskühle und Denkschärfe nicht durch Phantasmen, zu denen der jugendliche Geist ohnehin neigt, aus dem Gleichgewicht kommen,

*) Das Wesen des Gymnasialunterrichtes scheint überhaupt die Forderung des geschichtlichen Orientirens in jeder Gymnasialdisciplin zu stellen, und gut geschriebene geschichtliche Abrisse derselben würden namentlich für Schülerbibliotheken höchst willkommen sein.

ist es doch nothwendig, schon der Physik halber, auch diese Gegenstände wenigstens propädeutisch den Schülern nahe zu bringen. Die anzuwendende Lehrweise erlaube ich mir den Lesern in praxi darzulegen, indem ich eine Lehrstunde über Kiesel, Kalk und Thon ihnen vorführe. Dass ich auf das materiell Gebotene kein Gewicht lege, dass manches vielleicht zu aphoristisch, vielleicht auch zu einseitig aufgefasst ist, darauf kommt es an dieser Stelle nicht an; es soll nur angedeutet werden, wie man verfahren kann, um wenigstens in einem gewissen Zusammenhange empirische Kenntnisse zu geben, die einer allgemeinen Bildung nicht fehlen dürfen. Vorhergehende Lehrstunden müssen enthalten: 1. Sauerstoff, Wasserstoff und Stickstoff mit den gebräuchlichsten Säuren. 2. Schwefel, Phosphor und die Brennmaterialien, als Holzkohle, Steinkohle etc. 3. Kalium und Natrium und die Seifen; nachfolgende 1. Eisen und Eisenpräparate; 2. Zink, Zinn und Kupfer. 3. Gold, Silber, Platin, Quecksilber etc.

Kiesel, Kalk, Thon.

Gesteine im weitesten Sinne des Wortes heissen uns alle Gebilde, aus denen die feste Erdrinde besteht, seien es weit hingelagerte harte Felsmassen oder ausgebreitete Thon-, Mergel-, Torf- und Kohlenlager oder auch einzelne kleinere Stücke, die als solche bestimmte merkwürdige Eigenschaften an sich tragen, und deshalb der nähern Betrachtung ebenso würdig gehalten werden, als einzelne Pflanzen und Thiere, die als organische Naturkörper zu ihnen als den unorganischen oder den Mineralien einen durch die Art der Entstehung oder des Gewordenseins immer und in allen Fällen leicht erkennbaren Gegensatz bilden. Die Gesteine sind also entweder hart und starr — Gesteine und Steine im engern Sinne — oder sie sind erdiger Natur, wie Thon, Ackererde, Mergel, oder auch Sand, d. h. meist ganz kleine rundliche Quarzkörnchen, die in ungeheuern Massen ohne weitere Verbindung neben einander lagern. Unter den harten, felsartigen Gesteinen unterscheidet man wiederum einfache und gemengte; bei ersteren sind auch die kleinsten Bruchtheile dem ganzen gleichartig, bei letzteren erkennt man mehr oder minder deutlich mehrere verschiedene Mineralien oft in einer bestimmten Grundmasse mechanisch bei einander liegend. Die einfachen

Felsarten bilden dabei in der Erdrinde Schichten und Lager (Flötze) und führen in sich eingeschlossene, meist zahlreiche Reste von Pflanzen- und Thierkörpern mit sich, sind also versteinerungsführend; letztere, die gemengten Felsarten, sind nicht schichten- und lagerweise abgetheilt und immer versteinerungslos.

Die einfachen Felsarten sind Kalk und Sandsteine und metamorphische Gesteine, die gemengten aber vulkanische und plutonische. Kalksteine erkennt man an dem lebhaften Aufbrausen, wenn sie mit Schwefelsäure (oder auch nur mit Essigsprit) benetzt werden; Sandsteine kleben an der Zunge, da sie aus Quarzkörnchen und Thon bestehen. Es gibt auch festen geschichteten Thon meist mit einem feinkörnigen Sandstein auftretend, beide zusammen bilden das sogenannte Grauwackengebirge, welches sich oft über weite Erdflächen hin erstreckt, und äusserlich leicht erkannt wird aus dem raschen Verwitterungsprocess, dem der anscheinend feste Schieferthon an der atmosphärischen Luft ausgesetzt ist. Die vulkanischen und plutonischen Gesteine kommen hier nicht weiter in Betracht, sie sind Produkte vulkanischer Thätigkeit oder eines Erkaltungsprocesses des feurig flüssigen Erdinnern. Es ist nur anzumerken, dass überall da, wo vulkanische oder plutonische Massen mit geschichtetem Gesteine in Verbindung getreten, letzteres aus der derben Textur in eine krystallinische körnige übergegangen ist und nun metamorphisches Gestein heisst.

Sand ist reiner Kiesel, oder wie die Chemie sagt, Kieselsäure; grosse Stücke heissen Kieselsteine und Quarze. Seiner Härte halber gibt er Feuer am Stahl und ist dadurch leicht erkennbar. Bruchstücke brechen splittrig ab, und der Glanz der frischen Bruchflächen ist der des Glases, so wie das Gewicht meist 2,5 mal so gross ist als das einer gleichen Quantität Wassers. Regelmässige Gestalten — Krystalle — sind häufig sechseckige Doppelpyramiden oder aufsitzende sechsseitige Säulen mit einseitiger voller Zuspitzung. Die wasserhellen Krystalle heissen Bergkrystalle. Mehr oder minder violett gefärbte Quarzkrystalle drusig beisammen gereiht, heissen Amethyste. Der nicht krystallisirte Kiesel heisst gemeiner Quarz in glasglänzenden grossen Stücken von kerniger Textur; tritt noch rosenrothe Färbung hinzu, so spricht man von Rosenquarz. Sind ihm gelbliche und röthliche Glimmerschüppchen eingelegt, so wird er Aventurin,

und hat er ein bestimmtes schillerndes Glänzen, so ist er Schillerquarz (Katzenauge). Flache, undurchsichtige, muschelförmig oder schalenartig brechende Quarze von meist brauner Farbe sind Feuersteine, und kegel- oder nierenförmige Massen nennt man Chalcedone, von denen die rothe Abänderung, der Carneol, die grünliche, der Chrysopras nebst dem obengenannten Amethyste als Schmucksteine verwandt werden. Jaspis ist ein Quarz, dem etwas Thonerde beigemengt ist, und im Achate erkennen wir viele oder doch mehrere Quarzarten vereint, wogegen die Opale endlich ausser reinem Quarze noch Wasser enthalten und also Kieselsäurehydrat heissen müssten. Auch Achate und Opale werden in den schönern Arten als Schmucksteine benutzt, namentlich die Opale wegen eines gewissen eigenthümlichen Farbenspieles. Dass einige heisse Quellen Kieselsäure absetzen und dass die Panzer vieler Infusorien ebenfalls Kieselsäure sind, muss wenigstens beiläufig erwähnt werden.

Wenn man Kalksteine brennt, so bleibt die äussere Form bestehen; aber der gebrannte Kalk, wie er genannt wird, raucht mit Wasser angefeuchtet lebhaft auf und entwickelt eine Hitze, in der sich Schwefelfäden entzünden, darauf zerfällt er und wird, mit mehr Wasser vermengt, ein weisser Brei, der als gelöschter Kalk zum Mörtel Verwendung findet. Ein Theil gelöschter Kalk und zehn Theile Wasser geben Kalkmilch und ein Theil gelöschter Kalk mit tausend Theilen Wasser liefern Kalkwasser, welches sich durch Einblasen der ausgeathmeten Luft oder durch Ausschütten aus einem Gefässe in ein anderes trübe und milchig färbt, zum Zeichen, dass die ausgeathmete wie die atmosphärische Luft Kohlensäure enthalten. Der gebrannte Kalk, oder mit chemischer Benennung die Kalkerde ist ein aus Sauerstoff und Calcium zusammengesetzter Körper, und letzteres ist ein gelbliches und starkglänzendes Metall, welches zuerst von Davy mittelst der voltaischen Säule aus seiner Verbindung mit dem Sauerstoff geschieden wurde, jetzt freilich auch in andrer Weise dargestellt werden kann, aber wegen der schwierigen Weisen der Gewinnung noch nicht im Handel zu bekommen ist.

Die Kalkerde geht mit den verschiedenen Säuren verschiedene Verbindungen ein, die wichtigsten derselben sind:

1. Kalkerde und Kohlensäure, kohlensaurer Kalk mit den tech-

nischen und vulgären Benennungen: Kalkspath, Marmor, Tropfstein, Kreide, Kalkstein, Arragonit.
2. Kalkerde und Schwefelsäure, schwefelsaurer Kalk mit den Abänderungen Gyps, Alabaster, Marienglas, Anhydrit.
3. Kalkerde mit Phosphorsäure findet sich als phosphorsaurer Kalk in den Knochen der Wirbelthiere, wogegen Schnecken- und Muschelschalen und Korallen kohlensaurer Kalk sind.
4. Kalkerde und Arseniksäure ist arseniksaurer Kalk oder Pharmakolith, Giftstein.
5. Kalkerde und Phosphorsäure und Fluorcalcium gibt den Apatit.

Angemerkt mag werden, dass Fluorcalcium als sogenannter Flussspath krystallisch und derb, meist von violetter Färbung und einer grösseren Härte als der Kalkspath in der Natur vorkommt. Der Kalkspath kommt häufig in schief gezogenen Würfeln und in glasglänzenden wasserhellen Formen vor und hat dann den Namen des isländischen Doppelspathes erhalten von seinem vorzüglichsten Fundorte sowohl als von der Eigenthümlichkeit, dass jeder Gegenstand durch ihn doppelt gesehen werden kann. Der Marmor ist durch Hitze umgewandelter Kalkstein. J. Hall hat in seinen berühmten Versuchen (1805) gezeigt, dass kohlensaurer Kalk bei grosser Hitze und unter grossem Druck ein krystallinisch körniges Gefüge annehme, sogenannter Marmor werde. Die eingeschlossenen thierischen und pflanzlichen Ueberreste gehen bei dieser Metamorphose verloren. Zu Carrara und Paros findet man den reinsten weissen, in vielen Theilen Deutschlands, namentlich in Schlesien, Nassau und Westphalen den mannigfaltig gefärbten, zu Dinant in Belgien den schwarzen Marmor. Die Marmorarten der Pyrenäen sind ebenfalls hochgeschätzt. Anders ist der Tropfstein entstanden. Durch Ackererde sickerndes Wasser nimmt die in derselben enthaltene Kohlensäure zum Theil auf, und wird dann befähigt bei dem weiteren Gange durch die Risse von Kalksteingebirgen Theile des kohlensauern Kalkfelsens aufzulösen. Sind nun in den Kalksteingebirgen Klüfte und Höhlen, so sickert das Wasser, welches kohlensauern Kalk aufgelöst enthielt, an der Decke herab, verliert aber beim freien Luftzutritte die Kohlensäure und damit die Fähigkeit, den aufgelösten Kalk festzuhalten, der nun meist zapfenförmig und oft in wundersamen Gebilden von der Decke herabhängt, Tropf-

stein genannt wird und immer ein krystallisch körniges Gefüge zeigt. Auch auf dem Boden der Höhlen zeigen sich natürlich tropfsteinartige Gebilde, die man Stalagmiten nennt, zum Unterschiede von den Gebilden der Decke, welche Stalaktiten heissen. Die Farbe der letzteren ist natürlich weiss, zuweilen sind sie bei verhältnissmässiger Dünne durchscheinend.

Die Kalksteine unterscheidet man nach den verschiedenen Arten ihrer organischen Ueberreste als sedimentäre oder Flötzkalke verschiedener Epochen der Erdbildung. Die wichtigsten sind: 1. Der sogenannte Kohlenkalk, ein Hauptbestandtheil des ganzen Kohlengebirges, dem ihr wichtigstes Glied, die Steinkohle, den Namen gegeben hat. Dieser Kalk heisst auch Bergkalk und führt namentlich Eisenerzgänge, ausserdem ist seine vielfache Klüftung, die zu Höhlenbildungen Anlass gegeben, zu notiren. 2. Der Muschelkalk wird vorzugsweise durch seinen Reichthum an versteinerten Muscheln gekennzeichnet. 3. Die Kalksteine von Solenhofen oder die lithographischen Steine, schöne Platten, welche einer sogleich zu besprechenden Technik dienen. 4. Der Kreidekalk und die schreibende Kreide, erstere von äusserst geringer Härte und leicht an der Luft zerfallend, letztere ganz weiss und beim Anstreichen abfärbend. Die Kreide besteht fast nur aus kohlensauren-kalkhaltigen Infusorienpanzern. 5. Der Grobkalk ist eine sehr junge Bildung, welche noch viele Gattungen und Arten der jetzigen Thier- und Pflanzenwelt enthält. — Der Arragonit ist ein verhältnissmässig selten vorkommendes Mineral und kohlensaurer Kalk in einer andern Krystallform als der Kalkspath. — Dimorphismus. —

Marienglas ist krystallisirter Gyps, Alabaster ist für den Gyps, was der Marmor für den Kalkstein und Gyps selbst ist schwefelsaurer Kalk mit Wasser. Er kommt mit Steinsalz häufig in der Zechsteinbildung vor, so namentlich am Harz. Das wesentliche Glied der genannten Formation ist ein bituminöser schiefriger und kupferhaltiger Mergel. Aller Gyps ist erkenntlich an der geringen Härte; der Nagel am Finger ritzt ihn. Die tafelförmigen Krystalle sind meist durchsichtig, aber nicht wie der Glimmer biegsam. Die Farbe des Gypses ist weiss. Anhydrit ist wasserfreier Gyps.

Die übrigen Mineralien des Calciums sind wenig wichtig, und können deshalb hier übergangen werden.

Unter den Thonsteinen gibt es eine Art, die viel Schwefelkies enthält; aus ihr, dem sogenanten Alaunschiefer, stellt man durch geringes Erwärmen den Alaun her, der in einer zehnfachen Menge warmen Wassers aufgelöst werden kann. Wird zu dieser Lösung eine andre von Soda hinzugesetzt, so entsteht unter heftigem Aufbrausen ein gallertartiger Niederschlag, der im Wasser mehrmals ausgewaschen wird und dann getrocknet ein weisses Pulver liefert, welches Thonerdehydrat ist. Aus dieser Thonerde hat man in neuerer Zeit auch in grösseren Massen ein Metall, Aluminium, hergestellt, welches zinnweiss ist und selbst bei längerem Liegen an der Luft nicht rostet. Die Thonerde ist einer der am schwersten schmelzbaren Stoffe und ihr entstammen in Krystallformen die geschätztesten Edelsteine, so der rothe Rubin und der blaue Saphir, die dem Diamant, der als geschmolzene Kohle bekannt ist, als nächste Schmucksteine folgen. Der gelbe Topas, der in vierter Reihe zu nennen, ist kieselsaure Thonerde mit etwas Fluoraluminium. Was wir Thon nennen, ist kieselsaure Thonerde, und in der Natur findet sich dieselbe meist mit kieselsaurer Kalkerde oder mit kieselsaurem Kali oder kieselsaurem Natron gemengt. Lehm ist ein etwas sandhaltiger Thon von meist durch Eisenrost verursachter gelber Farbe; ist der Sand in stärkeren Massen vertreten, so heisst ein solch magerer Thon Letten. Andere Thonarten sind der Bolus, der als rothe Farbe bei den Töpferfabrikaten benutzt wird, der Tripel, der zum Poliren, die Gelberde, welche zum Tünchen und die Terra del Siena, welche als Muster- und Druckfarbe Verwendung findet. Der sogenannte Pfeifenthon ist rein weiss. Der wichtigste Thon ist die Porcellanerde, die nur verwitterter Feldspath ist, und als ein Gemenge von kieselsaurem Kali und kieselsaurer Thonerde erkannt wird. Die Zeolithe oder Kochsteine sind meist von ähnlicher Zusammensetzung, haben aber viel Wasser (kochen beim Erhitzen) und sind leicht krystallisirbar. Thonerde ist der Hauptbestandtheil aller vulkanischen und plutonischen Gesteine.

Wie schon im Vorhergehenden ausgesprochen ist der meiste Thon oder Lehm sandhaltig, wenn nicht letten- oder kiesartig (Kies ist gröberer Sand). Der Einwirkung von Regen und Schnee und der fliessenden Gewässer verursacht die Fortführung des Thones, der zwar im Wasser nicht löslich, aber durch das-

selbe ganz fein getheilt wird, und somit die Zurücklassung des reinen Sandes. So erscheinen die Dünen an den Seestranden, die Sandstrecken in den Flussthälern, die Sandhaufen an den Abhängen der Berge. Der fruchttragende Acker erfordert eine mässige Mischung von Thon und Sand. Reiner Thonboden ist zu dicht, als dass die atmosphärische Luft in ihn eindringen und die feinen Wurzeln und ihre Fasern sich in ihm verzweigen könnten, er hält zudem das Wasser zu fest, und wird dadurch kaltgründig. Reiner Sandboden ist zu locker, als dass die Pflanzenwurzel in ihm haften könnte und das Wasser zerrinnt in ihm wie in einem Sieb. Die gehörige Mischung beider Bodenarten gibt die brauchbare Ackererde, die durch Mischung mit pflanzlichen und thierischen und mineralischen Stoffen (Düngemittel) fruchtbringender und ertragreicher gemacht wird. Organische Stoffe geben die Kohlensäure ab, indem sie zunächst sich zersetzen und eine braune oder schwarze Masse, den Humus, bilden, der nun nach und nach mehr zerfällt, je nachdem die Kohlensäure von den eingesäten oder eingesetzten Pflanzen verbraucht wurde. Als wichtigste mineralische Düngemittel erweisen sich Kalkerde, Gyps und Mergel. Mergel sind Thon- oder Sandlager, so dass man also Thonmergel auf zu sandigen und Sandmergel auf zu thonhaltigen Ackerboden bringt. Die Hülsenfrüchte und vorzugsweise auch die Kartoffel bedürfen der Kalkerde, deshalb ist directer Zusatz von Kalkerde und Gyps, namentlich in Gegenden, wo diese Stoffe sich nicht finden, für diese Früchte von überraschenden Folgen für eine gute Ernte. Die Getreidearten bedürfen der phosphorsauren Salze, desshalb düngt man gern mit Knochenmehl und den daraus entstammenden Präparaten als Superphosphat und ähnlichen. Die Knochen der Wirbelthiere werden sortirt, geschroten und durch gespannte Wasserdämpfe ausgekocht. Die concentrirte dickflüssige Leimlösung wird durch Absetzen geklärt und beim Erkalten durch Drähte in dünne Tafeln zerschnitten, die nun auf Bindfadengeflechten getrocknet werden. Die zurückgebliebene Knochenkohle wird gesiebt, und die körnige Masse namentlich in Zuckersiedereien wegen ihrer Porosität und der daraus hervorgehenden Verdichtungsfähigkeit zur Klärung und Entfärbung der Zuckerlösungen verwandt. Das staubförmige gebrannte Knochenmehl wird endlich mit Schwefelsäure übergossen, und es entsteht ein

Theil Gyps und ein Theil Kalksuperphosphat, das im Wasser löslich ist, und deshalb als Düngemittel verwandt werden kann.

Der Kalkstein wird in ziemlich hohen Schachtöfen gebrannt, die durch Roste in zwei Abtheilungen, eine untere, den Feuerraum, und eine obere, den Materialienraum, getrennt sind. So kann der Feuerungsprocess stätig stattfinden, und die untern schon fast gebrannten Steine werden durch besondere Oeffnungen, sogenannte Arbeitskammern, entfernt. Aus ihnen wird der Kalkbrei durch Löschen hergestellt, und dieser mit 3 Theilen feinen oder 2 Theilen groben Sandes gemengt liefert den Mörtel. Die durch den Verbrennungsprocess aus den Kalksteinen ausgetriebene Kohlensäure tritt an den Mörtel allmählich wieder heran, und dies ist der erste Grund der Festigkeit alter Mauern, zu dem eine gewisse chemische Verbindung von Kalk und Kieselsäure an der Oberfläche der Sandkörner fördernd hinzutritt. Dieser Mörtel heisst Luftmörtel im Gegensatz zum Wassermörtel oder hydraulischen Kalk-Cement. —

Ein inniges Gemenge von 81 Theilen Kreide und 19 Theilen reinem Thon gibt nach dem Brennen und Löschen und Mischen mit Sand einen Mörtel, der unter und im Wasser erhärtet (Portland-Cement). Durch den chemischen Process entsteht eine Verbindung von Kalk und Kohlensäure und eine zweite von Kalk und Thonerde (Kalksilikat und Kalkaluminat) und beide Verbindungen werden unter Bindung von Wasser steinartig. Auf dem Festlande setzt man zu kohlensaurem Mergel oder zu vulkanischen Aschen, wie den Puzzuolanen in der Nähe des Vesuvs und den Trassschichten im Brohlthale Kalkaluminate hinzu und erhält dadurch ähnliche Cemente wie den obengenannten Portland-Cement. In neuerer Zeit hat der Cement eine grosse Verwendung gefunden in der Fabrikation von Cementröhren für Wasserleitungen und Entwässerungen bei unterirdischen Gräben, so wie auch zu mechanischen Vervielfältigungen von Statuen für Gärten nnd Gartenanlagen. Von Säulen, Capitälern, Statuen werden Leimabgüsse genommen und mit Cement ausgegossen. Die Unebenheiten beseitigt man durch Ciseliren Die Verwendung des weissen Marmors zu plastischen Bildwerken (Sculpturen), des gefärbten zu Tisch- und Fensterplatten soll hier nur eben erwähnt werden.

Auch der Gyps wird gebrannt, und dadurch von dem

Wasser befreit, das in ihm eingeschlossen ist. Der gebrannte Gyps ist ein weisses feines Pulver; wird dasselbe zu einem mehr oder minder dünnen Brei angerührt, so stellt sich die ursprüngliche Beschaffenheit des festen Gypses wieder her, es erhärtet die Masse, sie wird steinartig. So ist man in den Stand gesetzt, Abgüsse von Münzen, Sculpturen und dergleichen zu nehmen, die in höchster Feinheit die Urformen wiedergeben. Gypsmünzen werden mit feinem Kohlenpulver belegt und so in eine Kupfervitriollösung gebracht. Der elektrische Strom zersetzt die Lösung und überzieht den Abguss mit metallischem Kupfer — Galvanoplastik —. Gypsbildwerke können nicht im Freien aufbewahrt werden, sie verwittern durch die atmosphärischen Einflüsse. Stuckaturarbeiten in geschützten Räumen. Gypsmehllösungen zum Weissen der Zimmerdecken. Der Alabaster wird direct zu Statuen und Sculpturen verwandt.

Kalk- und Sandsteine, namentlich die letzteren in den bessern Härte- und Widerstandsgraden gegen die Einflüsse der Atmosphäre sind geschätzte Baumaterialien. Der grüne Sandstein der Kreide, wie er sich namentlich in Westphalen findet, ist phosphorsäurehaltig und auf diesem Umstande beruht die grosse und constante Fruchtbarkeit der Gegenden des Haargebirges daselbst. Der Stein selbst verwittert rasch, und kann in zerkleinertem Zustande anderer Ackererde zugeführt werden, ähnlich wie es mit dem Mergel geschieht. Endlich ist noch die technische Verwendung der Plattenkalksteine von Solenhofen in der Lithographie anzuführen. Die polirten Platten werden beschrieben oder bezeichnet, und darauf mit verdünnter Salzsäure übergossen. Diese löst den Kalkstein ausserhalb der Schrift- und Zeichenstriche auf, und lässt diese höher als die übrige Fläche. Nach Ueberwalzung mit geschwärzten Walzen ist der gewöhnliche Pressendruck vorbereitet. — Die Kalkerde zerstört vegetabilische und animalische Substanzen. Sie heisst deshalb Aetzkalk, im Gegensatz zum milden Kalk, der Kalkerde und Kohlensäure ist. Ein Brei von Aetzkalk liefert daher in den Gerbereien das Mittel, die eingetauchten Häute zu erweichen, so dass die Haare sich leicht abreiben lassen. — Kalkhaltige Wasser heissen harte Wasser, sind meist von unangenehmem Geschmack, eignen sich aber wenig zum Waschen oder zum sonstigen Küchengebrauch.

Die vorzüglichste Anwendung des Sandes findet sich bei der Glasfabrikation. Man unterscheidet deutsche, französische, englische und Bouteillengläser. Die 3 ersten Arten sind aus reinen Materialien hergestellt und dienen in den bessern Sorten die deutschen zu nachgeahmten Diamanten, die französischen zu Spiegeln und die englischen zu optischen Instrumenten. Die deutschen Gläser werden vorzugsweise in Böhmen hergestellt und sind geschmolzener kieselsaurer Kalk und kieselsaures Kali; in Frankreich ersetzt man das Kali durch Natron, und in England den Kalk durch Metalloxyde, namentlich durch Bleioxyd. So spricht man von Kali oder von Natron oder endlich von Bleigläsern; erstere sind ungemein hart und wasserhell, Natrongläser haben einen grünlichen Anflug, und die Bleigläser haben ausser einem grössern Gewichte, das sie leicht erkenntlich macht, einen geringern Grad von Sprödigkeit, die eine leichtere Bearbeitung gestattet.

Die geschmolzene Glasmasse ist zähflüssig und gibt jedem Druck, namentlich dem eines durch Aufblasen der Backen hervorgerufenen Luftstromes leicht nach. Mit der Glasbläserpfeife werden Röhren geblasen, wobei ein zweiter Arbeiter sich von dem, der die Pfeife hält, mit einem Theile der zähflüssigen Masse entfernt; in der Mitte ist die grösste Verengung und durch das rasch eintretende Erkalten wird die fernere Verschiebung der Glastheilchen behindert, so dass auf diese Weise 30′ lange Glasröhren ausgezogen werden können. Fenstergläser werden in Formen geblasen, so dass weite Cylinder entstehen, die nun aufgeschnitten und in einer Ebene ausgebreitet werden. Flaschen bläst man ebenfalls in Formen hinein; Verzierungen und Henkel und dergleichen werden später angeklebt. Spiegelgläser giesst man in eine ebenflächige Form, über welche sich schwere eiserne Cylinder bewegen, die eine möglichst vollkommen ebene Aussenfläche bewirken. Glas wird geschliffen durch Sand und Smirgel, polirt durch Eisenoxyd und Tripel, geätzt durch Flusssäure und durch eine eiserne Feile, die man öfters in Terpentinöl taucht, durchbohrt. Gefärbte Gläser stellt man her durch Zusatz von Metalloxyden: Eisenoxyd färbt gelbroth, Kupferoxyd grün, Kobaltoxyd blau, geringe Mengen von Braunstein geben eine violette, grössere Mengen eine braunschwarze Farbe und Zinnoxyd und Glasmasse liefern die bekannten Milchgläser, auch das Email,

ein undurchsichtiges Glas, wie es bei Zifferblättern und Anzeigeplatten zur Verwendung kommt.

Die Thon- und Lehmarten finden als Baumaterial ihre bekannte Verwendung theils als ein den Mörtel ersetzendes Bindemittel, und als Ausfüllsel von Holzgeflechten in den Wänden von geringen Landwohnungen und Stallgebäuden, theils im gebrannten Zustande als Ziegelsteine. Zu letzteren wird fetter schwerer Thon, der möglichst von Kalk- und Sandmischung rein ist oder vorher durch Schlemmen von derselben befreit wird, verwandt, nicht aber der frisch gegrabene, sondern derjenige, welcher wenigstens eine längere Zeit durch Winterkälte und die atmosphärische Luft aufgelockert worden. Das Formen der Ziegelsteine, das Trocknen und Brennen derselben gechieht in mehr rohen natürlichen Weisen (Feldbrände) oder nach technischen Methoden, die Arbeits- und Feuerungsersparnisse erzielen (Ringöfen). Thon mit Wasser eingerührt ist leicht in die verschiedensten Formen zu bringen — plastischer Thon — Thonmodelle der bildenden Künstler. Geformter Thon wird gebrannt und mit einer Glasur versehen; ersteres, das Formen, geschieht auf der Töpferscheibe. Zur Glasur verwendet man ein flüssiges Gemenge von Bleioxyd und Bolus. Die so hergestellten Töpferwaaren sind in gröberen und feineren Sorten zu haben, letztere haben eine weisse Glasur, die durch Zusatz von Zinnoxyd erhalten wird und heissen Fayencewaaren. Von diesen unterscheidet sich das Porcellan durch die durch und durch glasige Masse — Bruch erdig bei Töpfer-Fayencewaaren, glasig bei Porcellanwaaren —. Es wird aus verwittertem Feldspath (Kaolin) auf dieselbe Weise hergestellt wie die irdenen Geschirre aus dem Thon und Lehm, nur ist die Glasur in die Masse ganz eingedrungen. Die niederen Sorten heissen Steingut, die bessern Porcellan und unter den bessern Porcellanen zählen die Meissener und Berliner Fabrikate so wie die von Sevres bei Paris. Harte Gläser ebenso wie Porcellan werden bemalt. Man pulverisirt nämlich farbige Gläser und rührt sie mit einer entsprechenden Flüssigkeit zu einem feinen Brei an, überträgt diese Masse vermittelst Haarpinsel auf die zu bemalenden Flächen und diese schmilzt in dieselben völlig hinein, da sie leichtflüssiger als nicht gefärbte Glasmasse ist. Feuerfeste Ziegelsteine — Chamotten — und Schmelztiegel werden aus sehr schwer schmelzbarem Thon

unter Zusatz von schon geglühten Thonscherben verfertigt. Wenn man gebrannten Kalk über Horden ausbreitet und über denselben Chlor leitet, so entsteht sogenannter Chlorkalk (unterchlorigsaure Kalkerde), der als Desinfections- und Bleichmittel grosse Verwendung findet. Die zu bleichenden Stoffe werden in eine sehr verdünnte Chlorkalkauflösung gelegt, und sodann mit Wasser, dem eine kleine Portion Schwefelsäure zugemischt ist, ausgewaschen. Hiermit steht der Verwendung in Färbereien und Druckereien halber in Zusammenhang die Eigenschaft der Thonerde, eine grosse Verwandtschaft zu thierischen und pflanzlichen Farbestoffen zu haben. Farbelösungen werden durch Alaun gefällt und so Niederschläge gewonnen, die man Lackfarben nennt. Bekannt ist namentlich das sehr beständige Kobaltultramarin.

Proben aus einer „Vorschule der Geometrie".

Vom Herausgeber.

Von den meisten Pädagogen dürfte die Nothwendigkeit einer „Propädeutik der Geometrie" anerkannt und keine „offene Frage" mehr sein. Hat doch schon Herbart in dem Mangel einer zweckmässigen Vorbereitung die hauptsächlichste Ursache der Schädigung des geometrischen Unterrichts erkannt.*) Die mathematische Section der jüngsten Schulmännerversammlung zu Leipzig aber war einstimmig der Ansicht, „dass der Weg des Euklid absolut zu verlassen ist und dass dem Unterrichte in der Geometrie vorausgehen muss ein propädeutischer Unterricht, der von der Stereometrie ausgehend die Anschauung vermittelst des Zeichnens übt" etc. (Guthe's Antrag III, 408). Ein diesen propädeutischen Unterricht leitendes und den Namen einer „Vorschule der Geometrie" verdienendes Schulbuch muss nach des Verfassers Ansicht folgende Eigenschaften besitzen:

a) dem Stoffe nach

hat es den Schüler in die Kenntniss und Darstellung geometrischer Formen soweit einzuführen, als es zum Verständniss der wissenschaftlichen Geometrie und zum raschen Fort-

---

*) S. Herbart Werke ed. Hartenst. Lpz. 1851. 10. Bd. S. 303, wo Herbart nach Angabe des Wesens der Formenlehre sagt: „Hierin liegt in der That die gewöhnlich versäumte und doch nothwendige Vorbereitung zur Mathematik." Und über den früher weitverbreiteten, jetzt erst allmählich verschwindenden Irrthum sagt er (§ 252): „Dass die Anlage zur Mathematik seltener sei als zu andern Studien, ist blosser Schein, der vom verspäteten und vernachlässigten Anfangen herrührt. .... Ueber dem Rechnen hat man die combinatorischen und geometrischen Anfänge vernachlässigt und zu demonstriren versucht, wo keine mathematische Phantasie geweckt war."

schreiten in derselben unbedingt nöthig ist. Es soll ihn befähigen zu leichter und freier Bewegung im anschaulichen Vorstellen und Schaffen geometrischer Formen, zur Fertigkeit in ihrer Darstellung und zur Gewandtheit im Ausdruck über dieselben.

Es soll ferner dem in die Vorhalle der Geometrie Eintretenden einen Vorgeschmack von der Gesetzmässigkeit der Raumgrössen geben, so dass er dann in der wissenschaftlichen Geometrie die tiefere Gesetzmässigkeit leichter und rascher erkenne und diese Erkenntniss als sicheres geistiges Eigenthum dauernd behalte. Deshalb sind auch die wichtigen Eigenschaften der Raumgrössen gleich als Gesetze (nicht, wie gebräuchlich, als „Sätze") bezeichnet.

b) Der Form oder Methode nach

soll die Vorschule vor Allem das Interesse und die Selbstthätigkeit des Schülers wecken und stetig wach erhalten. Deshalb soll der Schüler viel zeichnen, er darf Zirkel und Lineal so zu sagen nicht aus der Hand legen. Die Anschauung und der Darstellungstrieb sind unablässig zu nähren und zu befriedigen. Deshalb dürfte das Buch zugleich die Zwecke des geometr. Zeichenunterrichts fördern und dürfte nach ihm auch ein Zeichnenlehrer mit einiger mathematischen Bildung den Unterricht in der geometr. Formenlehre ertheilen können. — Wie die Theorie jeder Wissenschaft aus der Praxis herausgewachsen ist, so sollen die Lehren der propädeutischen Geometrie aus dem Zeichnen hervorgehen, d. h. der Schüler soll unaufhörlich auf Probleme stossen, die ihn zur Lösung, auf Fragen, die ihn zur Beantwortung drängen. Deshalb ist auch im Buche selbst die Fragform anzuwenden, wodurch der Schüler zugleich in die Heuristik eingeführt wird. Die Lösungen und Constructionen sind darum auch nur angedeutet oder vorbereitet, und nur in schwierigeren Fällen oder im Anfange eines Capitels ausgeführt zu geben und die gegebene Figur ist überdies zur Vermeidung sklavischen Copirens vom Schüler in anderer Lage zu zeichnen. Eine geometr. Formenlehre, welche dem Schüler alle Lösungen vollständig gibt, ist eine Eselsbrücke im besten Sinne des Wortes.

Um die geometrische Phantasie recht anzuregen, ist besonders die Bewegung zu benützen, Verschiebung, Drehung und Umwenden (Umklappen), wodurch Congruenz und Symmetrie

erzeugt wird. Die Vernachlässigung dieses Elementes (der Bewegung) in der, die Raumformen in ihrer Starrheit auffassenden Geometrie Euklid's ist die Ursache der Stagnation geometrischen Wissens und Fortschreitens geworden. Auch die Uebergänge der Raumformen in einander, wodurch dem Princip der Continuität sein Recht wird, kommen dadurch zur Geltung.

Weiter ist darauf Bedacht zu nehmen, dass, wo immer möglich, die Praxis berücksichtigt werde. Hierher gehört, dass der Lernende Uebung im Schätzen von Distanzen erlange (Augenmass); deshalb sind an passenden Stellen geeignete Uebungen eingeflochten, welche durch die Praxis (z. B. beim Feldmessen und auf Excursionen) zu unterstützen und zu erweitern sind; darum endlich sind auch die Zeichnungen nach bestimmten Massen verlangt und ausgeführt.

Der Grundsatz „vom Besondern zum Allgemeinen“ ist nirgends mehr als gerade hier anzuwenden;*) ist aber einmal das Allgemeine erkannt, dann sind die besonderen Fälle wieder auszuscheiden (abzuleiten). So wird z. B. zuerst das gleichseitige oder winkelgleiche (das reguläre oder allseitig-symmetrische), dann das gleichschenklige (einseitig-symmetrische) endlich das ungleichseitige und ungleichwinklige (unsymmetrische) Dreieck gelehrt, und dann gezeigt, wie aus dem Allgemeinen das Besondere sich gleichsam herausschält. Aehnlich beim Parallelogramm. Ebenso ist das Gesetz, dass die Polygonwinkelsumme $= (2n - 4)$ R. ist, stufenweise aus dem Besondern zu entwickeln und dann umgekehrt zu zeigen, dass dieses allgemeine Gesetz viele besonderen Gesetze enthält. Ebenso ist bei der Flächenausmessung vom Quadrat und Oblongum, nicht aber vom Rhomboid auszugehen. In der Propädeutik ist immer der „anschaulich erkannten“ Wahrheit der Vorrang vor der „bewiesenen“ zu lassen; daher ist z. B. der Satz: „Die Summe zweier Dreiecksseiten ist immer grösser als die dritte“ auf rein anschaulichem Wege zu entwickeln, der pythagor. Lehrsatz aber ist zuerst fürs gleichschenklig-rechtwinklige und erst dann fürs ungleichseitig-rechtwinklige Dreieck, aber anschaulich zu begründen, während Euklid's Beweis der wissenschaftlichen Geometrie

*) Vergl. meine Bemerkung III, 366.

aufgespart bleibt. So wird überall vom Concreten zum Abstracten, vom Besondern zum Allgemeinen aufgestiegen.

Der andere Grundsatz „*repetitio est mater studiorum*“ erfordert zwar seine Berücksichtigung immer gebieterisch von selbst, doch ist überall bereits Gelerntes benutzt und absichtlich wiederholt oder citirt.

Nicht minder soll der Schüler in der Propädeutik einen Vorgeschmack der genetischen Methode bekommen, nach welcher die räumlichen Gesetze naturgemäss (ungekünstelt) aus- und aufeinander sich entwickeln. Es hat daher den Verfasser immer befremdet, dass er die Aufgaben der geometrischen Formenlehren ohne allen Zusammenhang und ohne jedes Princip der Anordnung aneinander gereiht fand, als ob hier die reinste Willkür erlaubt wäre, wie wenn man z. B. beginnt mit der Aufgabe „auf einer Geraden eine Senkrechte zu errichten“ oder dergl. und der Schüler weder weiss, was Senkrechte ist, noch auch den Zweck der Construction erkennt. Vielmehr sind hier, ebenso wie in der wissenschaftlichen Geometrie, die Aufgaben nach dem genetischen Princip zu ordnen.

Der Unterschied zwischen propädeutischer und wissenschaftlicher Behandlung soll namentlich für den Lehrer hervortreten. Das Buch soll zugleich eine praktische Anweisung für ihn sein, ohne doch ausdrücklich sich an ihn zu wenden, vielmehr sind die Winke für den Lehrer zugleich in die Unterweisung des Schülers gelegt worden. Vielleicht ist manchem Leser die Grenze der propädeutischen und wissenschaftlichen Geometrie nicht genau eingehalten, sie könnte als verschwommen erscheinen. Es ist freilich schwer, hierin Uebereinstimmung zu erzielen, denn der eine setzt den Grenzstein hier, der andere dort. So z. B. habe ich kein Bedenken getragen, die Congruenz der gleichseitigen, gleichschenkligen und rechtwinkligen Dreiecke mit hereinzunehmen, während die Congruenz der allgemeinen Dreiecke der wissenschaftlichen Geometrie verbleiben kann. Aehnlich ist die Construction der Kreistangenten hereinzuziehen, während die der Potenzlinie, der Aehnlichkeitspunkte u. dgl. aus der neuern Geometrie dem wissenschaftlichen Theile vorbehalten bleiben muss.

Im Nachstehenden sollen nun einige Proben der Behandlung des betr. Gegenstandes folgen.

I. Aus der Lehre von der Geraden.

Schätzen der Längen*) (Augenmass-Uebung). Fig. 1 Taf. I.

a) Ziehe 4 beliebig lange Gerade 1) 2) 3) 4) in verschiedenen Lagen (horizontal, vertikal, schräg), schätze jede, dann miss sie und notire dir den Schätzungsfehler; hierauf suche den mittleren Fehler (kurz: „das Mittel“) indem du die Summe der Fehler durch die Anzahl der geraden Linien (hier 4) dividirst, z. B.

	geschätzt	gemessen	Fehler
1)	6 cm.	5	+ 1
2)	2,5	2,3	+ 0,2
3)	1,25	1,4	— 0,15
4)	3	2,8	+ 0,2

+ heisst zu viel, — zu wenig.

Zu viel { 0,2, 0,2, 1
+ 1,4
Zu wenig 0,15
+ 1,25 Sa. der Fehler (zu viel)
4:) 0,3125 d. h. ca. **0,3** mittler Fehler (zu viel).

d. h. du musst dich hüten, zu hoch zu schätzen und musst von deinen Schätzungen ohngefähr 0,3 cm. (= 3 mm.) abziehen, damit sie der Wahrheit näher kommen.

b) Führe das noch zweimal aus, jedesmal mit 4 andern Geraden, suche wieder jedesmal den mittleren Fehler und aus den drei mittleren Fehlern das Hauptmittel.**)

c) Schätze die Dimensionen (Länge, Breite, Höhe) deines Wohnzimmers, der Fenster, Thüren, des Ofens, der Sitz- und Wandtafeln des Klassenzimmers und die Dimensionen des letzteren. Controlire die Schätzungsresultate durch genaue Messungen.

d) Hierher gehört auch, dass jeder wisse (und als Mittelwerth aus vielen Versuchen erfahren habe), wie gross seine Hand- und Fingerspanne und die Armspanne, d. h. die Länge

*) Wir dürfen wohl annehmen, dass diese Uebungen neu sind. Eine ähnliche Uebung ist in dem Capitel „Von den Winkeln.“

**) Es ist zweckmässig, wenn zwei Schüler diese Uebung gemeinsam anstellen. Der eine zeichnet vor und controlirt, der andere schätzt.

bei ausgestreckten Armen von der Spitze des linken Mittel- oder Zeigefingers bis zur Spitze des rechten, dazu noch die Daumenbreite, um nöthigenfalls in Ermangelung aller Messwerkzeuge mit seinen Körpergliedern zu messen. (Handspanne eines ausgewachsenen Mannes ca. 21 cm, Armspanne ca. 170 cm, Daumenbreite ca. 25 mm.)

e) Schätzungsübungen auf Excursionen:*) Schätze die Länge eines Wegstücks oder eines Feldrains, den Umfang eines Baumstammes, eines Teiches und controlire die Schätzungen durch Messen mittelst Messschnur aus Bindfaden von 10 m Länge, an der die Meter durch Knoten angegeben sind. Einer dieser Meter ist durch Knoten in Decimeter getheilt.

II. Aus dem Kapitel „Von den Winkeln".

§. No) Drehung eines Winkels in der Ebene um einen Schenkelpunkt.

Der Drehpunkt kann sein: Scheitel, freier Endpunkt eines Schenkels und ein Zwischenpunkt.

1) Drehpunkt sei der Scheitel (O) Fig. 2.

a) Drehe den ungleichschenkligen W.**) $A\hat{O}B$ ($= 50^0$) 180^0 um O, nenne die Endpunkte der Schenkel in der neuen Lage entsprechend A_1 B_1 und gib die Drehungen derselben durch (punktirte) Kreisbögen an. Was sind nach der Drehung um 180^0 die Schenkel des Winkels in der neuen Lage $A_1\hat{O}B_1$ von den Schenkeln des ursprünglichen?

b) Wohin gelangt jeder Schenkelpunkt nach vollendeter Drehung und wie ist dann die Richtung der Schenkel gegen die des Winkels AOB?***).

c) Wie lässt sich dies als Gesetz (Satz) aussprechen?†)

d) Denke dir nun irgend eine Gerade (Strecke) mit dem Winkel fest verbunden, z. B. CD. Jeder Punkt derselben kommt

---

*) Ein hübsches Antriebsmittel zu diesen Uebungen ist eine Art Wette. Jeder macht den Einsatz von 1 Pfg. und es werden nun 2—3 ungleiche Gewinne oder Preise festgesetzt, welche die ersten zwei bis drei erhalten, die der Wahrheit am nächsten kommen.

**) Abkürzungen: W. = Winkel $A\hat{O}B$ (statt ∢ AOB).

***) Antwortproben. Antw.: auf die entgegengesetzte Seite des Drehpunkts ebensoweit von demselben kurz: „in den diametralen Gegenpunkt".

†) Gesetz: Jeder Winkel 180° um seinen Scheitel gedreht, fällt zusammen mit seinem Scheitelwinkel oder: deckt seinen Scheitelwinkel. — Die Antworten sind immer mit den Fragen zu verschmelzen! Z. B. bei b) „Jeder Schenkelpunkt gelangt nach vollendeter Drehung" etc.

dann auf seinen diametralen Gegenpunkt, die Gerade aber auf ihre diametrale Gegengerade zu liegen. Zeichne sie und deute einzelne diametrale Gegenpunkte an!

e) Wiederhole dies mit WW. von 90^0 und 120^0!

f) Wenn aber W. $\widehat{AOB}$ sich nur so weit dreht, dass ein Schenkel z. B. OA in die Lage des andern OB kommt (oder mit diesem zusammenfällt), was geschieht dann mit dem Winkel? Wie gross ist also $\widehat{AOB_1}$? Was stellt dann der Schenkel OB oder OA_1 dar? (Fig. 3.)

g) Setze das fünfmal so fort, wie gross ist dann der Summen-(Aggregats-)Winkel oder die vom W. $\widehat{AOB}$ überstrichene Fläche?

2) Drehpunkt sei der freie Schenkelendpunkt (A). Fig. 4.

a) Drehe den ungleichschenkligen W. $\widehat{AOB}$ um den Endpunkt A des Schenkels OA und zwar 180^0 weit n. l., bezeichne die Punkte, die ihre Stellen gewechselt, wie oben. Wie läuft bei der Drehung von 180^0 der neue Schenkel O_1B_1 gegen den alten OB? Warum? Wie ist jetzt die Richtung der Schenkel gegen die ursprüngliche? Aber welcher Unterschied ist gegen 1b.

b) Wiederhole dies mit Winkeln von 90^0 und 60^0! (Angabe der Drehungswege.)

3) Drehpunkt sei ein Zwischenpunkt von O und A z. B. M. Fig. 5.

a) Drehe den W. $\widehat{AOB}$ um den Punkt M des Schenkels OA und zwar 180^0, 90^0, 120^0 weit. (Drehungswege punktirt!)

b) Der Punkt M sei der Mittelpunkt von OA. Dieselben Drehungen nach der andern Seite.

4) Drehpunkt sei ein Punkt M ausserhalb der Schenkel und zwar in der Winkelebene. (Fig. 6.)

a) Drehe den W. $\widehat{AOB} = 40^0$, dessen Schenkel $OA = 4^{cm}$ und $OB = 3^{cm}$ sein mögen, um den Punkt M. Denke dir den Scheitel O mit M fest verbunden (OM), ebenso B und A; welchen Kreis wird bei voller Umdrehung O ziehen? Punktire ihn! Welchen B und A?

b) Wohin kommt aber O nach der halben Umdrehung? Wohin B und A?

c) W. d. C. für eine Umdrehung um 90^0 n. r. Wie durchschneiden einander die Schenkel in der ersten und zweiten Lage?

d) Wähle den Punkt M ausserhalb der Winkelebene und wiederhole Alles!

§. No) **Drehung eines Winkels ausserhalb der Ebene um einen Schenkel als Axe.** (Umklappen.) (Fig. 7.)

a) Wenn der gleichschenkl. W. $A\widehat{O}B$ sich 180^0 oder einen Halbkreis weit um den Schenkel OB als Axe über der Papierebene dreht, in welche Lage kommt dann OA? Wie findet man sie?
b) Was beschreibt während der Drehung jeder Punkt des Schenkels CA (mit Ausnahme des Scheitels) über der Papierebene?
c) Veranschaulcihung an einem Pappmodell! (S. Fig. 8.)
d) Wie weit muss nun A von B liegen, auf einem Bogen, den man von O aus mit dem rad. OA zieht? Wie gross sind also $A\widehat{O}B$ und $A_1\widehat{O}B$ nothwendigerweise? War also $A\widehat{O}B = 40^0$ so etc.
e) Als was stellt sich dann OB dar?

Merke: Jedem Punkt des Schenkels OA, z. B. dem Punkt m entspricht ein Punkt m_1 des Schenkels OA_1, d. h. der Punkt m deckt nach der halben Umdrehung den Punkt m_1. Die verbindende Gerade mm_1 aber steht senkrecht auf OB im Punkt C. (Controlire es mit dem Transporteur!) Man nennt die Punkte m und m_1, sowie die Schenkel OA und OA_1 symmetrisch (zu einander liegend), die Winkelhalbirende oder Drehaxe OB aber Symmetrieaxe, kurz Symmetrale. Betrachtet man AOB als Kreissector, so decken sich nach der Umwendung Bögen und Kreissectoren. Schneide dieselben aus Carton aus (S. §. ... no.) und lege sie auf einander. Wie oft kannst du den Sector auf der Kreisoberfläche umlegen, so dass nach und nach die ganze Kreisfläche verdeckt wird? Versuche es mit dem Cartonsector! Bleibt ein Rest oder nicht? Wie gross ist er?

Zeichne auf einer Kreisfläche Sectoren von 60^0. Gibts eine gerade Anzahl? Schneide die Kreisfläche aus, einen Halbmesser durch und falte sie in den andern Halbmessern zusammen! Wie viele übereinander liegende Kreissectoren gibts?

III. Aus der Lehre von den Parallelen.

1) **Uebergang zweier Geraden aus der convergenten in die parallele Lage.** Fig. 9.

Wenn man den Schenkel eines Winkels $A\widehat{O}B$ über O hinaus verlängert und BO um B sich drehen lässt, während AO fest bleibt, so rückt der Scheitel O auf der verlängerten AO immer weiter hinaus in die Punkte O_1, O_2 etc.

Ueb. a) Was geschieht mit dem W. $\widehat{AOB}$?

b) Wie wachsen die Schenkel? Welcher wächst mehr?

Denke dir jetzt den Punkt O ins Weite hinausgerückt z. B. bis zur Sonne (also wie weit?) oder bis zu dem der Erde gerade diametral gegenüberliegenden Punkte der Erdbahn (wie weit dann?), so werden die Winkelschenkel so wenig convergiren, dass du davon, (wenigstens auf deinem Zeichenbuche) gar nichts merkst. Wenn du nun vollends die Bewegung von O unaufhörlich fortgesetzt denkst, so wird die Ruhelage des Punktes O nie erreicht, die Geraden convergiren nicht mehr, sie treffen einander nie. Man sagt auch, um dies anzudeuten, „sie treffen einander **im Unendlichen.**" Solche Gerade heissen gleichlaufend oder parallel (abgk. pll.). Da das Zeichen für ∞ eine liegende 8 ist (∞), so ist die plle. Lage in der Figur bezeichnet mit $BO\infty$. Das Zeichen für pll. ist $\|$ also ist $AB \| CD$ wie auszusprechen? Merke: man sagt „pll. mit" und (besser) „pll. zu".

c) Wie kannst du nun Plle. erklären? Merke: das „einander nie treffen" ist ein absprechendes (negatives) Kennzeichen.

d) Fälle jetzt $BF \perp AO$, welcher Wkl. ändert sich dann bei der Bewegung von O gleichfalls? Wie gross wird er für $B\infty$?

2) Der gleiche Abstand der Parallelen. Fig. 9.

Fälle jetzt von den Punkten C und D des Schenkels OB Winkelrechte auf OA. Wie werden sie nach dem Scheitel zu? (§. 17. A). Suche ihren Längenunterschied, indem du $Dd \| OA$ ziehst. Verlängere die Winkelrechte über C und D hinaus bis C_1 und D_1 in BO_1. Welcher Zuwachs der Winkelrechten ist grösser, CC_1 oder DD_1? Wie gross ist nun der Unterschied der Winkelrechten C_1E und D_1G? Ist er grösser oder kleiner als der vorige (Cd)? Setze dies fort und du wirst finden, dass der Unterschied der Winkelrechten zuletzt unmessbar klein wird und bei der Lage $B\infty$ völlig verschwindet. So ergibt sich das Gesetz: Alle Punkte einer Plln. haben von der andern denselben Abstand. Kürzer: Plln. haben überall gleichen Abstand von einander*). (Denke an die

*) Dies ist auch die wahre Bedeutung des Wortes „gleichlaufend" (parallel), d. h. immer in gleichem (demselben) Abstande von einander laufend.

Spurweite der Eisenbahnen, d. i. die Entfernung der Schienen von einander.)

Ueb. a) Wie kannst du nun Plle. auch erklären?*) Merke das „gleichen Abstand haben“ ist ein zusprechendes (positives) Kennzeichen.

b) Errichte auf einer Geraden in beliebigen Abständen mehrere gleichgrosse Wklrechte. und ziehe durch ihre Endpunkte eine zweite Gde. Wie muss diese zur ersten Grdn. sein? Wie viele Wklr. genügen?

c) Wenn diese Wklr. unmessbar klein oder auch = 0 werden, was geschieht dann? (Vgl. Decklage § 5.)

3) Aus §. 22. Winkelpaare bei durchschnittnen Parllelen.

B) *a*) Innenwechselwinkel. Fig. 10.

Wenn du $\hat{a}$ bis zur Deckung mit $\hat{e}$ verschiebst und $\hat{e}$ dann 180° (rechts oder links) um O drehst (§. 18. A. I.), so deckt $\hat{a}$ auch $\hat{g}$. Also ist $\hat{a} = \hat{g}$. Du kannst aber auch ohne zu verschieben und zu drehen, so sagen: $\hat{a}$ und $\hat{e}$ sind gleich als correspondirende Winkel (oder „weil sie correspondirende Winkel sind“ §. 21. 2.). Aber $\hat{e}$ und $\hat{g}$ sind auch gleich als Scheitelwinkel (§ 16 2.), folglich sind auch $\hat{a}$ und $\hat{g}$ gleich. Merke: solche Winkel heissen Innenwechselwinkel (kurz: Wechselwinkel), weil immer einer derselben die Seite der Secante gewechselt hat; d. h. von rechts nach links oder umgekehrt versetzt worden ist. Du kannst dir's aber noch anders denken: Der Winkel $\hat{e}$ als Scheitelwinkel von $\hat{g}$ wurde längs BB_1 verschoben bis in die Lage von $\hat{a}$ oder: der Winkel $\hat{c}$ als Scheitelwinkel von $\hat{a}$ wurde längs B_1B verschoben bis in die Lage von $\hat{g}$. Sonach sind Innenwechselwinkel nichts Anderes als verschobene Scheitelwinkel und man könnte das „Wechsel“ auch daraus erklären.

Gesetz: Innenwechselwinkel sind gleich.

Uebersichtlicher Beweis: $a = e$ (Grund: §. 21. 2)
$e = g$ (desgl. ...)
Folglich $a = g$. Denn, wenn zwei Grössen

---

*) Man erklärt parallele Gerade auch als „Gerade von gleicher Richtung“. Um das aber zu verstehen, musst du wissen, was „gleiche Richtung“ ist. Dieser Ausdruck aber ist mehrdeutig und kann daher leicht missverstanden werden. Denn manche verlangen für gleiche Richtung dasselbe (gleiches) Ziel. Verwechsle aber nicht Richtung und Ziel!

(a und g) einer dritten (e) gleich sind, so sind sie selbst gleich*).

Die Gleichheit der Wechselwinkel lässt sich noch auf andere Art recht anschaulich zeigen: Wenn du nämlich den Streifen COO_1C_1 um den Mittelpunkt M von OO_1 180° gedreht denkst, so decken einander die Winkel $\hat{e}$ und $\hat{c}$, $\hat{d}$ und $\hat{f}$. Schneide den genannten Streifen aus und decke ihn auf AOO_1A_1.

Ueb. 1) Wiederhole diese Drehung nach der andern Seite.
2) Welche andere Wkl. decken einander nach obiger Umdrehung noch?

4) Entstehung der Parallelen durch Drehung. (Fig. 11.) Ziehe die Strahlen SR, VR, OR, welche theilweise zusammenfallen, und ein Strahlenbündel (s. §. 2) bilden. Lasse hierauf, während SR fest bleibt, VR und OR um ihre Endpunkte oder Scheitel V und O sich (nach rechts) drehen, ziehe mit beliebigen aber gleichen Radien z. B. OR aus V und O Kreisbögen und mache die Drehungsbogen gleich ($\widehat{lm} = \widehat{np}$)

a) Wie sind dann die Winkel $R\hat{O}N$ und $R\hat{V}Q$? Nach welchem Gesetz? (s. §).
b) Schneide einen Sector $= RO_m$ aus und bringe ihn mit den gezeichneten Sectoren durch Verschiebung an RS zur Deckung (Am besten, wenn n in o fällt, beide auszuschneiden.)
c) Wiederhole die Construction für die horizontale Lage von RS und mache die Bögen $> 90^0$ z. B. 130^0.
d) Welcher Unterschied ist zwischen diesem und dem obigen Verfahren des Parallelziehens?**)

IV. Aus der Lehre vom Trapez.

A) Das symmetrische (gleichschenkelige) Trapez (Antiparallelogramm). Fig. 12.

1) Construction 1. Zeichne ein gleichschenkeliges Dreieck ABS aus der Basis $AB = 25^{mm}$ und den (zuerst nur punktirten) Schenkeln $SA = SB = 30^{mm}$ und schneide vom Gipfel S aus auf den Schenkeln gleiche Stücke $SC = SD = 12^{mm}$ ab, ziehe CD, AD und BC (stark aus), so ist $ABCD$ ein symmetrisches Trapez.

*) Trivialer, d. h. aus dem Alltagsleben gegriffener Vergleich: August ist so alt als Ernst, dieser aber so alt als Gottfried, folglich ist August so alt als?

**) Bezieht sich auf einen früheren §., wo die Pllen durch Verschiebung erhalten wurden.

Construction 2. mittelst Spitzbogen. Welche Construction ist zweckmässiger? (Fig. 13.)

Terminologie: Die parallelen Seiten AB und CD heissen kurz Parallelen. Die gleichen Nichtparallelen AD und BC mögen Schenkel heissen. Gewöhnlich nimmt man die grosse Parallele zur Basis, weil Gegenstände (Geräthe) von dieser Form auf der grössern Unterlage fester stehen. Das Dreieck SCD heisst Ergänzungsdreieck.

a) Nenne Gegenstände, welche die Form eines s. Trapezes haben. (Durchschnitt gewisser Gefässe.)

b) Zeichne ein symm. Trapez, dessen kleinere Parallele Basis ist.

2) Beantworte nun folgende Fragen:

a) Wie gross sind die WW. $S\widehat{C}D$ und $S\widehat{D}C$ vergleichsweise? (Auch in Gradmass anzugeben.)

b) Welchen WW. des Trapezes sind sie gleich und warum?

c) Was folgt daraus für CD und AB? Nach welchem Gesetz?

d) Können AD und BC auch parallel sein? Wie viel Paare paralleler Seiten hat also das Trapez?

e) Wie gross sind die Schenkel AD und BC vergleichsweise? Warum? Wie gross jeder?

f) Wie erklärst du nun das symmetr. Trapez?

g) Wie sind die Winkel an jeder Parallele z. B. A und B oder $A\widehat{D}C$ und $B\widehat{C}D$? An welcher stumpf, wie an der andern?

h) Wie gross ist die Winkelsumme (WS.) an jedem Schenkel, z. B. $A\widehat{B}C$ und $B\widehat{C}D$? Warum? Wie viel Winkel braucht man also im symmetr. Trapez nur zu wissen, um die andern zu berechnen? z. B. $\widehat{A} = 70^0$, wie gross die andern? (Vgl. §. . . WS. des Vierecks.)

Specialfall: Wenn die Basiswinkel $= 60^0$ sind; zeichne das Trapez. Wie gross sind dann die andern Winkel? Was für ein Dreieck muss dann bei der Construction zuerst gezeichnet werden?

3) Klappe das symmetrische Trapez um AB, gibt welche Gegenfigur? (Figur 14.)

a) Wie sind nun die beiden symm. Trapeze?

b) Welche Gerade ist Symmetrale?

c) Ziehe die Verbindungslinie der Mittelpunkte m und m_1 der kleinen Parallelen und klappe die Hälfte des symm. Trapez um sie als Axe. Ist sie Symmetrale? Welche Elemente decken sich?

d) In welche und was für Figuren wird das Sechseck $ADCBC_1D_1$ durch die beiden Symmetralen zerlegt? Papierfalten!

e) Ziehe DD_1 und CC_1, worein zerfällt dann das Sechseck? 1) Ohne und 2) mit den Symmetralen?
f) Wenn wird das Sechseck zu einem regulären, d. h. mit lauter gleichen Seiten und gleichen WW.? Zeichne es!

V. Aus der Flächenberechnung.

§. No. Wiederhole die Construction (eines Quadrats) für $AB = AD = 2\frac{1}{2}^{cm}$. (Figur 15.)

a) Wie viel halbe Quadrate erhältst du an jeder Seite? Ausserdem welches kleinere Quadrat?
b) Wie gross ist also die ganze Fläche?
Schreibe: $F = 4 + 4. \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 6\frac{1}{4}$ □cm. $= \frac{25}{4}$ *)
c) Wiederhole die Zeichnung und und Berechnung für $AB = AD = 4\frac{1}{4}^{cm}$.
d) Ebenso für $AB = AD = 3\frac{1}{3}^{cm}$. Wie viel Drittelquadrate jederseits gibt dies? Welch kleineres dazu? Also Summa? ($F =$ w. o.)
e) Dasselbe für $AB = AD = 5\frac{1}{5}^{cm}$.
f) Für $AB = 3\frac{1}{2}^{cm}$, $AD = 2\frac{1}{3}^{cm}$ **) Aus welchen Theilen besteht die Figur? Wie gross ist das kleinste Rechteck und warum? ($F =$ □cm $6 + 3. \frac{1}{3} + 2. \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = 8\frac{1}{6} = \frac{49}{6}$ □cm.)
g) Dasselbe für $AB = 4\frac{1}{4}^{cm}$, $AD = 3\frac{1}{5}^{cm}$ (32^{mm}). Fig. w.o.)

No. —) a) Stelle die erlangten Resultate tabellarisch zusammen, wobei $AB = a =$ Grundseite, $AD = b =$ Nebenseite heisse.

a	b	F ganze od. gemischte Zahl.	F einger. Br.
4	3	12	—
3	3	9	—
$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{4}$	$\frac{25}{4} \left(= \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2}\right)$

etc. etc.

b) Welche allgemeine Regel ergibt sich hieraus, wenn du diese Resultate mit den Werthen für a und b vergleichst und wie lautet die Regel in Zeichen (Formel), wenn die Grundseite g, die Nebenseite h (Höhe) heisst?
Satz: Man erhält die Flächenzahl***) eines Rechtecks, wenn etc. oder: Die Flächenzahl .... ist gleich ....
Formel: $F = g \times h$ (kurz $gh =$ Grundseite mal Höhe).
c) Drücke die Seiten in Millimetern aus und vergleiche die Resultate mit den obigen. Ergiebt sich dasselbe?
d) Wenn die Grundseite = der Nebenseite etc. (Quadrat!)

*) Dieses Einrichten des gem. Br. geschieht wegen einer spätern Uebersicht.
**) $\frac{1}{6}$ cm. ist für den Gebrauch ein für allemal zu zeichnen.
***) Statt „Flächenzahl" sagen wir später kürzer: „Fläche".

Kleinere Mittheilungen.

Noch ein Mal die „separirte“ Tangentenformel.

Von F. J. Brockmann in Cleve.

Durch die ausführliche Besprechung, welche Herr Reidt meinem kleinen Aufsatze über die von mir benannte „separirte“ Tangentenformel (vgl. diese Zeitschrift 2. Jahrg. pag. 421*) zu Theil werden lässt, halte ich mich zu der Annahme berechtigt, dass der von mir angeregte Gegenstand wohl mit zu den mancherlei Kleinigkeiten gehört, deren definitive Klarstellung nur durch den Austausch der von verschiedenen Seiten gemachten Beobachtungen und der entgegengesetzten Ansichten zu erwarten ist. Andererseits gestatten mir Eingangs- und Schlussworte jener Besprechung die Erwartung auszusprechen, dass man es mir nicht verdenken wird, wenn ich einige Worte zur näheren Verständigung darauf erwiedere.

Ueber die Bedeutung der „separirten“ Tangentenformel in theoretischer Hinsicht ist Herr Reidt selbstverständlich mit mir einverstanden; — für die Berechnung der fehlenden Stücke eines Dreiecks ist sie indess nach Reidt's Urtheil und Beweisführung an Zweckmässigkeit nicht nur keiner anderen vorzuziehen, sondern nicht einmal gleichzustellen, da sie von allen anderen darin übertroffen wird. —

Könnte ich mich entschliessen, den Werth und die Zweckmässigkeit einer trigonometrischen Formel für die Schule einzig und allein nach ihrer praktischen Anwendbarkeit, oder, besser gesagt, nach der grösseren Bequemlichkeit, durch sie zu einem Resultate zu gelangen, zu beurtheilen, so würde ich Reidt's Verurtheilung der separirten Tangentenformel von ganzem Herzen unterschreiben und die im Briefkasten des 1. Heftes dieses Jahrgangs signalisirte „Kriegserklärung“ an dieselbe durch erfolgte Niederlage für erledigt ansehen. Ich habe indess noch andere Kriterien der Zweckmässigkeit einer Formel, und zwar vom pädagogischen Standpunkte aus, welche ich hier meinen geehrten Fachcollegen zur geneigten Prüfung etwas näher darlegen will.

---

*) Vgl. auch die Bemerkung von Hoüel III, 377. D. Red.

Der schliessliche Zweck der trigonometrischen Auflösung eines Dreiecks ist für die Schule keineswegs, die Grösse der nicht gegebenen Stücke zu erfahren, sondern in erster Linie, die Handhabung der Formeln zu erlernen. Das Neue, was der Schüler hier vorzugsweise lernen soll, ist aber die Handhabung der logarithmisch-trigonometrischen Tabelle. Ob er daher auf dem einen oder anderen Wege etwas schneller oder bequemer zu einem Resultate gelangt, ob er beispielsweise 8 oder 10 Logarithmen, auch wenn sie auf verschiedenen Seiten der Tabelle gesucht werden müssen, aufzuschlagen hat, kann gar nicht ins Gewicht fallen. Da nun die verrechneten Resultate auf die eine oder andere Weise von dem Schüler stets zu controliren sind, so ist nach meiner Ansicht bei der Beurtheilung einer Formel die Art der Controle entscheidend. Die einzig einfache und daher beste Controle scheint mir aber für die Fälle der Dreiecksauflösungen, wo drei oder zwei Winkel zu den gesuchten Stücken gehören, also auch in unserem Falle, die Winkelprobe zu sein. Keiner anderen Controlerechnung wird sich der Schüler mit einem grösseren Interesse und lieber unterziehen.

Die von Reidt im Uebrigen mit vollem Rechte hervorgehobene Mollweide'sche Doppelformel hat für mich das Bedenkliche, dass die nöthige Probe durch die Logarithmen des Sinus und Cosinus der noch problematischen halben Winkeldifferenz, also gerade durch eine Operation gemacht werden soll, deren Erlernung der Zweck der Rechnung für den Schüler ist. Ich denke hierbei, da es uns Lehrern nun einmal nicht beschieden ist, mit einer ausgewählten Schülerschaar zu arbeiten, an die durchschnittliche Befähigung der Schüler. Wenn ein Durchschnittsschüler die Rechnung nach der Mollweide'schen Doppelformel gemacht hat, und die von Reidt angegebene Probe am Ende nicht stimmt, so wird er, wenn er auch in den letzten Logarithmen gefehlt hat, doch den oder die Fehler in der früheren Rechnung vermuthen. Die drei Winkel aber, das darf wohl angenommen werden, addirt auch ein Durchschnittsschüler in den meisten Fällen richtig.

Dass die logarithmisch unterbrochene separirte Tangentenformel auch für logarithmisch-bequeme Rechnung umgeformt werden kann, habe ich nur beiläufig, nicht als besonderen Vorzug erwähnt. —

Nach dem Gesagten halte ich die separirte Tangentenformel für die Auflösung eines Dreiecks aus zweien seiner Seiten und dem eingeschlossenen Winkel vom pädagogischen Standpunkte aus nach wie vor für vorzugsweise geeignet, namentlich, wie ich auch gerade in meinem früheren Aufsatze hervorgehoben habe, im Gegensatze zu der elegant scheinenden (combinirten) Tangentenformel, wenngleich die von Reidt gemachten Ausstellungen und Bemerkungen von einem andern Standpunkte aus gewiss zu beachten und unter Umständen für die Schule mit Vortheil zu verwerthen sind.

Ich empfehle daher den Gebrauch derselben hier von Neuem meinen Collegen und darf die gegründete Hoffnung aussprechen, dass die dadurch bei den Schülern erzielten Erfolge für die wenigen und geringen Unbequemlichkeiten hinreichend entschädigen werden.

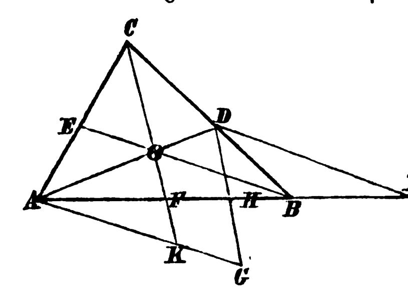
Materialien zu Schüleraufgaben.

1.

Ueber die Aufgabe: Ein Dreieck zu construiren aus seinen drei Mittellinien. (Mit Rücksicht auf G. Hellmann's Mittheilung II S. 211.)

Von F. G. Brockmann in Cleve.

Im zweiten Jahrgange dieser Zeitschrift S. 211 theilt Herr G. Hellmann in Brieg eine, wie er meint, neue Lösung der Aufgabe: „Ein Dreieck aus seinen drei Mittellinien zu construiren" mit, die er auf den bekannten Satz $a^2 + b^2 - \frac{1}{2} c^2 = 2 m_c^2$ stützt. Er weist mit Hülfe dieses Satzes nach, dass die Seiten eines Dreiecks sich zu den Mittellinien desjenigen Dreiecks, welches man aus den Mittellinien des ersten construirt, verhalten wie $4:3$, woraus er dann eine elegante Construction ableitet.



Der Weg, auf welchem Hellmann zu seiner Construction gelangt, mag neu sein, die Construction selbst, gestützt auf jenes Verhältniss, ist älter. Man gelangt nämlich auf dem Wege der geometrischen Analysis leicht zur Erkenntniss desselben Verhältnisses und folglich zu derselben Construction, wenn man zwei Mittellinien (parallel mit sich selbst) verlegt, und zwar die eine in den einen, die andere in den anderen Endpunkt der dritten ($DG \parallel CF$, $AG \parallel EB$). Leicht ist alsdann zu zeigen, dass das erhaltene Dreieck ADG, dessen Seiten die gegebenen Mittellinien sind, selbst Mittellinien hat, die sich zu den Seiten des gesuchten Dreiecks verhalten wie $3:4$; ($AH:AB = 3:4$). Die daraus folgende Construction, welche mit der von Hellmann mitgetheilten identisch ist, findet sich in meiner Planimetrie bei A. 119, pag. 94 angedeutet.

Zusätzlich möge noch bemerkt werden, dass auch das Hilfsdreieck ADJ ($DJ \parallel EB$), von welchem zwei Seiten und die Mittel-

linie der dritten gegeben sind, durch die übliche Verlängerung von *DH* über *H* hinaus um sich selbst zu derselben Lösung führt. Selbst wenn man, wie mir am natürlichstsn zu sein scheint, *AOB* als Hülfsdreieck ansieht, gelangt man durch das Dreieck *AOK* zu demselben Verhältniss und also auch zu derselben Lösung.

2.

Sätze, die sich an den Pythagoräischen Lehrsatz anschliessen. (Mit Rücksicht auf Th. Duda's Mittheilung II S. 213.)

Von Demselben.

Der von Herrn Gymnasiallehrer Th. Duda in Brieg ibid. S. 213 aufgestellte Satz: „Das Quadrat über einer Dreiecksseite ist gleich der Summe der Rechtecke aus je einer der beiden anderen Seiten und der Projection der ersten auf sie" ist nicht allgemein wahr. Er ist nur wahr 1) von dem Quadrate derjenigen Dreiecksseite, an welcher zwei spitze Winkel liegen; und 2) von dem Quadrate einer Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks. Dagegen ist derselbe nicht wahr für das Quadrat derjenigen Dreiecksseite, an welcher ein stumpfer Winkel liegt. In diesem Falle tritt statt der Summe jener Rechtecke eine Differenz ein. Auch der Lehrsatz von Pappus, auf den sich Duda beruft, erleidet bekanntlich insofern eine Modification, als statt der Summe eine Differenz eintritt, wenn eins der beliebigen über 2 Dreiecksseiten beschriebenen Parallelogramms nach innen, das andere nach aussen gelegt ist. (Man vergleiche Brockmann, Planimetrie S. 66.) Ferner ist eine Modification des Lehrsatzes von Pappus erforderlich, wenn der Beweis für den unter 2) aufgestellten Fall auf denselben gestützt werden soll.

Die von Duda gezogenen Consequenzen werden bis auf den dritten speciellen Fall von dieser Modification nicht betroffen. Diese dritte Folgerung aber, die zwar thatsächlich richtig ist, darf mit Rücksicht auf den Ausnahmefall des Hauptsatzes nicht so, wie von Duda geschehen, gezogen werden. —

Die richtige Fassung des Hauptsatzes wäre hiernach, wenn obiger Ausnahmefall ausgeschlossen sein soll, diese: Das Quadrat über einer Dreiecksseite, an welcher kein stumpfer Winkel liegt, u. s. w., wie bei Duda; soll dagegen der Ausnahmefall mit berücksichtigt werden, so möchte die allgemein gültige Fassung des Satzes wohl etwas weitläufig werden, da ja auch von der eintretenden Differenz Minuendus und Subtrahendus zu präcisiren wären.

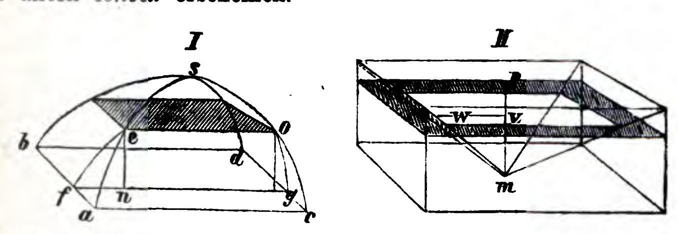
3.

Eine geometrische Aufgabe aus der Baukunst.

Von F. C. Fresenius.

Wenn man zwei identische Halbcylinder, bei denen die Viereckslächen Quadrate sind, so mit diesen Ebenen über ein Quadrat legt, dass sich die Achsenrichtungen kreuzen, so schneiden sich die krummen Flächen in zwei Diagonalbogen, deren Durchschnittspunkt als Scheitel über der Mitte des Grundquadrats steht. Die Figur bildet das, was man in der Baukunst ein offenes Kreuzgewölbe nennt. Denkt man sich die krummen Flächen der Halbcylinder mit Ausnahme der Theile, welche innerhalb ihrer Schneidung liegen, mit einer Steinschicht bedeckt, so lässt sich begreifen, wie die Steine eines solchen Gewölbes, jeder in Keilform nach unten verjüngt, eine sich tragende Decke bilden, von der kein Theil sich nach unten durchdrängen hann und deren gesammte Last lediglich auf die vier Eckpunkte des Grundquadrats entladen wird. Es wird nun die Frage sein: wie stark sind die Säulen oder Pfeiler, welche an diesen vier Punkten das Gewölbe tragen, belastet?

Wenn die Seite des Quadrats (= Durchmesser der Halbcylinder = Achsenlänge derselben) gegeben ist, so kann der von dem beschriebnen Gewölbe überspannte, ausserdem von vier Halbkreisflächen und der quadratischen Grundfläche begrenzte Körperraum berechnet werden. Um ihn zu finden, muss man von der Summe der beiden Halbcylinder einen Körperraum abziehen, der beiden gemeinsam ist. Er wird von denjenigen Theilen der krummen Cylinderflächen überspannt, welche bei dem erstbeschriebnen Körper als wegfallend betrachtet wurden und hat ausser diesen nur noch das Grundquadrat zur Begrenzung. Das Gewölbe, welches den letzteren überspannt, heisst Klostergewölbe. Es zeigt von unten (innen) betrachtet *concave* Diagonalkanten, während die Kanten jenes Kreuzgewölbes von unten *convex* erscheinen.



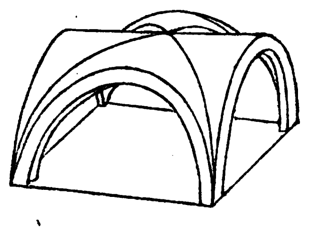
Durch dieses Klostergewölbe (I) sei eine Ebene $feogn$ senkrecht zur Grundebene und parallel zur Kante ac gelegt, welche die Reste der Cylinderfläche sba und sdc in den Kreisbogen fe und og schneiden muss. Da nun $fg = ac$ (es heisse $2\,R$), so ist, wenn $en = h$ senkrecht zu fg ist, $fn : h = h : ng$ d. h. $fn\,(2\,R - fn) = h^2$

und $fn = R - \sqrt{R^2 - h^2}$. Demnach ist $eo = 2R - 2fn = 2\sqrt{R^2 - h^2}$ und das Quadrat, welches der Schnitt in der Höhe h parallel zur Grundfläche an dem Körper bildet, $= 4(R^2 - h^2)$.

II stellt ein Parallelepiped von der nämlichen Grundfläche (Quadrat mit der Seite $2R$) und der Höhe R vor. Eine in umgekehrter Lage aus diesem weggenommene vierseitige Pyramide hat dieselbe Grundfläche und Höhe. In der Höhe $vm = h$ ist auch hier ein Parallelschnitt geführt. Da $mp : pq = mv : vw$ und $mp = pq = R$, so ist auch $vw = mv = h$. Also der quadratische Pyramidenschnitt $4h^2$ und der rahmenförmige Durchschnitt des ausgehöhlten Körpers $= 4R^2 - 4h^2 = 4(R^2 - h^2)$.

Wenn aber nach dem Cavallierischen Satz zwei Körper in einer beliebigen Höhe gleiche Parallelschnitte haben, sind sie raumgleich. Demnach ist der vom Klostergewölbe überspannte Körperraum gleich der Differenz jenes Parallelepipeds und seiner Pyramide, also $= 4R^3 - \frac{4R^3}{3} = \frac{8R^3}{3}$, (der Kante commensurabel).

Der Raum unter dem Kreuzgewölbe aber (um von der Summe der Halbcylinder den eben gefundenen Werth zu subtrahiren) $= 2R^3\pi - \frac{8R^3}{3} = \frac{2R^3(3\pi - 4)}{3}$.



Setzt man nun in diese Formel nach einander zwei Werthe für R ein, von denen der eine um die beabsichtigte Mauerdicke kleiner ist als der andre, so erhält man als Differenz eine Mauermasse, von welcher man nur noch vier Halbcylinder (vom kleineren Radius und von der Mauerdicke) zu subtrahiren hat, um die Steinmasse des offenen Kreuzgewölbes cubisch darzustellen.

Das Resultat mit dem specifischen Gewichte des Steins und dem Wassergewicht der cubischen Masseinheit multiplicirt gibt den Druck auf die Stützen.

Zu bemerken ist übrigens noch, dass der praktische Architekt stets die Dicke der Gewölbschicht gegen den Scheitel des Gewölbes hin geringer zu wählen pflegt als tiefer unten. Immerhin könnte die einfache hier entwickelte Formel, vielleicht gerade weil sie den Druck übertreibt, willkommen sein.

Literarische Berichte.

G. Emsmann, **Mathematische Excursionen. Ein Uebungsbuch zum Gebrauche in den oberen Classen höherer Lehranstalten und beim Selbststudium. Zugleich Sammlung mathematischer Abiturienten-Aufgaben.** Halle a. S. 1872, Louis Nebert. 218 u. X S. in 8.

Der Verfasser bemerkt in der Vorrede, dass der mathematische Schulunterricht nicht blos ein Wissen, sondern noch mehr ein Können zu erzielen habe. Um dieses Können zu erlernen, seien gute Vorbilder und Muster nöthig, die aber der Schüler nicht blos im mündlichen Vortrage hören, sondern auch sehen und immer wieder sehen wolle. Die vorliegenden „mathematischen Excursionen" sollen dazu beitragen, die hierdurch gestellte Aufgabe zu lösen.

Diesen Zweck dürften dieselben im Ganzen vortrefflich erfüllen. In vierzehn Abschnitten gibt der Verfasser eine durchweg ausgeführte, streng wissenschaftliche und gründliche Behandlung einer Reihe von Uebungsstoffen aus verschiedenen Theilen unsers mathematischen Schulunterrichts. Die rein synthetische Form der Darstellung lässt zwar den Lernenden nur receptiv thätig sein, doch sorgen zahlreiche Aufgaben und Anwendungen, welche mit mehr oder minder ausführlichen Andeutungen zur Lösung versehen sind, auch für eine mehr heuristische Thätigkeit desselben.

Besonders umfangreich ist der erste Abschnitt ausgefallen, derselbe behandelt das durch die Höhen eines ebenen Dreiecks und das zugehörige Fusspunkten-Dreiek bestimmte Gebilde und gipfelt in dem Satze von dem Kreis der neun Punkte. Ihm schliesst sich dem Inhalte nach am nächsten der 10. Abschnitt an, welcher einige Sätze über Ecktransversalen enthält. Auch der 4. und 6. Abschnitt sind construirender Natur; jener behandelt Aufgaben, in welchen unter den Bestimmungsstücken eines Dreiecks der Quotient zweier Dreiecksseiten, dieser solche, dei denen die Differenz der Höhensegmente einer Dreiecksseite gegeben ist. Die Berechnung der gesuchten Stücke ist in beiden Fällen nicht ausgeschlossen, und namentlich im letzteren Fall wird dieselbe (auch die trigonometrische)

nicht selten zur Analysis benutzt. Endlich gehört hierher der Abschnitt 11, welcher einige Berührungs-Aufgaben, meist einzelne Fälle des Apollonischen Problems in der Ebene, enthält.

Die analytische Geometrie der Ebene wird vertreten durch die Abschnitte 3, 7, 12 und 13, welche die Entfernungsörter des Dreiecks, die Discussion der allgemeinen Gleichung der Kegelschnitte für Parallelcoordinaten, einige geometrische Oerter und zwei Parabel-Aufgaben enthalten.

Vorwiegend oder ausschliesslich arithmetischer Natur ist die Behandlung der Abschnitte 2, 5, 8 und 9. Der zweite gibt die Construction der linearen Wurzeln einer quadratischen Gleichung, im Wesentlichen nach der auch von Ziegler in dieser Zeitschrift ausgeführten Methode; der fünfte zeigt, wie die Berechnung geometrischer Grössen durch quadratische Gleichungen zur Bestimmung von Maximal- und Minimal-Werthen benutzt werden kann. Recht hübsch ist der achte Abschnitt, welcher nach einer Vorlesung Dirichlets über Zahlentheorie eine die halbe Arbeit ersparende Regel für die Berechnung eines bestimmten einzelnen Näherungsbruchs eines Kettenbruchs ausführt. Abschnitt 9 endlich enthält die Summation von Reihen, welche durch Verbindung der entsprechenden Glieder zweier arithmetischen oder geometrischen Progressionen durch eine der vier Species entstehen, sowie diejenige einiger trigonometrischen Reihen.

Der Stereometrie ist der vierzehnte Abschnitt gewidmet; er enthält drei Lehrsätze und zwei Aufgaben.

Man sieht, dass die Stereometrie verhältnissmässig stiefmütterlich behandelt ist. Auch fällt es gerade bei dem Schlusscapitel auf, dass der Inhalt desselben auffallend leicht im Vergleich zu dem Früheren und ausserdem ohne rechten Zusammenhang in sich ist, Besondere Erwähnung erheischt hier die in § 106 vorkommende Berechnung der Hypotenuse β eines rechtwinkligen sphärischen Dreiecks aus den Katheten α und φ, für welche der Verf. von der Formel für das allgemeine sphärische Dreieck ausgeht, welche den Sinus des ganzen Winkels durch die drei Seiten ausdrückt, um aus ihr durch eine ziemlich umständliche Umformung die allbekannte einfache Formel $\cos\beta = \cos\alpha \cdot \cos\varphi$ zu finden. Man sieht, zu welchen Irrwegen es führen kann, wenn man, wie neuerdings wiederholt befürwortet ist, die besondere Behandlung des rechtwinkligen sphärischen Dreiecks ausschliesst. Im vorliegenden Fall hätte der Verf. wenigstens von der einfachen Formel $\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \alpha$ für $\alpha = 90^0$ Anwendung machen sollen, er hätte aber nicht einmal nöthig gehabt, Kenntniss der sphärischen Trigonometrie vorauszusetzen, sondern aus der Figur seiner Aufgabe unmittelbar $a \cdot \cos\beta = a \cos\alpha \cdot \cos\varphi$ ableiten können.

Auch die so dankbaren Gebiete der neueren Geometrie über

harmonische Punkte und Strahlenbüschel, Aehnlichkeitspunkte, Potenzen beim Kreise, Pole und Polaren u. dergl. sind verhältnissmässig wenig und nur gelegentlich herangezogen worden, dafür erscheint die analytische Geometrie, die doch dem Lehrplan eines Theiles der höheren Lehranstalten völlig fehlt, mit besonderer Vorliebe behandelt. Schade, dass dadurch ein Theil des Buches weniger allgemein verwerthbar wird, als sonst möglich gewesen wäre. Wir würden gerne auf die Anwendung der Methode der analytischen Geometrie an manchen Stellen zu Gunsten der vorher genannten Partien verzichten und auch den gelegentlichen Gebrauch der Differentialrechnung noch mit in den Kauf geben. So ist beispielsweise im 4. Abschnitt die für denselben grundlegende Bestimmung des geometrischen Orts der Spitzen der Dreiecke von gegebener Grundlinie und gegebenem constanten Verhältniss der beiden anderen Seiten mittelst analytischer Geometrie ausgeführt, die im ganzen Abschnitt weiterhin nicht angewendet wird. Hier wäre wohl der Gebrauch der bekannten betreffenden Sätze über harmonische Punkte und Strahlenbüschel angezeigt gewesen, während die analytisch-geometrische Behandlungsweise allenfalls anmerkungsweise für die weitere Uebung der Realschüler hätte beigegeben werden können. Ebenso werden zur Lösung von Berührungsaufgaben mehrfach Kegelschnitte angewendet (z. B. Abschnitt 12, Aufgabe 90), wo ganz elementare Methoden vorhanden sind, welche vielleicht hätten benutzt, bezw. erwähnt werden können.

Bei dieser Gelegenheit mag bemerkt werden, dass der Verf. in dem angeführten § 90 die Möglichkeit einer umschliessenden Berührung ausser Acht gelassen hat; der geometrische Ort für den Mittelpunkt eines Kreises, welcher eine gegebene Gerade und einen gegebenen Kreis gleichzeitig berührt, wird von zwei Parabeln gebildet, denn es ist nicht nothwendig, dass, wie der Verf. sagt, die der gegebenen Geraden parallele Directrix auf der dem Kreise abgewendeten Seite liege, und die zwei Auflösungen der Aufgabe erweitern sich daher zu vieren. In der Aufgabe des § 93 muss es statt Sehne Secante heissen, da sonst der von aussen berührende Kreis nicht als Auflösung genannt sein dürfte. Der folgende § 94 enthält eine Weitläufigkeit, da man zur Ableitung der gesuchten Gleichung der Curve einfach

$$PF^2 = AP \cdot PB = r^2 - PO^2; \; y^2 + (x-a)^2 = r^2 - (x^2 + y^2);$$
$$y^2 + x^2 - ax = \tfrac{1}{2}(r^2 - a^2)$$

setzen kann, während der Verf. 26 Zeilen braucht, übrigens den diesem kürzeren Verfahren zu Grunde liegenden Gedanken selbst in der beigefügten elementar-geometrischen Auflösung benutzt.

Doch, brechen wir diese Bemerkungen ab, um nicht den Anschein zu erregen, als wollten wir an dem, wie bemerkt, im Ganzen trefflichen Buche mäkeln; möge der Verf. aus denselben ersehen,

dass sein Werk nicht oberflächlich studirt ist, und den Wunsch erkennen, dasselbe in einer 2. Auflage weiter gefördert zu finden.

Ein dem Buche beigegebener Anhang enthält noch 333 Abiturienten-Aufgaben ohne Lösung und ohne Resultate. Dieselben sind, der Vorrede nach zu schliessen, aus Programmen gesammelt und enthalten manches Schöne. Doch kann nicht verschwiegen werden, dass ein Princip in der Auswahl und Anordnung nicht recht zu erkennen ist; ganz leichte Aufgaben stehen unvermittelt neben auffallend schweren, und die letzteren errinnern theilweise sehr an die bekannte Bemerkung des Prof. Koppe in Soest über die Schwierigkeit mancher Abiturienten-Aufgaben. Lässt sich auch manche zu schwere Aufgabe durch Correctur eines Druckfehlers unschwer erklären (so z. B. unter den hier vorliegenden Nr. 76 durch die Annahme, dass $\cos 5x$ statt $\cos 4x$ zu schreiben sei), so bleiben doch auch Aufgaben übrig, welche eine solche Annahme ausschliessen, wie beispielsweise die beiden folgenden Nummern:

92. $16 \sin x \sin 2x \sin 3x \sin 4x = 3.$

93. $16 \cos x \cos 2x \cos 3x \cos 4x = 1.$

Man wende nicht ein, dass die Schwierigkeit einer Aufgabe durch die vorhergegangene Behandlung ähnlicher unter Anleitung des Lehrers im mündlichen Unterricht gemildert werden könne, denn auch in diesem Falle würde dem Zweck der Prüfung kaum entsprochen werden, wenigstens nicht bei Aufgaben von so erheblicher Schwierigkeit für Schüler, oder von so bedeutendem Umfang, wie einzelne der im vorliegenden Werke zusammengestellten.

Hamm. REIDT.

HESSEL, Dr. (Prof. in Marburg.) Uebersicht über die gleicheckigen Polyeder und Hinweisung auf die Beziehungen dieser Körper zu den gleichflächigen Polyedern. (Marburg 1871.)

So lautet der vollständige Titel einer kleinen Schrift, welche denjenigen, die sich für Polyeder interessiren, sowie den Lehrern der Stereometrie und Krystallographie bestens empfohlen werden kann. Sachlich Neues ist zwar in dem 30 Seiten starken Schriftchen nicht geboten; auch fehlt jede Anknüpfung an die bereits vorhandene Literatur dieser von Archimedes entdeckten und nach ihm benannten Polyeder, welche von Pappus beschrieben, von Kepler abgeleitet und abgebildet, endlich von Meyer Hirsch eingehender untersucht worden sind (s. Baltzer, Elemente, Buch V, § 7, 5).

Die Darstellung selbst aber ist klar und übersichtlich und führt den Leser auf leichte Art in ein Gebiet ein, das freilich von den viel interessanteren unendlich fernen und imaginären Gebilden

gänzlich in Schatten gestellt ist, doch aber denen, welche das Reelle und Specielle noch einer Betrachtung werth halten, und der Ausbildung des Anschauungsvermögens neben der des Abstractionsvermögens noch eine Berechtigung zugestehen, weniger unbekannt sein sollte. J. C. BECKER.

THOMÉ, O. W. Dr. (ordentlicher Lehrer an der städtischen Realschule erster Ordnung zu Köln). Lehrbuch der Botanik für Gymnasien, Realschulen, forst- und landwirthschaftliche Lehranstalten etc. Mit 890 verschiedenen in den Text eingedruckten Holzstichen. Zweite vermehrte und verbesserte Auflage. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn 1872. XII und 363 S. Preis 1 Thlr.

Es ist eine erfreuliche Erscheinung, dass ein Buch, wie vorliegendes, in so kurzer Zeit (seit 1869) eine zweite Auflage erlebt hat; man sieht, dass das Bedürfniss eines tieferen Verständnisses der Botanik schon recht allgemein geworden ist, dass man sich immer mehr gewöhnt, unter Botanik nicht blos Specienkenntniss zu verstehen. Für die auf dem Titel zuerstgenannten Gymnasien freilich, die nach dem Regulativ nur in Sexta, Quinta und Untertertia im Sommerhalbjahr Botanik treiben, scheint ein solcher Cursus nicht wohl durchführbar: der regulativmässige Ausfall der Naturgeschichte in Quarta macht eben jede solide Leistung unmöglich. Aber Allen, denen es vergönnt ist, tiefer in das Studium der Botanik einzugehen, möge Thomés Buch bestens empfohlen sein. Die Schüler der Realschulen, forst- und landwirthschaftlichen, sowie pharmaceutischen Lehranstalten etc. werden aus demselben einen mehr als genügenden Einblick in den gegenwärtigen Stand der botanischen Wissenschaft erlangen und sich für ein umfassenderes Studium sehr gut vorbereiten können.

Das Buch legt „den Schwerpunkt der Botanik in die Erkennung des Lebens der Gewächse und in die Auffassung des Pflanzenreichs als eines organischen Ganzen.“ Demnach mussten „die reichen Erfahrungen der Neuzeit auf dem Gebiete der Anatomie und Physiologie volle Berücksichtigung finden und ein natürliches Pflanzensystem angewendet werden; dagegen erschien es nöthig, die Systematik der höheren Pflanzen in engere Grenzen zu weisen, und jener der niederen eine hervorragendere Stelle einzuräumen, als dies in den meisten Lehrbüchern geschieht; in welchen das Bestimmen der Pflanzen als der Hauptzweck des botanischen Unterrichts hingestellt wird. Systematische Vollständigkeit liegt demnach nicht in dem Plane des Buches, dagegen wird stets auf die lebendige Wirklichkeit zurückgegangen, des grossen reformatorischen Einflusses Erwähnung gethan,

den die Kenntniss des Pflanzenlebens auf äusserst wichtige Fragen der praktischen Landwirthschaft, der Heil- und Arzneikunde ausübt."

Der Inhalt der einzelnen Capitel der allgemeinen Botanik ist folgender: 1) Die Zelle als Individuum. 2) Die Zelle als Glied einer Gruppe von gleichartigen Zellen. 3) Der Aufbau der Pflanzen aus Zellen. 4) Die Pflanze in ihrer äusseren Gliederung. 5) Das Leben der Pflanze (Stoffwechsel in der Pflanze, Fortpflanzung, Bewegungserscheinungen [Gewebespannung, Ranken etc., Lichtreiz u. s. w.], allgemeine Lebensbedingungen, Pflanzenpathologie).

Im speciellen Theil sind die Kryptogamen bei Weitem bevorzugt: die gewaltigen und überraschenden Entdeckungen der letzten 25 Jahre über die Entwicklungsgeschichte der Kryptogamen rechtfertigen diese Bevorzugung. Der Leser erlangt mit leichter Mühe einen Einblick in diese interessanten Verhältnisse und zugleich eine Kenntniss derjenigen niederen Pflanzen, die in neuerer Zeit durch ihre praktische (zumal pathologische) Wichtigkeit allgemeines Interesse erregt haben.

Den Schluss bilden (Pflanzen-) Paläontologie (in der neuen Auflage mit Abbildungen) und Pflanzengeographie.

Die Tabellen für die Eintheilung der höheren Pflanzen (Phanerogamen) geben nur den allgemeinen Charakter der Ordnungen und Familien, ohne auf Ausnahmen einzugehen,*) so dass der Leser wohl ein Bild der betreffenden Gruppen erlangt, nicht aber nach dem Buche bestimmen kann. Wer Pflanzen bestimmen will, muss sich noch mit einer Flora**) versehen. Hiermit will ich jedoch keinen Tadel aussprechen, im Gegentheil würde die Berücksichtigung der Ausnahmen das Bild der Familie verwischen. Dieses Bild wird noch deutlicher durch die wahrhaft ausgezeichneten Abbildungen, die auch über die Fortschritte der Technik ein günstiges Zeugniss ablegen. Nächst der Charakteristik der Familien sind die in irgend einer Weise, besonders praktisch, wichtigen Pflanzen aufgezählt und besprochen, ohne nähere Beschreibung.

Für *Diclytra* oder *Dielytra* hat der Verf. mit Recht den ursprünglichen Namen *Dicentra* wieder hergestellt.

Die zweite Auflage ist nur wenig verändert. Die Hauptabweichung besteht darin, dass die Beschreibung des inneren Baues der Monokotylen und Dikotylen aus dem dritten Capitel in das sechste (Specielle Morphologie) verwiesen ist. Uebrigens ist die zweite Auflage so getreu der ersten nachgedruckt***), dass sich die (jedoch

---

*) Es fehlt daher nicht an Widersprüchen z. B. sind nach S. 249 die Blüthe der Oleraceen (Chenopodiaceen und Polygoneen) zwitterig, ebenso die der Centrospermeen (darunter die Loranthaceen), während doch diese Ordnungen mehrere recht wichtige diklinische Pflanzen enthalten.

**) Wir empfehlen Wünsches Excursionsflora.

***) Verfasser und Verleger scheinen von der Nothwendigkeit der neuen Auflage überrascht worden zu sein.

nicht zahlreichen) Druckfehler der ersten meistens in der zweiten wiederfinden z. B. S. 262 Z. 2 Lauris statt Laurus, S. 276 Z. 8 Lentilularieae statt Lentibularieae, S. 299 Z. 18 Myrthus statt Myrtus; auf S. 153 steht Münze (Mentha), auf S. 277 bald Minze, bald Münze in beiden Auflagen. (Die Schreibart Minze verdient offenbar den Vorzug.)

Auf S. 138 über den Einfluss des Tageslichtes ist in der zweiten Auflage der Haupttext geändert, indem die chemischen Vorgänge in der ersten Auflage den minder brechbaren Strahlen zugeschrieben, in der zweiten dagegen von der Intensität des Lichts abhängig erklärt werden, die zugehörige Anmerkung ist aber unverändert geblieben, so dass sie dem Texte widerspricht. Auf S. 145 werden Pilze für die Ursachen (nicht Begleiter) der Pflanzenkrankheiten erklärt, in der Figurerklärung auf S. 149 für Begleiter.

Nach S. 339 soll die Fichte am Nordkap wachsen; vielleicht ist die Fichte mit der Kiefer verwechselt, obwohl auch diese schwerlich das Nordkap erreichen möchte. Vgl. Grisebach, Vegetation der Erde I, 136.

Die Terminologie der Früchte ist verständiger behandelt, als gewöhnlich; aber dennoch fehlt es nicht an Unrichtigkeiten und Inconsequenzen: es ist, als liege ein Fluch auf diesem Zweige der botanischen Wissenschaft. z. B.

Auf S. 98 ist die „mehrsteinige Steinbeere der Cornelkirsche“ abgebildet: man kann correcter Weise die Steinbeere mit zweifächrigem zweisamigem Steine unmöglich mehrsteinig nennen, da in der That nur ein Stein darin ist. (Mispel und Mehlfässchen könnte man mehrsteinig nennen.)

Gliederhülse und Gliederschale sind unter den Kapseln aufgeführt, während auf S. 96 (unter Spaltfrucht) zu lesen ist: „Die einzelnen Stücke der quertheiligen Spaltfrucht heissen Glieder. Zu den Spaltfrüchten mit Quertheilung müssten streng genommen auch die Gliederschoten und Gliederhülsen gerechnet werden.“ Es heisst also „streng nehmen“, wenn man Fruchtformen, die ganz offenbar der Definition der Kapsel widersprechen, nicht zu den Kapseln rechnet! Und, möchte ich fragen, was für quertheilige Spaltfrüchte bleiben noch übrig, wenn man die Gliederhülse und -schote nicht dazu rechnet?

Man sollte sich entschliessen, Hülse oder Schote geradezu, dem thatsächlichen Gebrauche entsprechend, zu definiren als Frucht der Leguminosen oder Cruciferen, welche Frucht dann in der Charakteristik der Familie beschrieben werden müsste.

In der Definition der Schote (S. 94) heisst es: „Die Schote ist zweifächrig“ etc. Bei den Fumariaceen (S. 322) steht: „Die einfächrige Frucht ist entweder eine zweiklappige vielsamige Schote“ etc.

Die Ausdrücke „nuss-, beeren-, kapselartige Früchte“ kommen öfters vor (S. 292, 301, 324), ohne dass erklärt wäre, ob damit Nüsse, Beeren, Kapseln gemeint sind oder etwas anderes.

Auf S. 92 ist der „einfächrige Fruchtknoten der Esche“ abgebildet, nach S. 274 wechseln bei den Oleineen „die zwei Fächer des Fruchtknotens“ mit den Staubblättern ab.

Auf S. 97 steht Steinbeere (nicht zugleich Steinfrucht), später (S. 305 u. a.) nur Steinfrucht. Dem Esparsett (S. 303) wird eine Steinfrucht zugeschrieben statt eine Schliessfrucht.

Spaltfrucht ist (S. 96) ganz richtig definirt, als Beispiele sind angeführt die Malven, Boragineen, Geraniaceen und Umbelliferen, die *mericarpia* der letzteren sind Dolden- oder Hängefrüchtchen genannt. Aber bei den *Tricoccae* (S. 259) heisst es „dreifächriger Fruchtknoten, aus dem sich eine kapselartige Frucht bildet, die sich bei der Reife in drei Knöpfe (Theilfrüchte) theilt.“ Bei den Labiaten (277) und Boragineen (278) „besteht die Frucht aus vier Nüsschen,“ trotzdem letztere oben als Beispiele der Spaltfrucht angeführt sind. Bei den Umbelliferen (289) „besteht die Frucht aus zwei sich von unten nach oben trennenden Halbfrüchtchen.“ Auch bei den Geraniaceen (318) ist das Wort Spaltfrucht nicht genannt. Bei den Rubiaceen (281) „ist die Frucht eine Steinfrucht, Beere, Kapsel oder Schliessfrucht; häufig sind auch zwei Früchte mit einander verwachsen, welche sich indessen bei der Reife wieder trennen;“ da diesen Pflanzen nur ein Fruchtknoten zugeschrieben wird (279, 280), so können sie auch (nach S. 93) nur eine Frucht haben. Nur bei den Malvaceen hat das Wort Spaltfrucht Verwendung gefunden.

Ueber die Schliessfrüchte („mit trocknen oder holzigen Wänden“) heisst es S. 97.: „Hierher rechnet man sowohl die echten Schliessfrüchte (*achaenium*) und Schalfrüchtchen (*caryopsis*), deren Samen mit der Fruchtschale eng verwachsen sind, als auch die Nüsse und Flügelfrüchte, deren Samen frei in ihrer Schale liegen. Die echte Schliessfrucht entsteht aus einem unterständigen Fruchtknoten und enthält gewöhnlich nur einen Samen, wie dies bei den Compositen der Fall ist; seltener zwei, wie beim Waldmeister und Labkraut*), und heisst dann Doppelachänium. Die Schalfrucht geht dagegen aus einem oberständigen Fruchtknoten hervor und ist für die Gräser charakteristisch.“ — Es möchte zu viel behauptet sein, dass die Schliessfrucht der Compositen mit dem Samen verwachsen sei. Verschiedene Namen für ober- und unterständige Früchte sind sicherlich nicht am Platze. Wenn die Früchtchen vom Waldmeister und Labkraut „bei der Reife sich trennen“ (S. 281), so sind sie eben Theile einer Spaltfrucht. Die Frucht des Ahorn ist natürlich

*) Wie schon erwähnt, sind auf S. 281 den Stellaten zwei verwachsene Früchte zugeschrieben.

auch Spaltfrucht und gehört keineswegs zu den Schliessfrüchten, also passt auch (S. 315) der Name „doppelte Flügelfrucht“ nicht*).

Es würde mich sehr freuen, wenn der Verfasser bei Bearbeitung der dritten Auflage, die hoffentlich bald nöthig wird, diese Bemerkungen berücksichtigen wollte: dem ausnehmend günstigen Urtheile über das ganze Buch thun sie nur wenig Eintrag. Hoffentlich wird bald durch Aenderung des Regulativs auch den Gymnasien Gelegenheit gegeben, dergleichen Bücher mit vollem Verständniss zu benutzen.

Die Ausstattung ist die rühmlichst bekannte des Vieweg'schen Verlags, die Abbildungen sind schon oben als vortrefflich gelobt worden; eine etwas grössere Breite des Innenrandes der Seiten würde der Benutzung des Buches förderlich sein.

Zum Schlusse sei das Buch nochmals bestens empfohlen.

J. Kober.

Die chemischen Lehrbücher von Husemann, Büchner, Gorup-Benanez, Zängerle, Stammer, Casselmann, Lorscheid und Rubien.

1. Husemann, Dr. A. Grundriss der reinen Chemie. Als Lehrbuch für Realschulen, Lyceen und technische Lehranstalten sowie als Repetitorium etc. (Berlin, J. Springer.) 1 Thlr. 6 Gr.
2. Derselbe. Grundriss der unorganischen Chemie. Abdruck aus dem Vorigen. 16 Gr.

Verfasser gibt zu, dass die atomistische Theorie die chemischen Erscheinungen auf die befriedigendste Weise zu deuten vermag, gebraucht aber ausschliesslich die alten Aequivalentformeln, weil er glaubt, dass sie einfacher und übersichtlicher seien.

Die Bezeichnung Aequivalentgewicht ist aber falsch, da 1 Gew. Wasserstoff nicht 75 Gew. Arsen, sondern 25 oder 15 Gew., in den Oxydulverbindungen 28 Gew. und in den Oxydverbindungen 18,67 Gew. Eisenäquivalent ist. Die sogenannten Aequivalentgewichte sind demnach keineswegs der Ausdruck des thatsächlich Gefundenen, wie der Verf. meint. Dann muss Ref. die neue Formel:

$$H_2 SO_4 + Zn = ZnSO_4 + H_2$$

doch weit einfacher und übersichtlicher halten als die alte dualistische:

$$Zn + SO_3 + HO = ZnO.SO_3 + H$$

Erstere erklärt die Entwicklung von Wasserstoff durch die grössere Verwandtschaft des Zinks zum Schwefelsäurerest SO_4, also durch etwas allgemein Geltendes, die alte Chemie aber muss die ganz neue, durch nichts bewiesene Kraft, die prädisponirende Verwandtschaft, zu Hülfe nehmen, nach welcher also die Schwefelsäure das Zink veranlassen soll das Wasser zu zersetzen. Die heutige Formel H_2O für Wasser drückt aus: dass 2 At. Wasserstoff und 1 At.

*) Vgl. meinen Aufsatz „über die Terminologie der Fruchtformen“ in dieser Zeitschrift Bd. II. S. 292.

Sauerstoff, zu 2 Vol. Wasserstoff und 1 Vol. Sauerstoff zu 2 Vol. Wasserdampf verdichtet sind, dass das Vol. G. des Knallgases $= \frac{18}{3}$, des Wasserdampfes $= \frac{18}{2}$, das sp. G. auf Luft bezogen dagegen $\frac{6}{14,47}$ und $\frac{9}{14,47}$, 1 Liter Wasserdampf 9 Krith (9.0,0894 gr.) wiegt. Die alte Formel *HO* dagegen gibt nur an, dass sich gleiche Aequivalente Wasserstoff und Sauerstoff verbunden haben.

Auch der Vorwurf, dass die neue Theorie für den Schüler zu schwer sei, trifft nicht zu. Offenbar bietet die heutige Chemie einen weit reicheren Stoff zur Geistesbildung und entspricht sonach dem Zweck des Unterrichts besser als die alte, welche mehr das Gedächtniss in Anspruch nimmt. Ref. hat sich überzeugt, dass wenn die neuen Anschauungen auch dem geistig schwächern Schüler einige Schwierigkeiten machen, sie jedoch später weit leichter behalten werden, als die dualistischen Formeln, die ohne innern Zusammenhang dastehen. Die Mehrzahl der Schüler aber folgt dem Unterrichte von der ersten Stunde an mit weit grösserer Theilnahme, weil die den einzelnen Erscheinungen zu Grunde liegenden Gesetzmässigkeiten befriedigender erklärt werden, als es die alte Chemie vermag.

Uebrigens ist das Werk eine sorgfältige Zusammenstellung chemischer Thatsachen, welche zum grossen Theil nur für den Chemiker von Fach wichtig sind; die Erscheinungen des täglichen Lebens werden dagegen sehr wenig berücksichtigt. Als Repetitorium für Mediciner etc. ist das Buch gewiss zu empfehlen, für Realschulen und noch weniger für Lyceen dürfte es sich kaum eignen.

3. Büchner, Lehrbuch der anorganischen Chemie nach den neuesten Ansichten der Wissenschaft. (Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn.) 5 Thlr. 20 Gr.

Verf. bespricht auf 115 Seiten, also in sehr ausführlicher Weise, die Grundlagen der heutigen Chemie und auf 25 Seiten die gewöhnlichen chemischen Operationen, worauf dann Seite 150—938 die specielle Chemie folgt. Die Abschnitte über Werthigkeit, Typen, Basen, Säuren, Salze sind eingehend und verständlich dargelegt, namentlich ist viel Fleiss auf die sogenannten zerlegten Formeln verwandt, z. B.

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} H'- \\ H'- \\ H'- \\ H'- \end{array}\right\} N^{v} - O'' - \\ \left.\begin{array}{l} H'- \\ H'- \\ H'- \\ H'- \end{array}\right\} N^{v} - O'' - \\ \left.\begin{array}{l} H'- \\ H'- \\ H'- \\ H'- \end{array}\right\} N^{v} - O'' - \end{array}\right\} P^{v} = O''$$

1. Phosphors. Ammonium.

$$\begin{array}{l} Al^{iv}\left\{\begin{array}{l} -O''-N^{v}\left\{\begin{array}{l} =O'' \\ =O'' \end{array}\right. \\ -O''-N^{v}\left\{\begin{array}{l} =O'' \\ =O'' \end{array}\right. \\ -O''-N^{v}\left\{\begin{array}{l} =O'' \\ =O'' \end{array}\right. \end{array}\right. \\ \;| \\ Al^{iv}\left\{\begin{array}{l} -O''-N^{v}\left\{\begin{array}{l} =O'' \\ =O'' \end{array}\right. \\ -O''-N^{v}\left\{\begin{array}{l} =O'' \\ =O'' \end{array}\right. \\ -O''-N^{v}\left\{\begin{array}{l} =O'' \\ =O'' \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}$$

2. Salpeters. Aluminium.

$\left.\begin{array}{l} H' - O'' - \\ H' - O'' - \end{array}\right\} C^{IV} = O''$ $\left.\begin{array}{l} K' - O'' - \\ K' - O'' - \end{array}\right\} C^{IV} = O''$

3. Kohlensäure 4. Kohlens. Kalium.
u. s. w.

Ref. zieht allerdings die einfacheren Formeln: 1. $PO\,(ONH_4)_3$, 2. $Al_2\,(O\,NO_2)_6$, 3. $CO\,(OH)_2$, 4. $CO\,(OK)_2$ vor, die leichter zu behalten sind und doch die Constitution der Verbindungen zeigen.

Wenn so das Werk mit Sorgfalt durchgeführt ist, so sind einige Flüchtigkeiten umsoweniger zu rechtfertigen. Das Vol. Gew. der atmosphärischen Luft wird Seite 14 zu 14,45, Seite 162 zu 14,5, Seite 184 dagegen zu 14,43 angegeben. Es ist dieses wieder ein Beweis, dass selbst Fundamentalzahlen, wie es diese Zahl in der heutigen Chemie zur Berechnung des spec. Gew. aus dem At. und Mol. Gew. und umgekehrt, doch unbestritten ist, sich aus einem Lehrbuch in das andere fortschleppen, ohne dass sich die Herren Verf. die Mühe zu nehmen scheinen, auf die Quelle selbst zurückzugehen. Da auch in sämmtlichen der hier besprochenen Bücher die damit zusammenhängenden Zahlen mehr oder weniger falsch und in jedem verschieden angegeben sind, so mag es gestattet sein hier näher darauf einzugehen.

Das spec. Gew. des Sauerstoffs ist nach

Saussure = 1,10562
Dumas und Boussingault = 1,1057
Regnault = 1,10563
Im Mittel = 1,10565.

Das spec. Gew. des Wasserstoffes nach

Berzelius und Dulong = 0,0688—0,0689
Dumas und Boussingault = 0,0691—0,0695
Regnault = 0,06926.

Vergleicht man diese Angaben, so muss es sogleich auffallen, dass die Zahlen für Sauerstoff unter sich sehr gut, die für den Wasserstoff dagegen wenig übereinstimmen. Bei dem leichten Wasserstoff übt eben die geringste Verunreinigung, der kleinste Beobachtungsfehler einen weit grössern Einfluss auf das Resultat aus, als beim Sauerstoff, so dass die Zahl 1,10565 jedenfalls mehr Vertrauen verdient, als die für Wasserstoff. Da nun Sauerstoff 16 mal so schwer ist als Wasserstoff (15,96 von Stass bedarf noch der Bestätigung), so sind wir wohl berechtigt, das sp. G. des Wasserstoffs nach dem Sauerstoff zu bestimmen.

Das sp. G. des Wasserstoffs ist demnach $= \frac{1,10565}{16} = 0,0691$.

In Berlin wiegt 1 Liter atmosphärische Luft bei 760^{mm} und 0^0
1,29363 gr. (in Paris = 1,2932 gr.)*)
1 Liter Sauerstoff = 1,43028 gr. (in Paris = 1,4298 gr.) folglich
1 Liter Wasserstoff = 0,089392 gr. (in Paris = 0,08936 gr.) = 1 Krith. abgerundet = 0,0894 oder auch 0,09 gr.

*) Chem. C.-Bl. 1852. 148.

Das Vol. G. der atmosphärischen Luft ist folglich 14,47 oder für gewöhnlich hinreichend genau 14,5.

Das sp. G. des Chlors ist demnach $\frac{35,5}{14,5}$ = 2,44 gefund. 2,41 und 1 Liter wiegt 35,5 Krith = 3,174 gr. Das Vol. G. des Kohlendioxydes CO_2 ist = $\frac{44}{2}$, sp. G. auf Luft bezogen = $\frac{22}{14,5}$ = 1,517; 1 Liter wiegt 22 Krith = 22. 0,0894 oder 22. 0,09 gr. u. s. f.

Gewiss wäre es wünschenswerth, wenn endlich in wissenschaftlichen Werken Mass und Gewicht in Meter und Gramm ausgedrückt würde; die Mühe der Umrechnung kann doch wahrlich nicht in Betracht kommen. Auch in diesem Werke sind Zoll und Meter neben einander gebraucht. So ist Seite 185 der Luftdruck in Zoll und Fuss angegeben, obgleich die Zahlen auf Metermass berechnet weit einfacher sind. Da das spec. G. des Quecksilbers 13,6, so ist die Wassersäule von 4^0, welche dem Normalbarometerstande entspricht = 1033,6 Cm., und da 1 CC. Wasser = 1 gr., so drückt die Luft auf jeden □ Cm. mit einem Gewicht von 1033,6 gr. und auf 1 □ M. mit 10336 Kilo, oder für das Gedächtniss hinreichend genau: auf jeden □ Cm. mit 1 Kilogr.

Was nun die Anordnung der speciellen Chemie betrifft, so ist es gewiss zu bedauern, dass Verf. sich von der alt hergebrachten Reihenfolge: Sauerstoff, Wasserstoff, Stickstoff, Schwefel, Chlor etc. nicht hat losmachen können. Diese Stoffe haben nichts mit einander gemein, und ist es nicht recht ersichtlich, wie der Schüler einen Ueberblick über das Gebiet der Chemie bekommen soll, wenn die zusammengehörenden Stoffe ohne Grund auseinandergerissen werden. Auch die Trennung der Metalle und Nichtmetalle wäre besser unterblieben, da sie nur auf die physikalischen Eigenschaften der freien Elemente Rücksicht nimmt, der Chemiker aber hauptsächlich die Verbindungen und deren chemische Eigenschaften studirt. Uebrigens ist dieselbe auch nicht consequent durchgeführt, da doch Antimon ebensogut zu den Metallen gehören würde, als Zinn.

Abgesehen davon glaubt Ref. durch die eingehende Besprechung der besonders hervortretenden Mängel gezeigt zu haben, dass das Werk die Beachtung seiner Herren Fachcollegen sehr wohl verdient.

4. v. Gorup-Benanez, Lehrbuch der anorganischen Chemie. IV. Aufl. (Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig.) 3 Thlr. 692 Seiten. 179 Abbild. 1 Spektraltafel.

In der Einleitung bespricht der Verf. in allgemein verständlicher Weise Verwandtschaft, Stöchiometrie, Krystalle etc. Nachdem dann die Nichtmetalle durchgenommen sind, von deren Anordnung leider das vorher Gesagte gilt, folgt eine eingehende Darstellung der ältern und neueren chemischen Theorie, worauf die Metalle das Werk schliessen.

Die zahlreichen Versuche sind mit grosser Sorgfalt beschrieben und durch Abbildungen erläutert, so dass sie auch von Wenig-

geübteren danach ausgeführt werden können. Die Formeln und die Nomenclatur sind sowohl nach der ältern als der neueren Theorie angegeben, wodurch die Brauchbarkeit des Buches erhöht wird.

Von sinnentstellenden Druckfehlern sind folgende bemerkenswerth:

Seite 296,	21 v. u.	muss es heissen	Sb_2S_3	statt Sb_2O_3
„ 297,	8 v. u.	„ „ „	SbS_5	„ SbO_5
		„ „ „	Sb_2S_5	„ Sb_2O_5
„ 389,	16 v. o.	„ „ „	36,5	„ 36,8.
„ 414,	12 v. u.	„ „ „	39,2	„ 29,2.
„ 475,	5 v. u.	„ „ „	2 ($2NaOC_2O_4$). $2HO, C_2O_4$ + 4 aq. statt 2 ($2NaO. C_2O_6$) $2HO, C_2O_4$ + 6 aq.	
„ 524,	21 v. u.	muss es heissen	Kalk	statt Kali.
„ 586,	16 v. u.	„ „ „	Basen	„ Säuren.
„ 590,	18 v. u.	„ „ „	$Pb_4Cr_2O_{10}$	„ $Pb_2Cr_2O_{10}$
	17 v. u.	„ „ „	Pb_2CrO_5	„ $PbCrO_5$.

5. Zängerle, Lehrbuch der Chemie nach den neuesten Ansichten der Wissenschaft. (München, Jul. Grubert.) 2 Thlr.

Dem ganzen Werke sind die neueren Anschauungen zu Grunde gelegt und ist es namentlich hervorzuheben, dass auch die Nomenclatur consequent durchgeführt ist. Bekanntlich bildet gerade diese noch eine schwache Seite der heutigen Chemie. So haben denn auch Stammer und Lorscheid die alten Namen, z. B. schwefelsaures Natriumoxyd beibehalten, obgleich Lorscheid zugibt, dass in der Verbindung kein Natriumoxyd vorhanden ist. Gorup-Besanez, Büchner, Rubien und Zängerle haben deshalb die Bezeichnung schwefelsaures Natrium, kohlensaures Zink etc. gewählt, indem sie damit andeuten wollen, dass der Wasserstoff der Säure durch Natrium, Zink, u. s. f. vertreten ist:

$$H_2SO_4 + Na_2 = H_2 + Na_2SO_4 \text{ oder}$$
$$SO_2 \begin{Bmatrix} OH \\ OH \end{Bmatrix} + Na_2 = H_2 + SO_2 \begin{Bmatrix} ONa \\ ONa \end{Bmatrix}$$

Vergleichen wir damit die entsprechende Reaction der Chlorwasserstoffsäure:

$$2HCl + Na_2 = 2NaCl + H_2,$$

so ist Kochsalz auch Chlorwassersäure, in der der Wasserstoff durch Natrium vertreten ist, müsste demnach chlorwasserstoffsaures Natrium genannt werden. Ebenso:

$$2\,H_2O + Na_2 = 2\,Na\,OH + H_2.$$

Die früher Natriumoxydhydrat genannte Verbindung muss also aufgefasst werden als Wasser, in welchem 1 At. H durch Na vertreten ist und müsste somit Wassernatrium genannt werden.

Zängerle führt nun eine dritte Bezeichnung consequent durch, die sich auch in Fachzeitschriften immer mehr Bahn zu brechen scheint. An die Bezeichnung des Metalles wird nämlich für schwefelsaure Verbindungen das Wort sulfat, für schwefligsaure sulfit, für kohlensaure carbonat, ferner borat, silicat u. s. w. angehängt. Man sagt demnach Natriumsulfat, Zinkcarbonat,

$FeSO_4$ = Ferrosulfat, $Fe_2(SO_4)_3$ = Ferrisulfat,
$KClO_3$ = Kaliumchlorat, KCl = Kaliumchlorid,
$NaOH$ = Natriumhydrat, $Fe_2(OH)_6$ = Ferrihydrat u. s. w.

Die Anordnung des Stoffes ist dem heutigen Stande der Wissenschaft entsprechend. Da auch das wichtigste der organischen Chemie übersichtlich gegeben ist, so kann Ref. das Werk als sehr preiswürdig bestens empfehlen.

6. K. Stammer, Kurzgefasstes Lehrbuch der Chemie und chemischen Technologie. Zum Gebrauche als Grundlage beim Unterrichte an Real-, Gewerbe- und Bergschulen u. s. w. (Essen, Bädeker.) 2. Aufl. 28 Gr.

Verf. hält es für einen grossen Missgriff, „wenn man für die unorganische Chemie die grossen Erleichterungsmomente, welche die alten Formeln und Namen bieten, aufgeben wollte, die das Verständniss bei weitem mehr anzubahnen vermögen, als die neueren." Trotzdem hat er die neuen Atomgewichte angenommen, schreibt die Formeln aber dualistisch. Da sonst in den dualistischen Formeln fast ausschliesslich die alten Aepuivalentgewichte gebraucht werden, so ist damit dem Schüler, welcher nach dem Buche unterrichtet wird, das Verständniss anderer Bücher und Zeitschriften ungemein erschwert, wenn nicht der Lehrer fortwährend auf den Unterschied der Schreibweisen aufmerksam macht.

Dass die Schreibweise des Verf. besondere Erleichterungsmomente zu geben vermag, hält Ref. für sehr unwahrscheinlich, ob dieselbe einfacher als die neue, möge der Leser selbst entscheiden. So schreibt der Verf. Kalihydrat = $K_2\,O,\ H_2\,O$ statt KOH, Salpeter = $K_2\,O.N_2O_5$ statt KNO_3, doppeltkohlensaures Natron = $Na_2O, 2CO_2 + H_2O$ statt $HNaCO_3$, Phosphorsalz = $Na_2O.Am_2O.H_2O.P_2O_5$ statt

$$H.Na.NH_4PO_4 \quad \text{oder} \quad \left.\begin{matrix} HO \\ NaO \\ NH_4O \end{matrix}\right\} PO_4 \quad \text{u. s. f.}$$

Die Technologie ist von der reinen unorganischen und organischen Chemie gesondert, welche Anordnung bei der Ausführlichkeit, mit der dieselbe behandelt ist, seine Vorzüge haben mag. Uebrigens ist eine solche Aufzählung und Beschreibung der Alkaloide, Eiweisskörper, Oele, Glukoside, namentlich der Zubereitung des Flachses mit Thauröste, Wasserröste und anderen Röstmethoden, Papier, Gerberei, Wolle, Seide u. s. w. für Realschulen mindestens überflüssig.

7. Casselmann: **Leitfaden für den wissenschaftlichen Unterricht in der Chemie.** Für Gymnasien, Realschulen und zum Selbstunterrichte. (Wiesbaden, Kreidel.) I Cursus. 3. Aufl. Preis?

8. Derselbe **II. Cursus.** 2. Aufl. 2 Thlr.

An einigen Beispielen: Erhitzen von Silberoxyd, Zersetzen von Wasser, Zucker, Phosphorsalz wird der Begriff Chemie erläutert. Dann wird eine Aufzählung der Elemente gegeben, die wichtigsten chemischen Verbindungen, die Bestandtheile des Thieres und der Pflanze besprochen.

Verf. geht von der Ansicht aus, dass die Stöchiometrie nur von den Schülern aufgefasst werden könne, welche den ganzen Cursus durchgemacht haben. Er sucht daher die Verbindungen und Zersetzungen nur durch Wortgleichungen zu erläutern und überlässt es dem Lehrer, der anderer Meinung ist, dieselben in Gleichungen mit chemischen Formeln umzusetzen. Wie wenig aber diese Wort-Gleichungen den Gang einer Reaction kurz und klar ausdrücken, mag die Bildung von Arsenwasserstoff (S. 54) zeigen:

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Schwefelsäure}\\ \text{Schwefelsäure}\\ \text{Zink} + \text{Zink}\\ \text{Wasser}\\ \text{Arsenige Säure}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l}\text{Schwefelsäure}\\ \text{Schwefelsäure}\\ \text{Zink} + \text{Zink}\\ \text{Wasserstoff} + \text{Sauerstoff}\\ \text{Arsenik} + \text{Sauerstoff}\end{array}\right\} =$$

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Schwefelsäure}\\ \text{Schwefelsäure}\\ \text{Zink} + \text{Sauerstoff}\\ \text{Zink} + \text{Sauerstoff}\\ \text{Arsenik} + \text{Wasserstoff}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l}\text{Schwefelsaures Zinkoxyd}\\ \text{Schwefelsaures Zinkoxyd}\\ \text{Arsenikwasserstoff}\end{array}\right\}$$

In chemischen Formeln (alten dualistischen) ergiebt sich:

$$\left.\begin{array}{l}SO_3\\ SO_3\\ Zn + Zn\\ HO\\ AsO_3\end{array}\right\} = 2\,ZnO.SO_3 + AsH_3.$$

2 Aequivalente O bleiben übrig,
2 Aeq. H fehlen.

Nach neuen Formeln würde der Vorgang auszudrücken sein durch:

$$6\,Zn + 6\,H_2SO_4 + As_2O_3 = 6\,ZnSO_4 + 3\,H_2O + 2\,AsH_3.$$

Das Verfahren vieler Lehrbücher, den Unterricht sofort mit chemischen Formeln zu beginnen, kann Ref. allerdings noch weniger billigen. Nach seinen Erfahrungen empfiehlt es sich, in 15 bis 20 Stunden die wichtigsten chemischen Verbindungen nach einem leitenden Gedanken zu besprechen, deren Eigenschaften, Darstellung u. s. w. durch zahlreiche Versuche zu erläutern, dann mit dem Wasserstoff und Chlor noch einmal zu beginnen, bei der Salzsäure die Gewichts- und Vol.-Verhältnisse darzulegen und nach der gleichen Behandlung des Wassers zur chemischen Zeichensprache überzugehen. Jede neue Reihe von Körpern bietet neue Gesichtspunkte, so dass

an der Hand des Experimentes die Stöchiometrie, ja die ganze Chemie aufgebaut wird. Seiner Ansicht nach ist nur die Reaction wirklich verstanden, welche durch eine chemische Formel ausgedrückt wird, und kann daher die fortwährende Uebung der Formeln nicht genug empfohlen werden. Somit kann Ref. dem Verf. auch nicht darin beistimmen, dass die einzelnen Sätze der Stöchiometrie nicht in die Abschnitte des Textes eingeschohen werden dürfen; er hält die passende Vertheilung dieses sonst so leicht ermüdenden Gegenstandes für geboten. „Den Unterricht in der Chemie muss das Rechnen stetig begleiten und jedes Experiment muss auf specielle Zahlengrössen zurückgeführt werden."

In dem zweiten Cursus werden auf Grund des Avogadro und des Dulong und Petit'schen Gesetzes Atom und Molekül, Werthigkeit, Verwandtschaft u. s. w. eingehend besprochen. Im weiteren Verlaufe sind die typischen Schreibweisen mit Atomgewichten, und die dualistischen Formeln mit den sogenannten Aequivalentgewichten zugleich angegeben, so dass es dem Lehrer überlassen bleibt, welche Formeln er seinem Unterrichte zu Grunde legen will.

Die Auswahl und Behandlung des Stoffes ist durchweg gut und zweckentsprechend.

9. Lorscheid: Lehrbuch der anorganischen Chemie nach den neuesten Ansichten der Wissenschaft. Mit 127 Abbildungen und Spektraltafel. (Freiburg im Breisgau, Herder.) 2. Aufl. 1 Thlr. 6 Sgr.

Die erste Auflage ist schon im vorigen Jahrgange dieser Zeitschrift, Seite 134 besprochen. Da aber Ref. nicht völlig mit den dort aufgestellten Ansichten übereinstimmt, so mag es gestattet sein, hier auch die zweite Auflage zu besprechen.

Verf. sagt in der Vorrede, dass die Nomenclatur noch ein schwacher Pfeiler in dem neuen Gebäude sei. Er hält die z. B. für $ZnSo_4$ eingeführte Bezeichnung: schwefelsaures Zink nicht für ausreichend, da dieses Salz keine Schwefelsäure H_2SO_4 mehr enthält, hat daher die alte Benennung: schwefelsaures Zinkoxyd beibehalten. Um nun diese mit den übrigen Bezeichnungen einigermassen in Einklang zu bringen, nennt er SO_3 Schwefelsäure, SO_2 schweflige Säure oder Anhydrid der schwefligen Hydrosäure, H_2SO_4 Schwefelhydrosäure, H_3PO_4 Phosphorhydrosäure u. s. w. Verf. meint durch diese Bezeichnung den Uebergang von dem Alten zum Neuen zu erleichtern. Der Verbindung SO_3 fehlen alle Eigenschaften, welche einer Säure zukommen, die Bezeichnung: Schwefelsäure ist daher falsch, Anhydrid der schwefligen Hydrosäure für SO_2 geradezu unglücklich gewählt. Ausserdem sollte die Nomenclatur eines Schulbuches stets nur den Ansichten der Mehrzahl der wissenschaftlichen Chemiker entsprechen, diese Bezeichnungen sind aber in keinem, dem Ref. bekannten Buche oder Journal gebraucht, können den Schüler also nur verwirren.

Abgesehen davon kann Ref. das Buch als vollkommen zweckentsprechend bestens empfehlen, umsomehr in der neuen Auflage die Abbildungen erheblich vermehrt sind, die Technik besser berücksichtigt ist als in der ersten.

10. Rubien: Kurzer Leitfaden für den Unterricht in der unorganischen Chemie. Für höhere Bürgerschulen. (Wriezen, Riemschneider.) $7^1/_2$ Sgr.

Auf 69 Seiten gibt der Verfasser einen Abriss der unorganischen Chemie, soweit er für solche Schulen von Interesse ist, welche der Chemie nur wenig Zeit widmen können. Das Werkchen soll dazu dienen, dem Schüler die Repetition zu erleichtern, Experimente sind deshalb nur kurz erwähnt, seltenere Körper dem Namen nach angegeben. Bei den Gasen werden Volumen, Atom und Molekül sowie die gegenseitigen Beziehungen derselben besprochen. Dem entsprechend sind überall die neuen Formeln angewandt, leider ist aber die alte Eintheilung und Anordnung des Stoffes beibehalten. Für den angegebenen Zweck ist das Buch gewiss geeignet.

Hannover, Juli 1872.

Dr. Ferd. Fischer.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. dergl.)

Programmenschau 1871*).

(Von Dr. Ackermann.)

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Preussen.

Berlin. Friedr. R. Die Schule in Wechselwirkung mit dem Leben. Von Oberl. Dr. Beck..

Berlin. Luisenst. R. Umrisse zur Lehre von der Schule. Von Oberl. Dr. Lasson.

Neustadt-Eberswalde. HB. Die Deutsche Realschule vom Standpunkte der nationalen Staatsidee aus betrachtet. Von Dr. Kassner.

Bromberg. HB. Ueber das Verhältniss zwischen Schule und Leben. Von Bartsch.

Schweidnitz. G. Rede über den Begriff und das Wesen der Bildung. Von Dir. Friede.

Schweidnitz. Gewerbesch. Zur Reorganisation der hies. Prov.-Gewerbeschule. Von Dir. Dr. Hofmann.

Gleiwitz. Gewerbesch. Die organisirte Gewerbeschule. Von Dir. Wernicke.

Hagen. Gewerbesch. Die neue Organisation der preussischen Provinzial-Gewerbeschulen. Von Dir. Dr. Zieken.

Cüstrin. Töchtersch. Die Ziele der höheren Töchterschule. Von Rector Dr. Schultze.

Frankfurt a/M. Musterschule R. Zur Geschichte und Theorie der Strafe als Erziehungsmittel. Von Dir. Dr. Eiselen.

Remscheid. Gewerbesch. u. R. II. O. Mittheilungen über die Gründung und die Einrichtung der städtischen Gewerbeschule zu Remscheid. Von Dir. Dr. Krumme.

Saarlouis. HB. Kurze Kritik einiger die Realschulfrage betreffender Petitionen. Von Rect. Dr. Hilgers.

Düren. HB. Welche höhere Schulen sollen die Eltern für ihre Knaben wählen? Von Oberl. Wenzel.

Sachsen.

Leipzig. Barth'sche Sch. Zur Individualität der Realschulen und Gymnasien. Von Dir. Barth.

Baden.

Mannheim. G. Chronologische Zusammenstellung der Gesetze und Verordnungen in Sachen der badischen Realgymnasien von Dir. Prof. Dr. Schröder.

---

*) Wir machen hierbei aufmerksam auf die „Programmschau" Beilage zur Zeitschrift „Realschule" v. Döll u. Kuhn mit skizzirten Inhaltsangaben der Programme.
D. Red.

Hessen.

Alzey. R. Hoffnungen und Bestrebungen der Realschulen des Grossherzogthums Hessen. Von Dir. Dr. Becker.
Mainz. R. Die Erziehung zur Arbeit. Von Dir. Dr. Schödler.

Mecklenburg.

Güstrow. R. Mittheilungen eines Gutachtens, betreffend die Realschulfrage. Von Dir. Seeger.

Mathematik.

Preussen.

Deutsch-Crone. G. Zur Methode des mathematischen Unterrichts auf Gymnasien. Von Neus.
Graudenz. G. Ueber die Integration einer linearen Differentialgleichung n^{ter} Ordnung. Von Hossenfelder.
Tilsit. R. Einiges über den Unterricht in der analytischen Geometrie. Von Oberl. Dr. Ellinger.
Danzig. R. Mathematische und physikalische Mittheilungen aus dem Unterricht. Von Dir. Dr. Strehlke.
Frankfurt a/O. G. Beiträge zur Theorie der Flächen mit ebenen Krümmungslinien, welche gegebenen Bedingungen genügen. Von Dr. Kretschmer.
Putbus. G. Beziehungen zwischen Elementen eines Dreiecks als Uebungen in der rechnenden Geometrie. Von Dr. Brehmer.
Lissa. G. Analytisch-geometrische Studien. Kegelschnittbüschel und Kegelschnittschaaren. Von Töplitz.
Posen. G. Ueber die kürzesten Linien auf dem dreiaxigen Ellipsoid. Von Morstein.
Kempen. B. Ueber einige Definitionen in der Geometrie. Von Korneck.
Rawicz. R. Der Entfernungsmesser. Mil 1 Tafel Abbildungen. Von Bähr.
Neisse. R. Die Schmiegungsgeraden der krummen Oberfläche. Von Dr. Fry.
Schweidnitz. G. Ueber einige Anwendungen des Hilfswinkels. Von Dr. Hildebrand.
Torgau. G. Ueber Klassenanzahlen quadratischer Formen von Oberl. Dr. Götting.
Halle. R. Theorie der endlichen summirbaren Reihen. Von Dir. Dr. Schrader.
Naumburg a/S. HB. Verzeichniss der geometr. Lehrsätze und Aufgaben für den Unterricht in IV. und III. der höheren Bürgerschule. Von Köstler.
Erfurt. R. Einige mathematische Aufgaben und Sätze. Von Prof. Quidde.
Langensalza. HB. Hauptsätze der Geometrie und Trigonometrie. Von Oberl. Bode.
Quackenbrück. HB. Materialien für den Gebrauch der Kettenbrüche in der Schule. Von Rector Gessner.
Minden. G. Trigonometrische Analysis planimetrischer Aufgaben. Von Oberl. Quapp.
Eschwege. R. Ueber eine Art von Schwingungscurven doppelter Krümmung. Von Dr. Schreiber.
Hanau. R. Die elementare Geometrie in neuer Anordnung. Von Ober Becker.
Geisenheim. HB. Die Anwendung des excentrischen Winkels. Vo Meyer.
Wiesbaden. G. Ueber ein einfaches Coordinatensystem der Geraden
Münstereifel. G. Ueber den ersten Unterricht in der Algebra. Vo Sommer.

Cleve. G. Die goniometrischen Functionen in ihrer allgemeinen analytischen Bedeutung. [Ein Beitrag zur Trigonometrie.] Von Brockmann.

Gaesdonck. G. Beiträge zur geometrischen und trigonometrischen Analysis. Von Neuhaus.

Bayern.

Passau. G. Das Binominaltheorem als Grundlage der Logarithmotechnie und Goniometrie. Von Hollweck.

Zweibrücken. G. Ueber eine Klasse symmetrischer Functionen. Von Prof. Negelsbach.

Ansbach. G. Ueber die Qualität der Decimalbrüche, welche echten gemeinen Brüchen gleich sind und der Reste, welche man bei der Verwandlung der letzteren in erstere erhält. Von Prof. Schröder.

Schweinfurt. G. Einige Aufgaben zur Anwendung der Algebra auf Geometrie. Von Prof. Hartmann.

Dillingen. G. Die Quadratreste u. Nichtquadratreste. Von Prof. May.

Sachsen.

Leipzig. R. Das Zahlenrechnen in der Realschule. Von Dr. Paufler.

Zwickau. R. Cylindrische, conische und sphärische Cycloide. Von Oberl. Böhme.

Baden.

Carlsruhe. G. Einige Aufgaben aus der Integralrechnung. Von Prof. Dr. Bauer.

Hessen.

Darmstadt. G. Elementare Einleitung der synthetischen Geometrie. Von Lips.

Offenbach. R. Die Theorie der Transversalen und die harmonische Theilung.

Mecklenburg.

Waren. G. Untersuchungen über eine Fläche 3. Ordnung mittelst der Grassmannschen Ausdehnungstheorie. Von Schlegel.

Bützow. R. Einiges zur Curvenlehre. Von Dr. Kämpf.

Braunschweig.

Helmstädt. G. Die Grundlagen der Mathematik. Von A. Dauber.

Oesterreich.

Pilsen. G. Untersuchungen über die Intersection eines getheilten und ungetheilten Hyperboloids auf einem geraden, kreisförmigen Kegel. Von Prof. Jelinek.

Hradisch. G. Der harmonische Theilungskreis und die Anwendung desselben zur Lösung geometrischer Aufgaben. Von Zimmermann.

Wien. R. (der inneren Stadt). Das Projiciren. Von Prof. Barchaneck.

Wien. R. (in der Vorstadt Gumpendorf). Ueber die einheitliche Construction der 3 Kegelschnittslinien mittels der Kreistransversalen, als Beitrag zur alten und neuen Geometrie. Von Fialkowski.

Laibach. R. Directe Deduction der Begriffe der algebraischen und arithmetischen Grundoperationen aus dem Grössen- und Zahlenbegriffe. Von Prof. Finger.

Triest. R. Determinazione della superficie del triangolo sferico per mezzo del calcolo integrale. Von Laudi.

Troppau. G. Ueber das Krümmungswachsthum eines schiefen Schnittes einer Fläche. Von Dr. Exner.

Naturwissenschaften.

Preussen.

Königsberg. G. Das Weizenkorn und seine Keimung. Von Knobbe.

Pillau. HB. Ueber die Anziehung nach 2 festen Centren. Von Krakow.
Königsberg. Ueber Systematik beim botanischen Unterricht in Mittelschulen. Von Dr. Bänitz.
Danzig. R. Einige Resultate aus Danziger meteorologischen Beobachtungen von Dir. Dr. Strehlke.
Elbing. R. Die Entwickelung der chemischen Auschauungen von Anfang bis zur Vollendung der dualistischen Theorie. Von Oberl. Dr. Nagel.
Berlin. Königl. R. Das Nordlicht. Von Dr. Schwalbe.
Berlin. Fr. Werd. G. Beschreibung von Südsee-Conchylien. Von Oberl. Dr. Langkavel.
Berlin. Victoria-Töchtersch. Ueber Spektralanalyse. Von Oberl. Dr. Cochius.
Charlottenburg. G. Zur theoretischen Herleitung der Gesetze der Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen. Von Oberl. Reichel.
Frankfurt a/O. R. Einleitung zur Chemie nach der elektro-chemischen und der Typentheorie. Von Oberl. Riedel.
Spremberg. R. Beschreibung des Laboratoriums der Realschule. Von Dr. Müller.
Fürstenwalde. HB. Unsere Zeitrechnung im Vergleich mit der der wichtigsten Culturvölker. Von Rector Jentzsch.
Stettin. R. Bewegung eines Punktes, welcher von einem festen Punkt mit constanter Kraft angezogen wird. Von Dr. Gellenthin.
Wollgast. R. Ueber die Möglichkeit einer Verschiedenheit der Erwärmung der nördlichen und südlichen Erdhälfte in Folge der Stellung der Erde im Weltraum. Von Roth.
Colberg. G. Ueber die herrschende und über eine neue Theorie vom weissen Lichte und von der Dispersion der Farben. Von Prof. Dr. Girschner.
Stolp. G. Die Wirbelthiere Pommerns, systematisch geordnet, nebst Tabellen zur Bestimmung derselben nach der analytischen Methode. Von Dr. Holland.
Greifswald. G. Bemerkungen zur Physik des Aristoteles. Von Hayduk.
Fraustadt. R. Ueber die Begriffe von Kraft und Stoff in der Physik. Von Jorcke.
Görlitz. R. Zur Erklärung volksthümlicher deutscher Pflanzennamen. Von Oberl. Fechner.
Landeshut. R. Beiträge zur Charakteristik der Flora des Landeshuter Thales. Von Konr. Höger.
Löwenberg. B. Das Alter der Erde. Von Dir. Dr. Meyer.
Gross-Strelitz. Pg. Ueber die Bedingungen für gewisse ebene und geradlinige Bahnen eines Punktes, welcher von 2 festen Punkten angezogen wird. Von Woitylak.
Schweidnitz. Gewerbesch. Die neueren chemischen Theorien und der chemische Unterricht auf der mittleren Lehrstufe.
Osterode. R. Zur Kenntniss meteorologischer Erscheinungen am Harze. Von Oberl. Casse.
Aurich. G. Die Erhaltung der Kraft. Von Oberl. Gelshorn.
Osnabrück. G. Die Spektralanalyse und ihre Bedeutung für die Erforschung der Himmelskörper. Von Timmermann.
Münster. G. Beiträge zur Kenntniss der diluvialen und alluvialen Bildungen der Ebene des Münsterschen Beckens. Prof. Dr. Hosius.
Brilon. G. Ueber die Bewegung, welche ein Punkt macht, der sich in einem senkrecht stehenden kreisförmigen, hohlen Kanale befindet, wenn sich dieser um seinen verticalen Durchmesser mit constanter Geschwindigkeit dreht. Von Oberl. Harnischmacher.
Witten a. d. Ruhr. HB. Verzeichniss der in der Umgegend Wittens wachsenden Phanerogamen mit Angabe des Standortes. Von Dr. Hamdorf.

Hersfeld. HB. Die Käfer. Zum Selbstbestimmen und zum Gebrauch beim Unterricht. II. Thl. Von Dr. Ackermann.
Cassel. Die Tellinen der XII. Auflage des Systema naturae von Linné. Von Römer.
Frankfurt a/M. Wöhlersch. R. Ueber einen bei Himmelskörpern stattfindenden Zusammenhang zwischen Durchmesser und Masse. Von Prof. Dr. Zehfuss.
Cassel. G. Ueber den Widerstand, welchen Kugeln verschiedenen Durchmessers und specifischen Gewichtes in geschlossenen Röhren finden, welche mit verschiedenen Flüssigkeiten und Lösungen gefüllt sind. Von Dr. Zuschlag.
Montabaur. G. Versuch einer populären Darstellung der Hauptlehren der mathematischen Geographie. Von Oberl. Breuer.
Siegburg. Pg. Die alten und neuen Theorien über die Natur der Wärme und ihre physikalische Bedeutung. Von Dr. Rachel.
Barmen. G. u. R. Der Unterricht in der Chemie in Realschulen nach Bedeutung, Methode und Umfang. Von Oberl. Dr. Crämer.
Trier. G. Ueber die Diathermanität des atmosphärischen Wasserdampfes. Von Piro.
Crefeld. R. Notizen über die unorganischen Bestandtheile der Pflanzen. Von Oberl. Dr. Krumm.
Mayen. HB. Die Flora der Umgegend Mayens. II. Thl. Von Dr. Grautegein u. Ritgen.
Aachen. R. Der Lousberg bei Aachen, eine naturhistorische Skizze. Von Prof. Dr. Förster.

Baiern.

Bamberg. G. Meteorologische Mittheilungen. Von Hoh.
Zweibrücken. Gewerbesch. Die atomistische Theorie mit den diese Theorie unterstützenden Erfahrungen und Gesetzen der theoretischen Chemie sowie den bezüglichen physikalischen Gesetzen fasslich erläutert. Von Reinsch.

Sachsen.

Grimma. G. Zusammenhang zwischen Form und physikalischem Verhalten in der anorganischen Natur. Von Dr. Kötteritzsch.
Leipzig. G. Ueber die akustische Analyse der Vocalklänge. Von Dr. v. Zahn.
Zittau. G. Ueber das Pendel. Von Oberl. Dix.
Chemnitz. R. Genus „Mucor". Von Oberl. Dr. Zimmermann.

Mecklenburg.

Grabow. R. Das Wichtigste aus der Lehre von der Blattstellung der Pflanzen. Von Bader.

Oldenburg.

Vechta. G. Vergleichende Zusammenstellung der alten Sonnentheorie Herschels mit der neuen Theorie Kirchhoffs nebst einer kleinen Excursion auf das Gebiet der Spektralanalyse. Von Düttmann.

Weimar.

Weimar. R. Ueber die Theorien in der Chemie, welche die chemischen Formeln beeinflusst haben. Von Dr. Binder.

Anhalt.

Köthen. G. Die Darwin'sche Theorie. Von Schneider.

Reuss.

Gera. R. Ueber Pflanzenwanderungen und Pflanzenansiedelungen, soweit dieselben historischen Zeiten angehören. Von Oberl. Dr. Zimmer.

Oesterreich.

Baden. G. Uebersicht der Atomgewichts-Bestimmung der Grundstoffe. Von Dr. Fellner.
Wien. G. Kurzer Ueberblick der Urgeschichte des Menschen. Von Prof. Dr. Woldrich.
Klagenfurt. G. Zur psychologischen Würdigigung der Darwinschen Descendenztheorie. Von Prof. Scheitz.
Villach. G. Vergleichende anatomische Darstellung der Mundtheile der Insecten. Von Prof. Müller.
Pilsen. G. Das Nordlicht mit Berücksichtigung des Südlichtes. Von Prof. Wach.
Brünn. G. Ueber Culturen der Pollenschlauchzelle. Von Tomaschek.
St. Pölten. R. Morphologische Studien über die Familie der Gräser. Von Prof. Hackel.
Wien. R. (in der Rossau). Die mitteleuropäischen Eichengallen in Wort und Bild. Von Prof. Dr. Mayr.
Wien. R. (in der Josefstadt). Zur Theorie der Wage. Von Schobertechner.
Graz. R. Der gegenwärtige Standpunkt der Infusorienkunde mit Berücksichtigung der jüngsten Forschungsresultate. Von Prof. Dr. Hoffer.
Laibach. R. Aus dem chemischen Laboratorium. Von Prof. v. Perger.
Görz. R. Prodromus einer Flechtenflora von Görz. Von Prof. Glowacki.
Prag. R. Die Zusammensetzung der Wellen mit ihren Anwendungen in der Akustik. Von Prof. Richter.
Troppau. R. Ueber das Verfahren bei qualitativer Untersuchung mineralischer Substanzen. Von Dr. Hein.

Schweiz.

Basel. Gewerbesch. Die wchitigsten Thermometer des 18. Jahrhunderts Von Rector Dr. Burckhardt.

Geographie.

Preussen.

Berlin. Fr. Wend. Gewerbesch. Africanische Inseln. Von Prof. Dr. v. Klöden.
Demmin. G. Palästina nebst dem Gebiet des Libanon. Von Kotelmann.
Oels. G. Der geographische Unterricht auf den Gymnasien. Von Konr. Rabe.

Oesterreich.

Graz. G. Ueber Methode des geographischen Unterrichts am Gymnasium. Von Schmidt.
Meran. G. Die Erdkunde als Grundlage der Himmelskunde. Von Porta.
Wien. Handelsakademie. Instructionsreise nach den unteren Donauländern: Odessa, Konstantinopel, Smyrna, Alexandrien, dem Suezkanal, Kairo bis Bemu-Hassan in Mittel-Aegypten vom 30. Juli bis 2. October 1869. Von Prof. Dr. Zamboni.

Zum Repertorium der neuesten Erfindungen, Entdeckungen etc.

I. Physik

von Dr. Krebs in Wiesbaden.

Ueber zwei neue Methoden zur Höhenmessung der Wolken. Von Feussner. (Pogg. Ann. Bd. CXLIV.)

1) Man merke sich einen Punkt D (Fig. 1) einer Wolke und den Schatten C desselben, welche beide Punkte in die Richtung nach der Sonne hin fallen; hänge irgend wo ein Loth FA auf, wobei man genau die Zeit der Beobachtung notirt. Dann ist es leicht, die Höhe BD des Wolkenpunkts D zu finden.

$$BD = CB \,.\, \operatorname{tg}\gamma, \text{ und da}$$
$$CB = AC \,.\, \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}, \text{ so folgt}$$
$$BD = AC \,.\, \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \,.\, \operatorname{tg}\gamma.$$

Nun ist es aber leicht, mit Hülfe einer guten Karte die Länge AC zu finden; ferner weiss man aus der Zeit der Beobachtung das Azimuth und die Höhe der Sonne, d. h. die Richtung der Linie CB und den Winkel γ; ebenso ist die Lage von AB bestimmt; es sind also auch α und β bekannt. Was nun die Fehler angeht, so möge der bei der Bestimmung der Grösse von AC (nach der Karte) gemachte Fehler d, derjenige in die Richtung von AC gemachte Fehler δ_1 und der in der Richtung von AB gemachte δ_2 sein. Der Fehler bei Bestimmung von γ ist so klein, dass er nicht berücksichtigt zu werden braucht. Dann wäre:

$$BD = AC\,(1 + d) \,.\, \frac{\sin(\alpha + \delta_1 + \delta_2)}{\sin(\beta - \delta_2)}\, \operatorname{tg}\gamma.$$

Eine Reihe von Versuchen, welche nach dieser Methode angestellt wurden, lieferten recht gute Resultate, namentlich wenn α und β nicht zu klein waren.

2) An 2 Orten werden 2 photographische Apparate aufgestellt; je höher die Wolken, desto weiter müssen die Orte entfernt sein ($\frac{1}{2}$ bis 3 Stunden). Die Apparate werden in genau bekannter Neigung gegen den Horizont und Richtung gegen die Himmelsgegenden aufgestellt und dann in vorher verabredeten Zeitpunkten an beiden Orten photographische Aufnahmen der Wolken gemacht. Aus der Stelle, an welcher in einer solchen Aufnahme ein bestimmter Wolkenpunkt erscheint, kann man nun sein Azimuth und seine Zenithdistanz bestimmen, und wenn er sich auf zwei gleichzeitig gemachten Aufnahmen vorfindet, sind die Werthe derselben für die beiden Beobachtungspunkte gefunden und daraus kann leicht die Höhe berechnet werden. Die Vorzüge dieses Verfahrens springen ohne Weiteres in die Augen, jedoch sind Bestimmungen nach dieser Methode von dem Verf. noch nicht gemacht worden.

Phosphorescenz, hervorgebracht durch Reibungselektricität. Von Alvergniat. (Comptes rendus 1871, 20. Nov. p. 1215 oder Philos. Mag. Jan. 1872, p. 80.)

Aus einer geraden Glasröhre von etwa 45^{cm} Länge wird mittelst einer Quecksilberluftpumpe die Luft theilweise ausgepumpt, dann eine geringe Menge Chlor- oder Bromsilicium eingeführt, dann mit dem Auspumpen bis 12 oder 15^{mm} fortgefahren und nunmehr die Röhre zugeschmolzen.

Wird nun die Röhre mit den Fingern oder mit einem Stück Seidenzeug gerieben, so sieht man längs der geriebenen Stellen einen glänzenden

Schein innerhalb der Röhre; er ist röthlich bei Chlor- und grüngelb bei Bromsilicium. Die Erscheinung erinnert an die schon lange beim Barometer beobachtete, ist aber viel glänzender. Wenn soweit ausgepumpt ist, wie in den Geissler'schen Röhren, so kann die Erscheinung durch Reibung nicht mehr hervorgebracht werden.

Apparate zur Demonstration des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte und der Gesetze des Gleichgewichts auf der schiefen Ebene. (Pogg. Ann. Bd. CXLII. pag. 398.) Von G. Krebs.

Der Appat Fig. 1 dient dazu, um aus zwei Seitenkräften die Resultirende zu finden und zu zeigen, dass die Resultirende gleich der Diagonale des Parallelogramms ist, welches man aus den Seitenkräften construiren kann.

Auf einem Grundbrett *AB* erhebt sich eine vierkantige eiserne Stange, an deren oberen Umbeugung eine Federwage *f*, die sich innerhalb einer Scheere *u* um eine Axe drehen kann, befestigt ist. An dem Ende des eingetheilten Stäbchens *s* der Federwage sind drei Schnuren befestigt, welche nach irgend einer Einheit, (z. B. 6cm) eingetheilt sind. Am besten nimmt man Schnüre von weisser Farbe und macht die Theilungspunkte schwarz.

Auf dem Grundbrett stehen ferner zwei geschlitzte eiserne Ständer *x* und *y*, welche verschiebbar sind und in deren Schlitzen zwei dünne Eisenstäbchen *m* und *n* auf- und abgeschoben und durch eine Schraube festgestellt werden können. Diese Eisenstäbchen spitzen sich in eine dünne Axe, auf der ein sehr kleines Röllchen sitzt, zu. Die Röllchen liegen mit der Axe der Federwage in derselben Verticalebene. An jeder der zwei Axen, auf denen die Röllchen sitzen, ist je eine seidene Schnur, welche wie die obengenannten eingetheilt ist, befestigt.

Will man nun zwei Kräfte zusammensetzen, so legt man die Schnüre *p* und *q* über die Röllchen der Eisenstäbchen *m* und *n* und hängt an dieselben Gewichte, z. B. an *p* 300 Gramm und an *q* 400 Gramm. Zugleich kann man durch Verschieben der Ständer *x* und *y* und der Eisenstäbchen *m* und *n* es leicht dahin bringen, dass $p = 3$ und $q = 4$ Einheiten lang ist und dass auserdem *p* und *q* einen bestimmten Winkel, z. B. 90° mit einander bilden. Dann wird man bemerken, dass die Federwage eine bestimmte Richtung annimmt und sich bis zu einem gewissen Grade (in unserem Beispiel auf 500 Gramm) auszieht. Die Richtung der Federwagenaxe gibt alsdann die Richtung und die Stärke des Auszugs der Federwage (hier 500 Gramm) die Grösse der Resultirenden an.

Dass die Resultirende nach Grösse und Richtung der Diagonale des Parallelogramms gleich ist, wird man leicht constatiren können, wenn man die Schnur *r* mit sanftem Zuge in die Richtung der Federwagenaxe bringt und beim fünften Theilungspunkte festhält. Zieht man jetzt die Schnur *v* und *w* nach diesem Punkte hin, so erhält man ein Parallelogramm, resp. ein Rechteck etc.

Da gerade dieses Beispiel sich leicht durch Rechnung verificiren lässt und sich also zu einem Vorlesungsversuch besonders eignet, so kann man sich ein für allemal die Stellung der geschlitzten Ständer *x* und *y* und der Eisenstäbchen *m* und *n* merken, damit man bei späteren Versuchen keine Zeit durch Hin- und Herschieben verliert.

In den Annalen ist ausserdem noch ein Apparat mit 2 Federwagen beschrieben, welcher dazu dient, eine Kraft in zwei Kräfte zu zerlegen.

Der Apparat Fig. 2 demonstrirt auf dynamischem Weg den Satz vom Parallegramm der Kräfte.

Eine quadratische Marmorplatte von etwa 45cm Grösse ist von einem hölzernen Rahmen, an dem sich drei Stellschrauben befinden, eingefasst. In zwei in einer Ecke *a* zusammenstossenden Seiten der Holzeinfassung sind nahe an dieser Ecke zwei Elektromagneten *b* und *c* eingelassen; das eine Paar Enden der Drahtumwindungen ist bei *r* verbunden, die beiden andern Enden stehen mit zwei Klemmschrauben *p* und *q* in Verbindung.

Die beiden Elektromagnete sind die Hälften eines der Länge nach durchschnittenen Flintenlaufstücks von 9—12^{cm} Länge und von möglichst bedeutender Wandstärke (Fig. 3). Die Umwindungen der Elektromagnete mit übersponnenem Kupferdraht sind der Länge nach d. h. parallel der Cylinderaxe gelegt. Jedem der Elektromagnete steht ein Anker *t* gegenüber, der an einer starken Feder *s* befestigt ist; diese Feder ist an ein messingenes Winkelstück und dieses selbst an die Holzwand bei *r* angeschraubt. Der Anker *t* steht um einige Millimeter von dem Elektromagnet ab.

Lässt man nun einen Strom von 2–3 Elementen durch die Umwindungen der Elektromagnete gehen und drückt die Anker an dieselben, so bleiben sie haften; schiebt man jetzt eine Elfenbeinkugel dicht wider die Anker und unterbricht den Strom, so reissen die Anker ab und schleudern die Kugel nach der gegenüberliegenden Ecke der Marmorplatte.

Der Versuch gelingt mit grosser Sicherheit.

Der Fig. 4 dargestellte Apparat dient dazu, nicht blos die relative Schwere, sondern auch den Druck eines Körpers, den derselbe auf die schiefe Ebene ausübt, zu messen.

Auf einem Grundbrett erhebt sich ein Ständer *A*, auf dem eine Federwage *BC* (von etwa 15^{cm} Breite und 8^{cm} Höhe) aus starkem Bandstahl, drehbar und in jeder Lage durch eine Schraubenzwinge *D* feststellbar, angebracht ist. Auf dem obersten Punkt der Federwage ist eine längliche geschlitzte Messingplatte *mn*, die schiefe Ebene, befestigt. An der Federwage ist oben ein mit ihr sich drehender Gradbogen *uv* und an dem Ständer *A* ein verticaler Zeiger *a* befestigt, welcher an dem Gradbogen *uv* den Neigungswinkel der schiefen Ebene angibt.

Ausserdem erwähnen wir noch als ohne Weiteres verständliche Theile der Federwage: den eingetheilten Bogen *xy*, den Winkelhebel *pqr*, dessen längerer Schenkel *pq* an dem Bogen *xy* die Grösse des Drucks auf die Federwage anzeigt.

Auf dem Grundbrett erhebt sich ferner eine vertical gestellte Federwage *MN*, sowie ein geschlitzter eiserner Streifen *PQ*, in dem sich eine Rolle *R* auf- und abschieben und an jedem Orte feststellen lässt Eine seidene Schnur wird an der Federwage *MN* befestigt, über die Rolle *R* geführt und an einem cylindrischen Gewicht von 500 Gramm befestigt. Das cylindrische Gewicht hat einen Haken und die Schnur *gh* verschiedene Ringe; indem man den Haken an diesen oder jenen Ring hängt, kann man die Schnur verkürzen oder verlängern und bewirken, dass das Gewicht *S* genau auf der Mitte der Federwage aufliegt.

Stellt man z. B. die Federwage *BC* so, dass der Neigungswinkel der schiefen Ebene 30° beträgt, rückt man ferner die Rolle *R* so, dass der Faden *gh* der Länge der schiefen Ebene parallel ist, so zeigt die Federwage *MN* die relative Schwere und die Federwage *BC* den Druck auf die schiefe Ebene an. Die relative Schwere beträgt in unserem Beispiel 250 Gramm, der Druck etwa 432 Gramm.

Beträgt der Neigungswinkel 45°, so ist die relative Schwere gleich dem Druck und zwar etwa 353 Gramm. Der Schlitz der schiefen Ebene dient dazu, um den Faden *gh* auch der Basis der schiefen Ebene parallel legen zu können.

Eine Modification des Bunsen'schen Elements. Von E. H. Worlée in Hamburg. (Polytech. Notizblatt. No 1. 1872.)

Um der lästigen Entwicklung der salpetrigsauren Dämpfe bei der Bunsen'schen Kette enthoben zu sein, bedient man sich statt der Salpetersäure mit Vortheil folgender Mischung:

Man vermische zunächst drei Volumina gewöhnlicher Salpetersäure mit einem Vol. gewöhnlicher Schwefelsäur. Die Mischung dieser Säuren schüttet man in ein Glas, worin sich ein Quantum gepulverten doppelt chromsauren Kalis befindet, welches zuvor mit soviel Wasser durchtränkt

wurde, dass es einen Brei bildet und befördere die Auflösung des Salzes durch Schütteln und Rühren mit einem Glasstabe, event. um Zeit zu gewinnen, durch gelinde Wärme. Man verwende ein Uebermass von doppelt chromsaurem Kali, um eine gesättigte Lösung zu erhalten, und schütte die in der Batterie verwendete Lösung bis zur gänzlichen Erschöpfung der Salpetersäure immer wieder auf das rückständige chromsaure Kali.

Die elektromotorische Wirkung eines Elements, bei welchem die Kohle in dieser Mischung, das Zink dagegen, wie gewöhnlich, in verdünnter Schwefelsäure steht, ist gegen ein bloss mit Salpetersäure gefülltes Element wie 98 zu 100, also nahezu gleich der Bunsen'schen; der innere Widerstand des Elements ist dagegen wie 145 zu 100, also etwa $1^1/_2$ mal grösser.

Herr Prof. Böttger in Frankfurt a/M bemerkt hierzu Folgendes:

Schon seit einer langen Reihe von Jahren bediene ich mich in meinen Vorträgen der von Herrn Worlée so warm empfohlenen Batterie mit grossem Nutzen, jedoch mit gänzlicher Hinweglassung der Schwefelsäure, um der mit der Zeit nie ausbleibenden, sehr störenden Bildung von Chromalaun vorzubeugen. Bei Verwendung eines bloss in concentrirte Salpetersäure eingetragenen Ueberschusses von feingepulvertem doppelt chromsaurem Kali, ohne Zusatz von Schwefelsäure, bildet sich schliesslich ein nicht krystallisirbares Salz, das salpetersaure Chromoxydkali und man hat daher bei Benutzung dieses Gemisches nie ein Zerbrechen der Thonzellen zu befürchten.

Zenger'sche Kette. (Polytech. Centralblatt. No. 23, 1871, pag. 1488.)

Wir haben bereits über die Koosen'sche Zinkplatinkette mit einer Füllung von Schwefelsäure und übermangansaurem Kali berichtet. Zenger verwendet Zink und Platin in einer Mischung von concentrirter Kochsalzlösung und einer solchen von übermangansaurem Kali. Die elektromotorische Kraft ist um 12—17% grösser als die eines Grove'schen Elements, dagegen ist der Widerstand etwa 3 mal grösser. Ausserdem wird es auch die Uebelstände zeigen, welche Koosen namhaft macht und ist deshalb, wie es scheint, kein besonderer Vortheil mit dieser Kette zu erreichen.

Ueber die Erzeugung von Kälte und die Fabrikation von Eis mittelst Methyläther, nach dem Verfahren von Tellier. (Polytech. Centralblatt, 1872, I. pag. 38.)

Das Verfahren von Tellier beruht auf der Verdunstung von Methyläther, der unter einem Druck von 1 Atmosphäre schon bei 21° C. siedet. Er wird in gusseisernen Gefässen, welche einen Druck von 10 Atmosphären aushalten, aufbewahrt. Will man geringe Mengen Eis haben, ohne auf den Verlust des Methyläthers Rücksicht zu nehmen, so braucht man nur die Flasche in Wasser zu stellen und den Hahn zu öffnen; die Verdunstung des Aethers erzeugt eine bedeutende Kälte.

Will man aber eine grössere Menge Eis herstellen und den Methyläther wieder gewinnen, muss man den verdampften Aether wieder verdichten, worauf er abermals benutzt werden kann. In ein hölzernes, mit einer Umhüllung von Stroh und Filz versehenes Gefäss bringt man eine Flüssigkeit, welche eine hinreichend niedrige Temperatur ertragen kann, ohne zu frieren; gewöhnlich benutzt man dazu eine Lösung von Chlorcalcium und Wasser. In dieser hölzernen Kufe ist eine Reihe von Röhren umgeben von einem cylindrischen Mantel, angebracht. Mittelst einer rotirenden Pumpe wird die Flüssigkeit aus der Kufe herausgezogen und durch die Röhren hindurch wieder in dieselbe hineingetrieben; es findet also eine beständige Circulation der Flüssigkeit statt und dadurch wird in der Flüssigkeit, in welche die Formen mit dem Wasser, welches frieren soll, eingetaucht sind, allenthalben eine nahezu gleiche Temperatur unterhalten. Der in einem Gefäss von der Form eines stehenden Cylinders enthaltene

Methyläther tritt in den Mantel, welcher die Röhre umgibt und breitet sich als Dampf über die grosse Oberfläche derselben aus und entzieht ihnen Wärme, kühlt also die in ihnen circulirende Flüssigkeit ab. Eine von einer Maschine getriebene Pumpe zieht den Methylätherdampf aus dem anderen Ende des cylindrischen Mantels wieder heraus und treibt ihn wieder in den erwähnten stehenden Cylinder, wobei er sich wieder zur Flüssigkeit verdichtet. Die Temperatur der Chlorcalciumlösung wird auf — 10° C. erhalten. Das producirte Eis ist weiss und mit unregelmässiger Krystallisation. Auch grössere Räume lassen sich auf diese Art, indem man die kalte Chlorcalciumlösung in Röhren durch den Raum circuliren lässt, auf ca. — 2° abkühlen, was für viele technische Zwecke von Wichtigkeit ist.

(Fortsetzung folgt.)

II. Chemie und Mineralogie.

Von Dr. Fischer in Hannover.

Die Fortschritte der Chemie, namentlich der organischen, sind so ausserordentlich, die Zahl der regelmässig erscheinenden Zeitschriften so bedeutend, dass gewiss nur Wenige der Herren Collegen soviel Zeit und Geld anwenden, die grosse Anzahl dieser Fach-Schriften selbst zu halten und zu lesen. Es soll daher regelmässig ein Auszug derjenigen neuesten Arbeiten aus deutschen und ausserdeutschen Zeitschriften gegeben werden, welche allgemein wichtig sind. Um aber auch die Uebersicht der besonders den Fachlehrer interessirenden Erscheinungen zu erleichtern, werden sämmtliche Originalarbeiten folgender Zeitschriften, dem Inhalte nach geordnet, angegeben werden.

1. Annalen der Chemie und Pharm. v. Wöhler u. Liebig. (Ann. Chem. Ph.)
2. Journal für prakt. Chemie v. Kolbe. (J. pr. Ch.)
3. Chemisches Centralblatt v. Arendt. (Chem. C.)
4. Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft in Berlin. (B. Ber.)
5. Fresenius, Zeitschr. f. analytische Chemie. (Z. a. Ch.)

Ferner die mineralogischen und krystallographischen aus

6. Neues Jahrbuch f. Mineralogie u. s. w. v. Leonhard u. Geinitz. (N. J. Min.)
7. Zeitschr. d. deutschen geologischen Gesellschaft. (Z. geol. G.)

und die chemischen und mineralogischen aus

8. Annalen d. Physik und Chemie v. Poggendorff. (A. Phys. Ch.)

Für diesmal sind bes. berücksichtigt: Ann. Chem. Ph. Band 85, J. pr. Ch. Band 5, Chem. C. 3. Nr. 1—17, B Ber. 5. Heft 1—5, Z. a. Ch. XI. Heft 1, N. J. Min. 1872. Heft 1, A. Phys. Ch. 145.

(Die eingeklammerten Formeln sind d. dualistischen Aequivalentf.)

1. Physikalische und reine Chemie; Allgem.

Boussingault hat destillirtes Wasser von 4° in einem starkwandigen Cylinder aus Gussstahl eingeschlossen und auf — 24° abgekühlt. Beim Umkehren konnte er durch das Aufschlagen einer mit eingeschlossenen Stahlkugel hören, dass das Wasser noch flüssig war. Wurde der Cylinder geöffnet, so erstarrte das Wasser augenblicklich. Durch starken Druck lässt sich demnach der Gefrierpunkt des Wassers erheblich erniedrigen. (Compt. rend. 74. 77.)

Michaelis sucht die sogenannte Atomigkeit der Elemente mathematisch zu fassen und findet, dass die Anziehungskraft der Atome eine Function der Anziehungsrichtung ist. (B. Ber. 49.)

Gorup-Besanez schliesst aus zahlreichen Versuchen, dass bei hoch gesteigerter Wasserverdunstung, wie sie z. B. in den Gradirhäusern stattfindet, ein Körper entsteht, der Jodkalium unter Freiwerden von Jod zersetzt, Thalliumoxydul in Oxyd verwandelt. Derselbe Körper ist in der Luft überhaupt, jedoch in geringerer Menge enthalten. Da salpetrigsaures Ammonium aus Jodkalium Jod, auch nicht unter Mitwirkung von Kohlensäure, frei machen kann, freie salpetrige Säure in der Luft nur sehr selten vorkommt, Wasserstoffsuperoxyd aber gebräuntes Thalliumpapier rasch bleicht, so kann dieser in der Atmosphäre enthaltene Körper nur Ozon sein. Die reichliche Bildung von salpetrigsaurem Ammonium bei der Verdunstung des Wassers steht demnach in bestimmter Beziehung zu der Ozonbildung, ebenso das Vorkommen von Wasserstoffsuperoxyd in der Luft. Der eigenthümlich frische Geruch der Seeluft wird von dem grösseren Ozongehalte derselben bedingt. (Ann. Chem. Ph. 232.)

Kolbe fährt fort die deutsche Wissenschaft gegen französische Anmassung zu vertheidigen. Schon früher unterzog derselbe (J. pr. Ch.) das berüchtigte „*la Chimie est une science française*" einer vernichtenden Kritik (vergl. diese Zeitschr. II, 135. III, 163). Derselbe führt jetzt „ein unbefangenes französisches Urtheil" von Naquet an, worin dieser die Phrase von Wurtz ebenfalls verurtheilt. (J. pr. Ch. 5. 23.) Inzwischen fährt die Pariser Akademie der Wissenschaften fort, trotz der Berichtigung von Kolbe, in den *Comptes rendus* Metz, Strassburg und Mühlhausen als französische Städte aufzuführen. (Das. 225.) Wir erwähnen noch:

Thomsen, Das Phänomen der Affinität nach multipeln gemeinschaftlichen Constanten (J. pr. Ch. 248). Kathke, Ueber einige Fälle der Bildung chemischer Verbindungen bei unzureichenden Verwandtschaften (Ann. Chem. Ph. 171). Franz: Ueber die spec. Gewichte einiger wässrigen Lösungen (J. pr. Ch. 275). Gräbe: Ueber die Dampfdichten einiger hochsiedender organischer Verbindungen (B. Ber. 15). Vierordt: Zur quantitativen Spektralanalyse (B. Ber. 34). Winkler: Ueber die Stellung der modernen Chemie zur metallurgischen Praxis (J. pr. Ch. 116).

2. Unorganische Chemie.

Reines Brom erstarrt erst bei $-24{,}5^0$ zu einer rothbraunen krystallinischen Masse. Die Angabe: der Erstarrungspunkt liege bei $-7{,}3^0$ oder -18^0 rührt von der Anwenduug eines nicht trocknen Produktes her. (B. Ber. IV. 927.)

Aus antimonsaurem Kalium fällt Salpetersäure, die normale Antimonsäure $SbOOH_3$ (SbO_5+3HO), die beim Erhitzen auf 175° in Pyroantimonsäure $SbO\left\{\begin{matrix}O\\OH\end{matrix}\right.$ (SbO_5+OH) übergeht. (J. pr. Ch. IV. 438.)

Allen hat gefunden, dass die durch Einwirkung auf metallisches Zinn entstehende Verbindung in starker Salzsäure oder Schwefelsäure löslich ist. Aus der letzteren Lösung schlägt Wasser nicht Metazinnsäure, sondern die normale Zinnsäure $SnO(OH)_2$ nieder; nur wenn die Flüssigkeit gekocht war, bildet sich Metazinnsäure. Wird die schwefelsaure Lösung mit Wasser verdünnt, so kann in derselben durch Weinsäure, Ammoniak und Bittersalz Phosphor und Arsensäure nachgewiesen werden, ohne dass Zinn niederfällt. (B. Ber. 223.)

Lisenko hat dünne Blätter von Palladium, als negative Pole einer Kette von 4 Bunsenschen Elementen, in mit Schwefelsäure angesäuertem Wasser mit Wasserstoff beladen. Dieses Palladiumwasserstoff wurde mit reinem schwefelsauren Eisenoxyd gekocht und das gebildete Oxydulsalz mit Chamäleonlösung titrirt. Ein Blättchen von 0,2305 gr. erforderte 43,5 *CC* Chamäleonlösung wovon $1CC=0{,}001876$ gr. Eisen entsprach, enthielt demnach 0,632% Wasserstoff. 1 Vol. Palladium absorbirte also 854,4 Vo

Wasserstoff, nach den Untersuchungen von Graham dagegen 867,13 bis 982,14 Vol. (B. Ber. 29.)

Gruner: Ueber die Spaltung des Kohlenoxyds unter gemeinsamer Einwirkung von metallischem Eisen und Eisenoxyden. (Ann. Chem. Ph. 122.)

Zettnow schliesst aus seinen Untersuchungen über die Bariumchromate, dass es nur die beiden Verbindungen $Ba\,Cr\,O_3$ und $Ba\,Cr_2\,O_7 + 2\,H_2\,O$ gibt. (Ann. Phys. Ch. 145, 167.)

Müller zeigt die Zusammensetzung der Luft und die Nothwendigkeit des Sauerstoffs zum Leben, indem er Käfer, namentlich *Dyticus marginalis*, in einem Eudiometer über Wasser absperrt. Nach 3 bis 4 Tagen hat sich das Volumen um 20,8% veringert, fast reiner Stickstoff ist zurückgeblieben. Tritt atmosphärische Luft zu, so zeigt der erstarrte Käfer bald wieder Bewegung und erholt sich in der Regel völlig. (A. Phys. Ch. 145, 455.)

Rammelsberg: Ueber einige Doppelsalze des essigsauren Uranoxydes (Ann. Phys. Ch. 145. 158). Hermann: Ueber die Verbindungen des Tantals (J. pr. Ch. 66). Krecke: Zersetzungserscheinungen beim Manganchlorür (das. 105). Thomsen: Ueber die Zersetzung der löslichen Schwefelmetalle durch Wasser (das. 247). Troost: Ueber die Einwirkung der Wärme auf Siliciumoxychloride (das. 190). Michaelis: Ueber Phosphorsulfobromchlorid (B. Ber. 1).

3. Organische Chemie.

Schiff hat seine Untersuchungen über künstliches Coniin (vgl. diese Zeitschr. II, 271) fortgesetzt. Die physikalischen, chemischen und physiologischen Eigenschaften dieser giftigen Base sind die der natürlichen aus *Conium maculatum*, nur besitzt das künstliche kein Rotationsvermögen. (B. Ber. 24.)

Bekanntlich bildet sich durch Einwirkung schmelzender Alkalien auf Cellulose Oxalsäure, auf Holzkohle Humussubstanzen. Schinnerer und Morawski haben nun gezeigt, dass Braunkohlen, welche noch Holzstructur zeigen, wie die Trauenthaler Kohlen, Brenzcatechin liefern. Aeltere Braunkohlen und Steinkohlen geben diesen Körper nicht. (B. Ber. 185.)

Lucius hat gefunden, dass reines Anilin bei —8° erstarrt. (B. Ber. 124.)

Franchimont: Ueber Nonylsäure aus dem Octylalkohol des Herakleum-Oels (B. Ber. 5, 19). Kekulé: Butylenglykol, ein neues Condensationsprodukt aus Aldehyd (das. 56). Nencké: Untersuchungen über die Harnsäuregruppe (das. 45). Tollens: Ueber das Monoallylin und den Glycerinäther (das. 68). Münder und Tollens: Ueber die Bibrompropionsäure (das. 73). Bischoff: Ueber die Einwirkung des Chlors und Broms auf Blausäure in alkoholischer Lösung (das. 80). Derselbe: Ueber Chloral (das. 86 und 113). Sell u. Biedermann: Zur Kenntniss der Knallsäurederivate (das. 89). Pinner: Ueber einige Derivate des Acetals (das. 147). Hagemann: Ueber einige Abkömmlinge des Chlorals (das. 151). Letts: Ueber eine Verbindung von Natrium mit Glycerin (das. 159). Henry: Untersuchungen über die Glycerinderivate (das. 186). Pinner: Zur Constitution des Crotonchlorals (das. 205). Bischoff und Pinner: Ueber Trichlormilchsäure und Trichlorangelaktinsäure (das. 208). Krecke: Ueber die Beziehungen der Drehungsfähigkeiten organischer Körper (J. pr. Ch. 5, 6). Friedel: Ueber die Einwirkung des Chlors auf Isopropylchlorür (das. 27). Schmidt: Ueber die Einwirkung von flüssigem Phosgen auf einige Amide (das. 35). Games: Paternò: Ueber die Einwirkung des Chlorbromphosphors auf Chloral (das. 96). Maly: Künstliche Umwandlung von Bilirubin in Harnfarbstoff (das. 102 u. Ann. Chem. Ph. 368). Fresenius: Ueber das Corallin (das. 192). Ritthausen: Verbindungen der Proteinstoffe mit Kupferoxyd (das. 215). Linnemann: Ueber die Darstellung der Fettalkohole aus ihren Anfangsgliedern (Ann. Chem. Ph. 85, 15 u. 175). Clermont: Ueber eine Darstellungsweise der Trichloressigsäure (das. 127). Albrecht: Ueber Methylmercaptantrisulfonsäure u. s. w. (das. 139).

Kurtz: Einige Derivate des Butyrons (das. 205). Rad: Ueber Allylsulfonsäure und einige ihrer Salze (das. 218). Gorup-Besanez: Ueber die chemischen Bestandtheile der Blätter von *Ampelopsis hederacea* (das. 225). Schorlemmer: Ueber die normalen Paraffine (das. 263). Popoff: Ueber die Oxydation der Ketone (das. 285 u. B. Ber. 38).

Ascher: Beiträge zur Kenntniss der dreifach substituirten Benzole (Ann. Chem. Ph. 1). Zinke: Ueber eine neue Reihe aromatischer Kohlenwasserstoffe (das. 93). Maly: Abietinsäure (das. 115). Schiff: Zur Constitution des Aesculins (das. 71). Rathke: Ueber die Einwirkung von schwefligsaurem Kali auf CCl_3 enthaltende Körper (das. 149). Wartha: Ueber die directe Oxydation des Anthorachinons durch Kalihydrat (das. 305). Fittig: Untersuchungen über die Sorbinsäure (das. 305). Sintenis: Beiträge zur Kenntniss der Benzyläther (das. 229). Lossen: Ueber Benzoylderivate des Hydroxylamins (das. 347). Griess: Ueber Uramidodinitrophenylsäure und einige Abkömmlinge derselben (J. pr. Ch. 5, 1). Grimeaux: Derivate des Tolylenchlorids (das. 32). Griess: Einige Derivate der Uramidobenzoesäure und zwei isomere Sulfosäuren der Amidobenzoesäure (das. 227 u. 214 u. B. Ber. 192). Flückiger: Ueber das Vorkommen des Pyrokatechins im Kino (B. Ber. 5, 1 u. 47). Koninck und Marquart: Einwirkung von Phosphorpentachlorid auf Nitronaphtalin (das. 11). Gräbe: Ueber Carbazol (das 12). Salkowski: Triamidobenzol (das. 22). Bayer: Ueber die Verbindungen der Aldehyde mit den Phenolen (das. 25). Rose: Amidobenzolsulfosäure (das. 41). Meyer: Ueber einige Benzolderivate (das 52). Tollens: Synthese der Parabansäure (das. 68). Letts: Isocyanat des Benzyls (das. 90). Oppenheim: Verwandlung des Terpentinöls in Cymol (das. 94). A. W. Hofmann: Aromatische Phosphine (das. 100). Walker: Ein drittes Nitranilin (das. 114). Wolkoff: Ueber die Einwirkung von Phosphorpentachlorid auf einige Aciamide (das. 139). Liebermann: Zersetzung des Rosanilins (das. 144). Losanitsch: Ueber chlorirtes und jodirtes Phenylsenföl (das. 156). Kachler: Ueber die Verbindungen aus der Kamphergruppe (das. 165). Habermann: Dextronsäure (das. 167).

(Fortsetzung folgt.)

III. Geognosie.

Mitgetheilt von H. Engelhardt in Dresden.

Küstenschwankungen. Nach Delesse (*Lithologie du fond des mers*) haben die Küsten Frankreichs ziemlich complicirte Schwankungen erlitten; während sie sich im allgemeinen am mittelländischen Meere und im Norden des Golfes von Gascogne erheben, senken sie sich am La Manche und an der Nordsee. Da die Hebungen und Senkungen eher local, als allgemein sind, sich oft an derselben Küste und selbst in geringer Entfernung nicht abgebrochen und plötzlich, sondern continuirlich zeigen und mit ganz ungemeiner Langsamkeit vor sich gehen, so glaubt Delesse, sie von der Anhäufung der Sedimente und von der Abnagung ableiten zu müssen, die das Meer auf die submarinen Küsten ausübt. Er meint, dass da, wo Thone oder andere weiche Massen unter dem Meere anstehen, Comprimirung derselben durch die auf ihnen ruhenden Ablagerungen stattfände und so Depressionen entständen und dass die untergetauchten Küsten fortwährend vom Meere benagt würden, besonders im obern Niveau desselben, während die emporgetauchten Küsten von der Atmosphäre angegriffen würden, weshalb, da die Wirkung des Meeres und der Atmosphäre sehr ungleich sind, das Gleichgewicht der Küsten beständig verändert würde, in Folge dessen Rutschungen und Niveauverschiebungen vorkämen. Die Erhebungen sucht er daraus zu erklären, dass das Meerwasser die Felsen mehr und mehr tränke und dadurch Volumenvermehrung hervorrufe.

Tiefseeforschungen. 1) Das New-Yorker Schiff „Merkur" hat eine Reihe von Bodenproben des atlantischen Oceans zwischen Afrika und der Mündung des Amazonenstroms zu Tage gefördert, die als Resultate ergaben, 1) dass fetzige und flockige Substanzen und hier und da Seegras in den verschiedenen Stadien der Zersetzung und 2) in geringerer Tiefe organische Bestandtheile vorhanden sind. Nach Carpenters Untersuchung besteht der Boden aus dem gewöhnlichen atlantischen Schlamm, sich bildendem Kalk und den gewöhnlichen Typen der Tiefseeforaminiferen. (*Nature N.* 121.)

2) Agassiz berichtet an Prof. Pieru, dass er auf seiner zum Behufe von Tiefseeforschungen unternommenen Reise, welche durch die Maghellanstrasse nach der Westküste von Südamerika gehen soll, die ersten Züge mit dem Schleppnetz bei Barbadoes gemacht und dabei ein so günstiges Resultat erreicht hat, dass er ein halbes Dutzend competenter Zoologen während eines ganzen Jahres beschäftigen könnte. Es wurden dabei gefunden ein dem Cnemidium (*Helispongia Gein.*) ähnlicher Schwamm, ein Crinoid, ähnlich dem *Rhizocrinus lofotensis*, eine lebende *Pleurotomaria*, eine neue Art *Spatangus* u. s. w. Agassiz ist bei Betrachtung des Crinoid die Frage aufgedrängt, wie es komme, dass man jetzt *Pentacrinus* und *Rhizocrinus* in den westindischen Gewässern und nur in grosser Tiefe finde, während doch nachweislich die silurische Formation des Staates Neu-York, sowie die jurassische der Neu-England-Staaten sich in seichtem Wasser gebildet hätten. Er findet dabei nur die Erklärung, dass bei der Weiterentwickelung unserer Erde durch Wohnortsveränderungen allein gewissen niedrigen Typen die Möglichkeit der Fortexistenz gegeben sei, indem die Meeresküste der Jetztzeit dem seichten Wasser früherer geologischer Epochen am nächsten kommen dürfte und der Druck von 500—700 Fuss Wasser vielleicht den grösseren Druck der früheren Atmosphäre bei geringerer Wassertiefe ersetze. Diese Ansicht ist durch die gefangene *Pleurotomaria* bestätigt worden. Diese hält er unzweifelhaft für den Typus einer bestimmten Familie, ganz verschieden von andern Mollusken. Das Cnemidium ist von dem jurassischen nicht zu unterscheiden. Ausser ihm sind noch *Siphonia* und *Scyphia*, die bisher als ausgestorbene Typen der Jura-Kreideformation galten, lebend daselbst gefunden worden, auch drei für die Kreideformation charakteristische Mikraster, welche schon in der Tertiärformation nicht mehr gefunden werden. (Berichte der Dresdener „Isis". 1872. 1. Heft.)

Höhlenfunde. 1) Durch Ausführung der Bahnlinie Nürnberg-Regensburg wurde eine Höhle im Juradolomit durchschnitten, deren Inhalt im Wesentlichen aus dem vieljährigen Unrath und den modernden Abfällen einer menschlichen Haushaltung (Holzasche, Topfscherben, Feuersteinsplitter) und zahlreichen Knochen von *Ursus spelaeus*, *Felis spelaea*, *Hyaena spelaea*, *Elephas primigenius*, *Cervus elaphus*, *C. tarandus* u. s. w. besteht. (Archiv f. Anthropol. V. 2.) 2) Gaudry hat in jüngster Zeit im Departement Vaucluse Ausgrabungen angestellt. Die dabei gefundenen Thierreste sind insofern von grossem Interrese, als sie mit denen der tertiären Fauna von Pikermi in Griechenland grosse Aehnlichkeit haben, so dass man in ihnen vielleicht ein Uebergangsglied vom Tertiär in's Diluvium erblicken darf. Es wurden von ihm etwa 1200 Stücke gesammelt; darunter waren vertreten: *Hyaena eximia*, *Ictitherium hipparionum et Orbignii*, *Machaerodus cultridens*, *Dinotherium giganteum*, *Rhinoceros Schleiermacheri*, *Sus major*, *Cervus Matheronis*, *Hipparion* u. s. w. Sie alle zeigten nur kleine Unterschiede von den Resten Pikermi's, so dass man sie nur als Uebergangsformen, nicht als besondere Species betrachten darf. Gaudry glaubt aus der Vergleichung dieser Reste von Pikermy, von Baltavar in Ungarn und von Concud in Spanien und mit afrikanischen Thieren schliessen zu dürfen, dass gegen Ende der miocenen Epoche Land sich erstreckt habe von Griechenland bis Spanien und dass enge Verbindungsstrassen zwischen Afrika und Europa existirt haben. (*Compt. rend. Avril.*)

Vogelreste in der Kreidezeit. Von Marsh ist in der oberen Kreide des westlichen Kansas der grössere Theil eines Skelets von einem grossen, fossilen Vogel gefunden worden, der mindestens 5 Fuss hoch ist und sich von jeder bekannten, jetzt lebenden und ausgestorbenen Form unterscheidet. Die Knochen sind gut erhalten, aber die andern Theile des Beines bedeutend verlängert; die Fusswurzelknochen scheinen von einander getrennt zu sein. Dieser Fund ist um so interessanter, als es der erste gefundene Vogelrest aus der Kreideformation überhaupt ist. Marsh schlägt für ihn den Namen *Hesperornis regalis* vor. (*Naturf. N.* 24.)

Ein neuer Arachnide ist im zur Steinkohlenformation gehörigen Eisensteine von Dudley gefunden worden. Er gehört zu den Afterskorpionen und ist *Eophrynus Prestoici* benannt worden. (Zeitschr. für ges. Naturw.)

Vorweltliche Affen in Italien. Seit dem Jahre 1836 sind 19 fossile Affenarten überhaupt bekannt geworden und zwar 2 eocäne, 9—10 miocäne, 2 pliocäne und die diluvialen Südamerika's. Davon besitzt nach Forsyth Majors Arbeit das Mailänder Museum einen Oberkiefer mit 3 Zähnen aus dem oberen Arnothale, welcher dem nordafrikanischen *Macacus ecaudatus* sehr nahe steht, das Museum in Florenz einen schönen Kiefer ebendaher, einen Kiefer von *Cercopithecus* aus den Braunkohlen des Mte. Bamboli in den Maremmen Toskana's und das Museum in Pisa einen an *Macacus* erinnernden von Mugello im Arnothale. Diese Reste gehören der pliocänen Zeit an. (Zeitschr. f. ges. Naturw. Märzheft.)

Ein neuer Neanderschädel. Bei Brüx in Böhmen ist in einer Sandschicht über der Braunkohle ½ Fuss unter einer 2 Fuss dicken Ackerkrume eine prächtig gearbeitete Steinaxt und 2 Fuss unter dieser ein Skelet gefunden worden, dessen Schädelfragmente durch die ausserordentlich flache und niedere Stirn ganz und gar an den berühmten Neanderschädel erinnern. (Archiv f. Anthrop. V. 2.)

Ueber das am 6. März in Mitteldeutschland stattgefundene Erdbeben und den diesjährigen Ausbruch des Vesuvs haben alle Zeitungen so Eingehendes gebracht, dass ich es für überflüssig halte, hier noch darüber zu berichten.

Naturkundlicher Lehr- und Uebungscurs für Volksschullehrer in Stuttgart.

Wie in diesen Blättern*) bereits am 2. Juli angekündigt war, fand in Stuttgart vom 1. Juli bis 12. August ein sechswöchiger naturkundlicher Curs für Volksschullehrer statt. Zu diesem Curs waren von der Oberschulbehörde 15 Lehrer, darunter 7 Präparandenlehrer, 6 Lehrer an landwirthschaftlichen oder gewerblichen Fortbildungsschulen und 2 Lehrer an grösseren Schulen einberufen. Dieselben bekamen Reise-Entschädigung, für die Zeit ihrer Anwesenheit Diäten und zu Hause einen Stellvertreter. Das Programm des Unterrichts und der Uebungen umfasste:

Aus der Physik:

Die wichtigsten Grund-Gesetze des Magnetismus, soweit dieselben zu Erklärung des Kompasses und seines Gebrauchs nöthig sind.

Das Fasslichste aus der Lehre von der Reibungs-Elektricität, soviel davon zu Erklärung der Natur-Erscheinung des Blitzes und der Mittel zu seiner gefahrlosen Abwendung von den Wohnungen, sowie der während des Gewitters nöthigen Vorsichtsmassregeln unumgänglich ist.

---

*) Vgl. III, 424. D. Red.

Die wichtigsten Erscheinungen aus der Strom-Elektricität, soweit sie zu Erklärung des Elektromagnetismus und der Telegraphie, sowie der Galvanoplastik und des elektrischen Glühens dienen.

Die hauptsächlichsten Erscheinungen aus der Lehre vom Licht, soweit sie zu Erklärung des Vorgangs des Sehens, des Gebrauchs der Sehgläser, der Erscheinung des Regenbogens und der Farben unentbehrlich sind.

Die wichtigsten Gesetze der Wärme-Lehre, soweit sie zur Erklärung der Windströmungen, Entstehung von Nebel, Wolken, Regen, Thau, Schnee, sowie insbesondere zur Erläuterung der Locomotive nöthig sind.

Die hauptsächlichsten Gesetze der Schwerkraft und der Lehre vom Hebel, jedoch nur in der Ausdehnung, als zum Verständniss der gleichnamigen Wage, des mehrfach übersetzten zwei- und einarmigen Hebels, sowie der Rollen, Wellräder und Kurbeln nöthig ist.

Das fasslichste aus dem Gebiet des Wassers und Luftdrucks zu Ermöglichung des Verständnisses der Wasserleitungen, laufenden Brunnen oder Springbrunnen, des Winkelhebers, Stechhebers, Barometers, der einfachen Spritze, der Pumpen, der Feuerspritze und der hydraulischen Presse.

Aus der Chemie:

Das Wichtigste aus der pneumatischen Chemie zur Kenntniss der Bestandtheile der atmosphärischen Luft und ihrer speciellen Eigenschaften, sowie der wichtigsten Gasarten, Stickstoff, Sauerstoff, Wasserstoff, Knallgas, Kohlensäure, schwefelige Säure, Schwefelwasserstoff, Leuchtgas, Salzsäure, Chlor, der Verwendung derselben, Vorsichtsmassregeln bei ihrem Auftreten, Erklärung der Rasen-, Schwefel-, Chlorbleiche, der Desinficirungsmittel, genauere Kenntniss von Phosphor, Schwefel, Kohle und ihren chemischen Eigenschaften, insbesondere brennbare Mineralien, sowie Heizung und Beleuchtung, Eigenthümlichkeiten von Basen, Säuren, Salzen, Kenntniss der wichtigsten im gewöhnlichen Leben verwendeten.

In beiden Fächern:

Uebung in Anstellung derjenigen Versuche, aus welchen die Gesetze als Folgerungen sich ergeben. Uebung in Herstellung einfacher Apparate und Veranschaulichungsmittel für die Stufe der Volksschule.

Aus der Mineralogie und Geognosie:

Bekanntschaft mit den wichtigsten Grundlehren dieser Fächer, soweit sie zur Kenntniss der wichtigsten und nutzbarsten einheimischen Mineralien, ihrer Eigenschaften und Fundorte, sowie zum Verständniss der Bildung der Erdrinde, und insbesondere der Ackererde unentbehrlich sind.

Als Lehrmittel, welche der Cursist in Händen hatte, dienten:

Für Physik:

Prof. Bopp's Kleiner physikalischer Apparat für Volksschulen (30 Nummern nebst Anleitung), Bezug durch Vermittlung des Verfassers Adresse Prof. Bopp in Stuttgart.

Prof. Bopp's Acht Wandtafeln für den physikalischen Anschauungs-Unterricht nebst Text.

Für Chemie:

Prof. Bopp's Kleiner chemischer Apparat für Volksschulen, Bezug durch Vermittlung des Verfassers.

Für Mineralogie und Geognosie:

Prof. Haugs Kleine Mineralien-Sammlung sammt Text.

Prof. Fraas Geologische Wandtafeln für den Anschauungs-Unterricht, die 4 Weltenalter in geologischen Profilen und Landschaften enthaltend sammt Text.

Den Unterricht in Physik und Chemie ertheilte Prof. Bopp von der Kgl. Baugewerkenschule, den in Mineralogie und Geographie Prof. Fraas vom Kgl. Naturalien-Cabinet.

Das in der Physik so bedeutend gegen früher erweiterte Programm, das noch dadurch eine Zugabe erhalten hatte, dass der Anschluss an das Lehrbuch und die Grenze des in der einklassigen Volksschule möglichen Stoffes aus diesen Fächern gesucht werden sollte, nöthigte zu einer starken Ausnützung der 6 Wochen für Vorträge und Uebungen, wesshalb die Cursisten sehr angestrengt werden mussten.

Der Unterricht in Mineralogie wurde in wöchentlich 3 Doppelstunden je Morgens von 6 – 8 Uhr im Naturalien-Cabinet ertheilt, der physikalische und chemische in der Baugewerkenschule, er begann an den Tagen, an welchen geognostischer Unterricht stattfand, um 9 Uhr, an den übrigen um 8 Uhr und dauerte bis 12 Uhr, Nachmittags wurde er von 2—6 Uhr fortgesetzt.

Die unverdrossene Thätigkeit der Cursisten machte es möglich, dass das Programm vollständig durchgeführt werden konnte. Mit seltenem Eifer und unerschüttlicher Ausdauer nahmen sie die ungewohnte Arbeit auf und harrten unermüdlich trotz aller Hindernisse; die auch die ungewohnte Lebensweise und die Entfernung von der Heimat entgegensetzte, bis zum Ende aus.

Einer der Cursisten führte das Tagebuch, in welches alles, was vorgenommen wurde, eingetragen wurde, um als Anhaltspunkt für spätere Curse zu dienen.

Nach diesem Tagebuche wurden ertheilt von Professor Bopp,

in Physik: Vorträge in 105 Stunden
Uebungen in 70 Stunden

in Chemie: Vorträge in 48 Stunden
Uebungen in 27 Stunden

von Professor Fraas in Mineralogie und Geognosie:
Vorträge in 34 Stunden.

In den Uebungsstunden fanden je nach Absolvirung eines Fachs Discussionen statt über den Anschluss der erweiterten Belehrung an die Lesestücke des Volksschullesebuchs und die methodische und didaktische Behandlung des Lehrstoffs, namentlich auch über die Grenze, bis zu welcher in der einklassigen Volksschule nach den Andeutungen des Normallehrplans zu gehen möglich und wünschenswerth ist.

Ausserdem wurde wöchentlich je ein Nachmittag dazu verwendet, um unter Führung von Prof. Bopp praktische Anwendungen von Physik und Chemie zu besichtigen und zu erfahren, wie die Industrie der Neuzeit die Naturkraft in ihren Dienst gezwungen hat, so in das Musterlager der k. Centralstelle für Gewerbe und Handel, in eine Gasfabrik, in ein Telegraphenbureau, zu den elektrischen Uhren des Bahnhofs, in die Maschinen-Fabrik zu Esslingen und die Wasch-Anstalt zu Stuttgart.

Diese grosse Aufgabe hatte der Lehrcurs während der 6 heissesten Wochen des Jahres zu lösen. Um von den Ergebnissen Zeugniss abzulegen, wurde zum Schluss des Curses am 12. August eine Schlussprüfung gehalten, welcher Se. Excellenz der Herr Minister des Kirchen- u. Schulwesens, der Herr Präsident und die Räthe des königl. kath. Kirchenraths und der Director der königl. Centralstelle für die Landwirthschaft anwohnten.

Dieselbe wurde durch eine einleitende Ansprache des Leiters des Curses über die Aufgabe desselben und deren Lösung eröffnet, worauf

die Cursisten der Reihe nach in Experimenten u. Vorträgen Proben der Behandlungsweise der vorgenommenen Themen gaben. Die einen hatten ihre Vorträge für die Stufe einer einklassigen Volksschule, andere für die Oberklasse einer mehrklassigen Volksschule, wieder andere für eine Präparandenschule oder Lehrer-Conferenz eingerichtet. Zur Abwechslung experimentirten alle gemeinschaftlich.

Vorträge wie Experimente waren gleich gelungen, wesshalb Se. Excellenz der Herr Minister u. der Herr Präsident Veranlassung nahmen, den Cursisten und dem Leiter des Curses ihre besondere Anerkennung auszusprechen.

Die Schlussprüfung zeigte, dass die Cursisten wirklich das durch den Curs beabsichtigte Ziel erreicht haben. Sehr interessant war auch die im Hintergrund des Prüfungs-Saales aufgestellte Ausstellung der bei dem Curs verwendeten württembergischen Lehrmittel für physikalischen, chemischen, mineralogischen, geognostischen und metrischen Unterricht, sowie der von den Cursisten hergestellten Modelle u. Apparate, deren Aufzählung hier zu lang wäre.

Durch die Ergebnisse dieses Curses ist die Ueberzeugung auf's Neue gestärkt worden, dass die so unterwiesenen Lehrer im Stande sind, in unsern Volksschulen gute u. verständliche Erläuterungen und Belehrungen über viele Zweige aus der Naturkunde zu geben, wenn die entwickelnde Methode streng angewandt wird und die Versuche und Erscheinungen, welche zum Ausgangspunkt dienen, mit Sicherheit vorgeführt werden können. Die Theilnehmer dieses Curses sind auch dazu bestimmt, nicht nur in ihren Schulen, sondern auch bei ihren Präparanden richtige Kenntnisse zu verbreiten u. durch Muster-Vorträge u. Lehrproben bei Lehrer-Conferenzen, sowie durch kleinere Curse mit benachbarten Collegen das Interesse für diesen Unterricht stets wach zu erhalten und zu seiner Durchführung mitzuhelfen. Bis zu vollständiger Durchführung der Organisation wird es freilich noch mancher Jahre steter Aufmerksamkeit auf diesen Unterrichtszweig bedürfen, allein der Erfolg dann auch ein sicherer sein.

Wie wir hören, sollen diese naturkundlichen Uebungs-Curse, welche in Württemberg vor 6 Jahren zuerst versucht und seitdem mehrfach wiederholt wurden, in mehreren Gegenden Deutschlands Nachahmungen finden. Unter anderem hat der Leiter der hiesigen Curse, Prof. Bopp, eine Einladung nach München erhalten, um daselbst noch im Laufe dieses Herbsts einen naturkundlichen Curs nach dem Muster der Stuttgarter Curse abzuhalten.

Mathematische und naturwissenschaftliche Universitäts-Seminare.

Die Einführung eines mathematischen Seminars an der Grazer Universität veranlasst uns zu nachfolgenden, wie wir glauben, zeitgemässen Ausführungen. Es unterliegt keinem Zweifel, dass eine eigene Schulung für einen besonderen Zweck alle jene Vortheile nach sich zieht, welche die nothwendigen Folgen jeder Specialbildung sind. Hätten sonst die Lehrer-Bildungsanstalten in Deutschland so rasch um sich gegriffen? Es sind kaum hundert Jahre, seit man die hohe Bedeutung der Lehrer-Seminare erkannte, und schon in den Zwanziger-Jahren finden wir die Lehrer-Bildungsanstalten in den deutschen Staaten in der Verbreitung und Entwicklung begriffen; Oesterreich behalf sich bekanntlich damals mit Normal- und Musterschulen, an welche ein „methodischer" Curs sich anschloss, eine höhere, allgemein pädagogische Ausbildung sollten nicht obligate, leider spärliche Vorlesungen an den „beiden philosophischen Jahrgängen" vermitteln; erst die letzten Jahre brachten auch uns — nachdem der

Wiener Gemeinderath das Beispiel gegeben hatte — eigens organisirte Lehrer-Bildungsanstalten in hinreichender Anzahl.

Für die Ausbildung von Fachlehrern hatten die Philologen und Historiker schnell die Wichtigkeit der Pflanzschulen erfasst, und es dürfte heute kaum eine Universität in Deutschland und Oesterreich sein, wo nicht mindestens Ein philologisches Seminar sich findet. Die Theologen sind noch weiter gegangen und erziehen sich ihre Jünger gänzlich in Seminarien.

All dies verräth, dass in den Seminarien Kräfte geweckt und entfesselt werden: die sich durch die einfachen Vorlesungen nicht frei machen lassen. In der That ist es nicht einerlei, ob der Hörer an Hochschulen nur ein höheres allgemeines Wissen erwirbt oder ob er sorgsam angeleitet wird, den Gegenstand zu ergründen, selbstständig zu verarbeiten und lehrend wiederzugeben. Und auf die letzten Punkte wird in einem Seminar mit Recht der Ton gelegt.

Durch den öfteren und regeren Verkehr mit den Professoren des Faches und Leitern des Seminars wird der Zögling mit den höheren Forderungen und gewichtigeren Problemen der Wissenschaft bekannt und zu den Quellen der letzteren geführt; er lernt die gediegensten und classischesten Schriften und Thaten auf dem Gebiete seines zukünftigen Wirkens würdigen und wird selbst zu einem Nachstreben dieser Muster angehalten; er wird zur literarischen Thätigkeit durch Preisfragen angeeifert; er erhält Themen zum Ausarbeiten und muss auch selbst solche finden; er muss Vorträge über gegebene Stoffe halten, die Kritik darüber von den Mitzöglingen anhören und ihre Einwürfe gründlich zu widerlegen suchen. Hierdurch und wiederum durch sein eigenes Urtheil über die Arbeiten der anderen Zöglinge wird sein Scharfsinn geweckt und er überdies zum eingehendsten Studium seines Eaches getrieben. Bedenken wir ferner, dass ein Seminar auch noch die praktischen Seiten des Faches im Auge behalten muss, also den Uebungen, Anwendungen, Arbeiten in den zugehörigen Museen, Laboratorien u. s. w. die vollste Aufmerksamkeit zuzuwenden hat, so können wir wohl sagen, dass der Zögling eines guten Seminars Tiefe, Selbstständigkeit und Lehrfähigkeit hinsichtlich der darin aufgenommenen Gegenstände erwirbt. Das setzt nun freilich die grösste Tüchtigkeit auf Seite der beim Seminar betheiligten Lehrkräfte voraus; sollen doch die Zöglinge des Seminars die „Schule" der Meister fortpflanzen.

Die philologischen und historischen Seminare haben auch bei uns, wie erwähnt, überall Eingang gefunden — anders ist es bezüglich der mathematischen und naturwissenschaftlichen Seminaren. In dieser Richtung gewahren wir an unseren Hochschulen nur die Anfänge und Surrogate von Seminaren, als da sind: mathematische, naturgeschichtliche, mikroskopische, chemische, physikalische, physiologische, geographische und astronomische Uebungen, Curse, Praktica, Arbeiten in den Laboratorien und Museen u. dgl. m. Das physikalische Institut in Wien lässt sich allerdings unter den Begriff des Seminars bringen.

An den Hochschulen Deutschlands erblicken wir hingegen neben den genannten vielnamigen Ergänzungen der ordentlichen Vorlesungen noch weitere Anläufe zu einem Seminar, wie die mathematische Societät in Göttingen, die mathematische Gesellschaft in Greifswald u. dgl. m. Ueberdies ist es an vielen Universitäten üblich, Preisfragen zu stellen, welche ebenfalls an eine der Aufgaben der Seminare mahnen; wir setzen beispielsweise einige der im laufenden Semester gegebenen Fragen hierher, und zwar nur aus dem mathematischen und naturwissenschaftlichen Gebiete:

Es soll die Gleichung derjenigen Spirale entwickelt werden, die ein Galvanometerdraht bilden muss, damit die Wirkung des Stromes auf die Nadel ein Maximum sei. (Göttingen.)

Ueber den Bau, den Mechanismus und die Entwicklung des Stachels bei den bienenartigen Thieren. (Leipzig.)

Die Zellenbildung im Pflanzenreiche ist mit der des Thierreiches ausführlich zu vergleichen. (Würzburg.)

Eine kritische Darstellung der Theorien über die Alkoholgährung mit besonderer Berücksichtigung der darauf bezüglichen Arbeiten und Ansichten Liebig's und Pasteur's. (Greifswald.)

Wie lässt sich nach einer Zusammenstellung der bisher beobachteten Fälle von Generationswechsel bei den Thieren das Wesen des Generationswechsels definiren? (Bonn.)

Es haben die Untersuchungen von Lovén und Schwalbe in den Jahren 1867 und 1868 den Nachweis geliefert, dass in der Zunge der Säugethiere Geschmackskolben oder Schmeckbecher vorkommen; die eben genannten Schriftsteller und später v. Wiss, Engelmann und Krause haben die Structur dieser Gebilde näher studirt und getrachtet, ihre Verbindungsweise mit den Geschmacksnerven zu ermitteln, ohne jedoch zu einem befriedigenden Resultate zu gelangen. Es wäre deshalb die Lösung folgender Frage höchst erwünscht: Welcher ist der Zusammenhang zwischen den Nerven und jenen Gebilden (Geschmackszellen), die in den Geschmackskolben enthalten sind? (Innsbruck.)

Neben der eben erwähnten mannichfachen Schulung der Universitätshörer erscheinen dann noch in grosser Anzahl die eigentlichen mathematischen, physikalischen oder allgemein naturwissenschaftlichen Seminare selbst. Je entwickelter und grossartiger die Hochschule ist, in desto reicherer Zahl treten auch die Seminarien überhaupt und die uns hier interessirenden insbesondere auf; wir erwähnen beispielsweise die mathematischen, physikalischen oder naturwissenschaftlichen Seminarien an den Universitäten zu Berlin, Bonn, Giessen, Göttingen, Heidelberg, Königsberg, Leipzig, München und mehreren anderen. In Berlin haben Weierstrass und Kummer — jeder sein eigenes — mathematische Seminare, und dieser Fall eines Doppelseminars wird wohl kaum vereinzelt vorkommen. Ueberdies existirt zu Poppelsdorf nächst Bonn ein landwirthschaftliches Seminar, ebenso in Dorpat; Freiburg i. B. hat, wie Tübingen, ein cameralistisches Seminar.

Wir sehen demnach, dass der speciellen Schulung geeigneter Kräfte für das mathematische und naturwissenschaftliche Lehrfach in Deutschland die vollste Aufmerksamkeit gezollt wird; der Meister sichert sich durch „seine Schule" die Fortdauer und Entwicklung seiner Richtung, die Professoren der Hochschulen haben dann ein reiches Material für die Auswahl ihrer Assistenten und Adjuncten, der Staat endlich bekommt für seine Mittel- und Hochschulen in ausreichendem Masse einen tüchtigen Nachwuchs.

Wir hoffen, das in Oesterreich von der Grazer Universität ausgehende Beispiel der Errichtung eines mathematischen Seminars werde an allen Hochschulen nicht nur in Hinscht auf die Mathematik, sondern für die Naturwissenschaften überhaupt zündend wirken, und dass wir in den nächsten Jahren an unseren Hochschulen die mathematischen und naturwissenschaftlichen Seminare in voller Blüthe finden werden.

Von Seite des Staates erwarten wir die wärmste Förderung dieser Angelegenheit durch Unterstützung und Aufmunterung der ihm von den Seminarvorständen bezeichneten Zöglinge, sowie durch Festsetzung von Stipendien für die Lösung wissenschaftlicher Preisfragen.

(N. freie Presse.)

Anm. d. Red. S. d. Briefkasten.

Schulstatistik.

I. Zur Statistik der badischen Realgymnasien und höheren Bürgerschulen.

(Vom Gymnasialdirector Kappes in Donaueschingen.)

Durch eine landesherrliche Verordnung vom 25. Juli 1868 wurde die Errichtung von Realgymnasien beschlossen in der Absicht, denjenigen jungen Leuten, welche technische Bahnbeamte werden oder als Privattechniker und Gewerbetreibende zu einer höheren Thätigkeit auch im öffentlichen Leben sich befähigen wollen, eine allgemein streng wissenschaftliche Vorbildung zu ermöglichen, welche zugleich mit ihrem weiteren Bildungsgang und Berufsbedürfniss in einem engeren Zusammenhang steht. Diese Realgymnasien haben 8 Classen mit je einjährigem Curs (nach einer neuern Verfügung werden diese, wie die der Gymnasien, Progymnasien nach der allgemein üblichen Bezeichnung von Sexta bis Prima benannt VI. V. IV. IIIb. IIIa. IIb IIa. I; bei den Gymnasien Ib. Ia). Die Abiturienten aus Prima des Realgymnasiums haben eine besondere Abiturientenprüfung zu bestehan. Die mit dem Zeugniss der Reife entlassenen Schüler sind berechtigt: zum unmittelbaren Eintritt in die polytechnische Schule nach Erwerbung der für die einzelnen Berufszweige vorgeschriebenen specie len theoretischen Vorbildung und Vollendung des Fachstudiums zur Ablegung der Staatsprüfung im Berg- und Hüttenfach, im Forst- und Ingenieurfach. Ausserdem berechtigt bei dem Vorhandensein der sonst vorgeschriebenen Bedingungen die Absolvirung von 7 Classen des Realgymnasiums zur Receptur als Kanzleigehilfe und als Gehilfe im Dienste der grossh. Verkehrsanstalten, und jene von 5 Cursen zur Reception als Actuariatsincipient. Die Absolvirung von 6 Cursen (VI—IIb.) gewährt das Recht zum einjährigen Freiwilligendienst. — Für die wissenschaftlichen Fächer können an den Realgymnasien nur solche Lehrer angestellt werden, welche akademische Studien gemacht haben. Ihre Bezüge sollen den Besoldungen der Lehrer an Gelehrtenschulen entsprechen. Die Mittel sind zu schöpfen aus dem Localschulfond, den Beiträgen der Gemeinden, dem Ertrag des Schulgeldes (24—36 Fl.) und erforderlichen Falles aus Staatszuschüssen.

Indem die Einzelheiten des Lehrplanes einer weiteren Mittheilung vorbehalten werden, mag hier vorerst nur die Zusammenstellung desselben Platz finden.

	VI.	V.	IV.	IIIb.	IIIa.	IIb.	IIa.	I.	Summe
Religion	2	2	2	2	2	2	2	2	(nach Umst. combinirt)
Deutsch	4	3	3	3	3	3	3	3	25
Lateinisch	8	7	6	5	5	3	3	3	40
Französisch	—	5	4	4	4	4	3	3	27
Englisch	—	—	—	3	3	3	3	3	15
Geographie	2	2	2	2	—	—	—	1	9
Geschichte	—	—	2	2	2	2	2	2	12
Rechnen	4	4	4	1	—	—	—	—	13
Geom. Formenlehre	—	1	1	—	—	—	—	—	2
Allg. Arithm u. Algebra	—	—	—	3	3	3	3	3	15
Geom. u. Trigonometrie	—	—	—	2	2	3	3	2	12
Darstellender Unterr.	—	—	—	—	1	2	2	2	7
Naturgeschichte	2	2	2	—	—	—	2	2	10
Physik	—	—	—	2	2	2	2	2	10
Chemie	—	—	—	—	2	2	2	2	8
Summe	22	26	26	29	29	29	30	30	

	VI.	V.	IV.	IIIb.	IIIa.	IIb.	IIa.	I.	
Kalligraphie	2	2	2	—	—	—	—	—	nach Umständen combinirt.
Freihandzeichnen	2	2	2	2	2	2	2	2	
Singen	2	2	2	2	2	2	2	2	
Turnen	2	2	2	2	2	2	2	2	
Summe	8	8	8	6	6	6	6	6	

Auf Grund dieser Verordnung sind seit 1868 bis jetzt 5 Realgymnasien aus früheren höheren Bürgerschulen gebildet worden, von welchen jedoch nur zwei den vollen 8jährigen Curs haben, während die andern mit Secunde abschliessen. Der Einjährige fällt dabei wie überall schwer ins Gewicht.

Neben diesen Realgymnasien mit obligatem Latein haben sich aber auch bis jetzt drei höhere Bürgerschulen, zu Karlsruhe, Freiburg, Constanz bemüht, das Recht zur Absolvirung der Einjährigen ohne Latein nach 6jährigem Curs zu erhalten, was ihnen auch durch Erlass des Reichskanzlers verwilligt worden ist, mit der Bedingung, dass das Examen von einem Prüfungscommissar abgenommen wird und der ganze Unterrichtsplan eine jenen Ausfall ersetzende Organisation erhält. Diesen drei Bürgerschulen wird sich in neuer Organisation mit Beginn des neuen Schuljahres die sehr besuchte zu Heidelberg anschliessen.

Der Besuch dieser Realgymnasien und höheren Bürgerschulen, welche alle am gleichen Platze humanistische Gymnasien zur Seite haben, ist, wenigstens bis zum VI. Curs, ein sehr zahlreicher. Von Obersecunda an sind auch hier wie allerwärts die gleichen Erfahrungen zu machen. Zur Verdeutlichung diene in Kürze folgende Tabelle für 1871/72:

Realgymnasium	Evang.	Kath.	Isr.	Ges.	Ausgetr.	Schluss.
Karlsruhe	163	67	13	244	29	215
Mannheim	203	109	82	397	46	351
Pforzheim	246	31	4	281	25	256
Baden	34	103	2	139	9	130
Lörrach	109	29	6	144	20	124
	755	339	107	1205	129	1076
Höhere Bürgerschule ohne Latein	**Evang.**	**Kath.**	**Isr.**	**Ges.**	**Ausgetr.**	**Schluss.**
Karlsruhe	124	73	28	225	40	185
Freiburg	78	175	17	270	35	235
Constanz	20	100	1	121	20	101
	222	348	46	616	95	521
Zusammen	977	687	153	1821	224	1597

Darnach sind 53% evangelisch, 38% katholisch, 9% israelitisch. Diese Procentsätze stehen gegenüber den entsprechenden der Gesammtbevölkerung Badens, welche zerfällt in 64% Katholiken, 33% Evangelische und 2% Israeliten (1% Diss.). Das Zahlenverhältniss ist hier noch contrastirender, als bei den Gelehrtenschulen, welche 55% kathol., 37% evang. und 8% israel. Schüler aufweisen. Zu bemerken ist noch, dass das Gymnasium in Baden Real- und humanistisches Gymnasium ist und erst von IIb. getrennt wird. Ebenso ist mit Lörrach noch ein Pädagogium verbunden, aber gleichfalls verbunden in den Unterclassen, nur in IIIa. sind drei Schüler besonders verzeichnet.

Nach den Classen vertheilen sich die Schüler der genannten Anstalten folgendermassen:

	VI.	V.	IV.	IIIb.	IIIa.	IIb.	IIa.	I.
Karlsruhe	31. 31	50. 42	60. 57	40. 30	31. 25	15. 13	11. 11	6. 6.
Mannheim	114. 103	89. 80	68. 56	42. 38	41. 38	27. 23	13. 12	4. 1.
Baden	46. 40	40. 32	32. 28	11. 10	3. 3	5. 5	2. 2	— —
Pforzheim	93. 87	60. 57	54. 53	47. 37	21. 16	6. 6	— —	— —
Lörrach	53. 49	34. 31	30. 26	13. 8	5. 3	5. 4	— —	— —
	337. 310	273. 242	244. 220	153. 123	101. 85	58. 51	26. 25	10. 7
	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.		
Karlsruhe	59. 54	63. 54	42. 31	31. 22	20. 16	10. 8	—	—
Freiburg	56. 54	65. 60	65. 55	45. 35	26. 19	13. 12	—	—
Constanz	— —	38. 33	35. 33	24. 18	15. 10	9. 7	—	—
	115. 108	166. 147	142. 119	100. 75	61. 45	32. 27		
Summe	452. 418	439. 389	386. 339	253. 198	162. 130	90. 78	26. 25	10. 7

Nach diesen Zahlen beträgt der Abgang während des Schuljahres 12%, also das gleiche wie bei den Gelehrtenschulen (11,5%), während in den Realgymnasien von den Schülern in Sexta nur noch 3% in Prima verbleiben (bei den humanistischen Gymnasien sind es noch 20% aus Sexta in Prima).

Neben diesen oben bezeichneten Realschulen bestehen aber noch 23 höhere Bürgerschulen mit nicht ganz übereinstimmender Organisation. Sie zählen 3—5 Jahrescurse, haben alle das Latein meist obligatorisch (sie sind nämlich bei Errichtung der höheren Bürgerschulen in den 30er und 40er Jahren meist aus den alten Lateinschulen umgebildet worden). Mehrere von denselben haben sich bereits ganz auf den Lehrplan des Realgymnasiums mit 5 Jahrescursen eingerichtet und werden, wo immer es die Mittel erlauben, mit der Zeit einen 6. Curs beifügen, um Einjährige absolviren zu können.

Diese 23 höhere Bürgerschulen zählten im Schuljahr 1871/72 ihre 2038 Schüler, von welchen am Schluss des Schuljahres 1735 verblieben. Rechnet man diese zu den vorgenannten Realschülern, so ergiebt sich die Summe von 6507 Realschülern gegen 2648 Schüler an den humanistischen Gymnasien; oder von jenen kommt 1 Schüler auf 223 Köpfe (oder auf 353 ohne die 23 h. Bürgerschulen) der Gesammtbevölkerung, von diesen 1 auf 552. Von Stipendien, wie solche an den humanistischen Gymnasien sind, findet sich in den Programmen der Realschulen nichts verzeichnet.*)

II. Mittleres Alter der Classen.

Fürstenschule zu Pless in Oberschlesien am 1. Januar**) 1872.

(Mitgetheilt von Witte.)

Classe.	Schülerzahl.	Jahre.	Monate.	Tage.	Bemerkungen.
VI.	33	11	10	27,3	Zum Verständniss der Zahlen bemerke ich noch: Die Haupt-Versetzung ist Ostern. In die oberste Classe sind von andern Schulen her mehrere sehr alte Schüler gekommen.
V.	27	12	11	5,7	
IV.	37	13	9	19,7	
IIIb.	23	14	9	17,5	
IIIa.	20	15	8	5,4	
IIb.	16	16	3	25,5	
IIa.	17	17	11	29,0	

*) Ist zu bedauern. D. Red.
**) Vgl. das Schema Heft 3. S. 322. D. Red.

Gymnasium in Essen a/Ruhr.

(Mitgetheilt von Gymn.-Lehrer Plagge.)

Schuljahr.	Classe.	Cursus-dauer.	Schüler-zahl.	Berechnet für den 1. Apr. 1872. Mittleres Alter. J.	M.	Aeltester Schüler. J.	M.	Jüngster Schüler. J.	M.	Bemerkung.
Herbst 1871 bis Herbst 1872.	Ober-Prima	sämmtlich einjährig	8	18	7,0	20	9	17	0	Wie Jahrg. III. Heft 3. S. 322.
	Unter-Prima		13	18	8,8	21	8	15	10	
	Ober-Secunda		15	17	8,6	19	2	15	2	
	Unter-Secunda		31	16	10,0	19	5	13	9	
	Ober-Tertia		29	15	7,1	17	10	12	7	
	Unter-Tertia		36	14	5,3	17	2	12	4	
	Quarta		52	13	4,5	15	8	11	7	
	Quinta		40	12	1,2	14	2	9	9	
	Sexta		43	11	0,4	13	1	9	4	

Realschule II. Ordn. in Essen a/Ruhr.

(Auszug aus dem Programm vom Herbst 1871.)

Schuljahr.	Classe.	Cursusdauer.	Mittleres Alter am 1. Apr. 1871. Jahre	Schülerzahl Winter.	Schülerzahl Sommer.
Herbst 1870 bis Herbst 1871.	Prima	zweijährig	16,5	10	10
	Ober-Secunda	je einjährig	15,4	12	10
	Unter-Secunda		15,0	17	15
	Ober-Tertia	halbjährig	13,8	24	41
	Unter-Tertia		13,3	41	36
	Ober-Quarta		12,9	34	49
	Unter-Quarta		12,8	48	40
	Quinta		11,7	49	66
	Sexta		11,4	64	77

Höhere Bürgerschule zu Hersfeld.

(Mitgetheilt von Dr. Ackermann.)

Jahr.	Classe.	Cursusdauer.	Schüler-zahl.	Berechnet für den 1. October d. l. J. Mittleres Alter. J.	M.	Aeltester Schüler. J.	M.	Jüngster Schüler. J.	M.
1872—1873.	Ober-Secunda	einjährig		16	9,3	17	7	15	7
	Unter-Secunda			16	8,5	21	1	15	0
	Ober-Tertia		17	15	2,1	19	5	13	7
	Unter-Tertia		11	14	2,3	15	7	12	3
	Quarta		36	13	4,0	16	0	10	11
	Quinta		39	12	0,6	16	3	9	4
	Sexta		27	10	0,7	12	7	8	1

In der Entwicklung begriffene Realschule mit parallelen Gymnasialclassen zu Löwenberg in Schlesien.

(Mitgetheilt von dem Dirigenten Dr. Meyer.)

Jahr.	Classe.	Cursus-dauer.	Schüler-zahl.	Berechnet für den 1. October des betreffenden Jahres. Mittleres Alter. J.	M.	Aeltester Schüler. J.	M.	Jüngster Schüler. J.	M.	Bemerkungen.
1870—1871	Gymnas.-Untertertia	einjährig	1	13	7,0	13	7	13	7	Der Grund der vorkommenden hohen Alter liegt darin, dass der Schule bei ihrer Eröffnung am 2. Mai 1870 manche Schüler zugeführt wurden, welche bereits ins praktische Leben getreten waren, und deren Eltern es nun erst ermöglicht war, ihren Söhnen eine weitergehende Schulbildung zu gewähren.
	Real-Untertertia		4	14	4,0	16	,,	12	10	
	Gymnas.-Quarta		5	12	10,6	15	8	10	4	
	Real-Quarta		11	13	0,9	14	2	11	11	
	Quinta		19	11	6,5	15	4	9	11	
	Sexta		26	10	3,8	13	7	9	,,	
1871—1872	Gymnas.-Obertertia	einjährig	1	14	7,0	14	7	14	7	
	Real-Obertertia		4	16	0,5	17	,,	14	8	
	Gymnas.-Untertertia		2	12	6,0	13	9	11	3	
	Real-Untertertia		8	14	3,2	15	9	13	4	
	Gymnas.-Quarta		3	13	0,0	14	1	11	6	
	Real-Quarta		11	13	9,3	16	4	12	3	
	Quinta		30	11	9,1	14	7	10	5	
	Sexta		27	10	10,1	12	6	9	4	
	Ober-Septima		16	9	4,7	11	11	8	1	
	Unter-Septima		4	7	9,7	9	2	7	3	

Biographien und Nekrologe.

Alexander v. Humboldt. Eine wissenschaftliche Biographie im Verein mit Avé-Lallemant, J. V. Carus, A. Dove, H. W. Dove, J. W. Ewald, A. H. R. Griesebach, J. Löwenberg, O. Peschel, G. H. Wiedemann, W. Wundt, bearbeitet und herausgeg. von Dir. Prof. Carl Bruhns. 3 Bde. Mit 3 Portr. Humboldts. Lpz. Brockhaus. 10 Thlr.; geb. 12 Thlr.

Zum Andenken an Dr. Jul. Th. Ratzeburg, königl. preuss. Geh. Reg.-Rath und Prof. der Naturwissenschaften an der Forstakademie zu Neustadt-Eberswalde. Von Oberforstmeister Dankelmann. Mit Porträt. Berlin. Springer. 10 Sgr.

Daniel, Hermann Adalbert. Ein Lebensbild. Mit einem Porträt. Halle. Waisenhaus. 5 Sgr.

Jean Constant Duhamel, berühmter Mathematiker, Prof. an der wissenschaftlichen Facultät und Mitglied der Akademie der Wissenschaften zu Paris. * 1797. † den 1. Mai in Paris. Von seinen Werken sei erwähnt: *Cours d'analyse de l'école polytechnique* und *Cours mécanique*. Mit L. Reynaud schrieb er: *Problèmes et développements sur diverses parties des mathematiques.*

Dr. Wilhelm Eisenlohr, Grossherz. bad. Geheimrath und Prof. der Physik an der polytechnischen Schule zu Carlsruhe. * 1. Jan. 1799. † 10. Juli.

Dr. Arnold Escher v. d. Linth, ord. Prof. der math. nat. Facultät zu Zürich. † 12. Juli daselbst.

F. A. Kayser, Prof. der Astronomie in Leyden. * 1808 in Amsterdam. † Ende Juli in Leyden.

Ueber den naturgeschichtlichen Unterricht auf Realschulen I. Ordnung.*)

Von Dr. Hellmich,
Oberlehrer an der Realschule I. Ordn. zu Rawitsch (Posen).

I.

Kein Unterrichtsfach der Realschule bietet heute noch dem Lehrer so viele Schwierigkeiten dar, als die Naturgeschichte. Dies rührt daher, dass einerseits den bis jetzt ja nur auf dem Gymnasium gebildeten Lehrern fast jede Spur einer Anleitung aus der eignen Schülerzeit her mangelt und dass andererseits die ausserordentliche Reichhaltigkeit und das überaus Anziehende des Stoffes sehr leicht auf Abwege bringt und den Zweck vergessen lässt, den die Naturgeschichte auf der Schule hat. Die verschiedenartigsten Ansichten machen sich geltend, und oft werden selbst einander geradezu entgegengesetzte theoretisch scheinbar mit vollem Rechte als gleich gut und nützlich erwiesen. Wie beantwortet aber die Praxis alle die fraglichen Punkte? Ihre Entscheidung dürfte wohl als die richtigere anerkannt werden. Diese Erwägung veranlasste mich zunächst über einen Punkt, nämlich über die Vertheilung des naturgeschichtlichen Lehrstoffs, eine Antwort durch die Praxis zu suchen. Dies liess sich durch die in den Programmen mitgetheilten Lectionspläne ermöglichen. Die Vertheilung, welche von der Majorität aller Realschulen I. Ord. angenommen worden ist, darf wohl Anspruch auf Beachtung haben, da diese Anstalten seit ihrer Organisation durch die preuss. Unterrichts- und Prüfungsordnung vom 6. Oct. 1859 eine längere Reihe von Jahren zurückgelegt und

*) Wir empfehlen diese Arbeit wegen ihrer statistischen Begründung den Herren Collegen und Fachgenossen zur geneigten Berücksichtigung und Discussion. D. Red.

ausreichende Erfahrungen gesammelt haben. Ich fand nun bei der Zusammenstellung der verschiedenen Lectionspläne schon eine viel grössere Uebereinstimmung, als ich sie nach dem Durchlesen der ersten zehn Programme erwartete, obwohl allerdings eine sehr grosse Zahl von Schulen immer noch auf die erheblichste Weise selbst hierin differirt, wo man bei gleichem Ziele eine fast völlige Uebereinstimmung voraussetzen durfte, wie dieselbe ja auch in sämmtlichen übrigen Disciplinen vorhanden ist.

Ich beschränkte mich nur auf Realschule I. Ord. nach der preuss. Unterrichts- und Prüfungsordnung von 1859, da ich diese allein aus eigner Erfahrung als Lehrer kenne und da andre Schulen (Bürger-, Mittelschulen etc.) andre Zwecke verfolgen, darum auch den Stoff anders vertheilen, eventuell andere Methoden einschlagen müssen.

1. Vertheilung des Stoffs des naturgeschichtlichen Unterrichts.

Der Mushacke'sche Schulkalender 1871 (der pro 1872 war bei Zusammenstellung nachfolgender Angaben noch nicht erschienen) zählt 77 Realschulen I. Ord. auf. Von 5 derselben konnte ich keine Programme in unserer Bibliothek auffinden; es sind dies meist Anstalten in der Provinz Hannover, die erst sehr kurze Zeit als Realschulen I. Ord. anerkannt sind. Es blieben somit 72 Anstalten. Bei den meisten Angaben schwanken jedoch die Gesammtzahlen zwischen 65 und 70. Dies rührt daher, dass manchen Schulen noch die oberen Classen, anderen (z. B. Wiesbaden) die unteren fehlen, dass oft zwar die Stundenzahl aus den Programmen ersichtlich war, nicht aber die ertheilten Pensa u. dgl. m. In dem Gesammtresultat dürften durch diese kleinen Differenzen Aenderungen kaum eintreten.

Zunächst galt es festzustellen: „In welchen Classen beginnt die Mehrheit der Schulen den naturgeschichtlichen Unterricht, mit welcher schliesst sie denselben ab?"

Von 70 Realschulen I. Ord. haben:

in Sexta 49 wöchentlich je 2 Stunden Naturgeschichte,
1 „ „ 1 Stunde „
20 keinen naturgeschichtlichen Unterricht.

Die Majorität der Schulen hat sich also für den

naturgeschichtlichen Unterricht in VI. mit 2 Stunden wöchentlich entschieden, wie dies die Unterrichts- und Prüfungsordnung zwar vorschreibt, aber nicht für unbedingt nothwendig erklärt. In VI. jedoch ist noch keine zu grosse Anhäufung von gleichberechtigten Lehrdisciplinen; hier treten in erster Linie nur Latein, Deutsch auf, und es ist daher durchaus richtig, hier einen Unterricht zu beginnen, der einerseits dem Kinde näher liegt, als alle andern, der andrerseits den Unterricht in der Muttersprache sehr wesentlich unterstützt und der es ermöglicht, in den obersten Classen, wo die Mannigfaltigkeit der Lehrfächer nachtheilig wird, eine Vereinfachung durch Absetzen des naturgeschichtlichen Unterrichts eintreten zu lassen. Bei den 20 Schulen ohne Naturgeschichte in VI. mag wohl meist der Mangel an Lehrkräften die Veranlassung sein, wie dies auch an unserer Anstalt bis vor einem Jahre der Fall war.

Obigen Zahlenverhältnissen nahe entsprechend beenden den naturgeschichtlichen Unterricht in II, haben also

in Prima 45 Anstalten keine Naturgeschichte,
„ „ 13 „ je 1 Stunde wöchentlich,
„ „ 12 „ „ 2 Stunden „

Die Mehrheit der Schulen hat sich also für gänzliches Streichen des naturgeschichtlichen Unterrichts in I. erklärt, gewiss in der nur zu billigenden Absicht, um für Physik und Chemie Zeit zu eingehender Behandlung zu gewinnen.

In allen noch übrigen Classen (II., III., IV., V.) hat die bei weitem überwiegende Mehrzahl der Anstalten 2 Stunden wöchentlich für den naturgeschichtlichen Unterricht laut Normallehrplan angesetzt.

Die Stundenzahl des naturgeschichtlichen Unterrichts anlangend entscheidet sich also die bei weitem überwiegende Mehrheit aller Realschulen I. Ord. für wöchentlich je 2 Stunden in VI., V., IV., III., II., und damit lässt sich schon durch 7 Jahre hindurch etwas erreichen, so gross die Schwierigkeiten grade dieses Unterrichts bei gefüllten Classen und localen Hindernissen zuweilen auch sein mögen.

Wie vertheilt nun die Majorität der Schulen den Stoff auf diese 7 Jahre und 5 Classen?

Ich beginne mit der Disciplin, bei welcher sich diese Frage am raschesten beantworten lässt, mit der Mineralogie.

A. Mineralogie.

Keine Realschule ertheilt in VI., eine einzige in V., eine einzige in IV. Mineralogie. Es muss also die Erfahrung unzweifelhaft als gemacht gelten, dass der mineralogische Unterricht in den 3 unteren Classen nicht mit Erfolg gelehrt werden kann.

Es haben ferner Mineralogie:

nur in I. = 14 Schulen,	nur in III. = 4 Schulen,
„ „ II. = 21 „	in III. u. II. = 12 „
in II. u. I. = 11 „	in III. u. I. = 3 „
also nur in d. zwei höchsten Classen = 46 Schulen.	in IV. u. II. = 1 „
	20 Schulen.

Eine Majorität von mehr als $^2/_3$ hat sich also dafür entschieden, den mineralogischen Unterricht nur in die zwei höchsten Classen zu legen und zwar hauptsächlich nach II. Die Schüler sind einmal in III. noch nicht mathematisch genug vorgebildet, um die Krystallographie klar und scharf aufzufassen und können auch für die chemische Zusammensetzung der Mineralien noch kein rechtes Verständniss haben. Dies gestehen thatsächlich auch die 19 Schulen zu, die schon in III. Mineralogie treiben, da 15 von ihnen den Unterricht in II. oder I. fortsetzen. Ein Weiterführen desselben in I. halte ich für nutzenbringender, als ein Vorbereiten auf denselben in III., obgleich ich in erster Linie gegen allen naturgeschichtlichen Unterricht in I. bin, ausser repetitionsweise in der Chemie. Ich verlange aber, dass bei jeder im chemischen Unterricht vorkommenden Erwähnung von Mineralien dieselben dem Schüler unbedingt wieder vor Augen geführt werden. Die meisten Schulen lehren nur Krystallographie und Oryktognosie; ich glaube, auf keiner werden Hinweise auf das Gebiet der Geognosie und Geologie fehlen. Für diese letztere kann aber meiner Meinung nach nur im Anschluss an die Oryktognosie noch Zeit gewonnen werden, wenn nicht etwa in I. eine Stunde dafür verfügbar wird, was aber immer wieder auf Kosten nöthigerer Disciplinen geschehen würde. Man wird sich daher

leider, aber doch zum Vortheil der Schüler auf die wissenschaftliche Behandlung der Krystallographie und Oryktognosie beschränken und mit Hinweisen auf Geognosie und Geologie begnügen müssen.

B. Botanik.

Stellt man nun, ähnlich wie bei der Mineralogie, eine Untersuchung betreffs der Vertheilung des Stoffs in Botanik und Zoologie an, so erwächst eine Schwierigkeit daraus, dass die Angaben über die durchgenommenen Pensen unter den mannichfaltigsten Titeln auftreten und dass dabei eine Menge von kleinen unbedeutenden Verschiedenheiten vorkommen, die dem Zusammenstellenden die Uebersicht erschweren, ohne das Gesammtresultat wesentlich zu ändern. Wenn die eine Schule z. B. in VI. als Pensum angiebt „Repräsentanten aus allen drei Naturreichen," eine zweite „Repräsentanten aus allen drei Naturreichen, spec. Säugethiere," eine dritte dafür „spec. Hausthiere" setzt u. s. w. oder in II. die eine „Anthropologie," die andere „Anatomie und Physiologie des Menschen und der Wirbelthiere" u. s. w., so habe ich geglaubt, zusammenfassen zu dürfen, weil sonst an ein übersichtliches Resultat nicht zu denken war und es doch nur auf das Hauptpensum ankam. Ich mache hierauf deshalb aufmerksam, weil ein zweiter, der eine gleiche Zusammenstellung machen würde, in den einzelnen Zahlen abweichen könnte, ja, wie ich glaube, bestimmt abweichen würde; ebenso fest bin ich überzeugt, dass das Gesammtresultat sich um nichts ändern würde, da die Majoritäten meist zu $^2/_3$ oder doch mindestens so stark sind, dass geringe Aenderungen, und nur diese halte ich für möglich, ohne Einfluss bleiben.

In Sexta haben überhaupt 50 Realschulen I. Ord. naturgeschichtlichen Unterricht.

In den meisten Programmen sind die Angaben über den zoologischen und botanischen Unterricht in VI. zusammengefasst unter der Bezeichnung „Repräsentanten aus allen 3 Reichen" oder Beschreibung von Thieren und Pflanzen, dabei Terminologie u. s. w. Trennen wir Botanik und Zoologie, so haben

43 Anstalten botanischen Unterricht der Art, dass besonders geeignete lebende Pflanzen, d. h. also Repräsentanten, beschrieben und daran die Elemente der Morphologie etc. gelehrt werden.

Bei 6 Anstalten fand ich bloss „Botanik“ als Pensum für VI. im Sommer angeführt. Sicher verfährt man auf ihnen nicht anders als bei den 43 erstgenannten; wäre dies aber auch nicht der Fall, so ist doch die Entscheidung unzweifelhaft; der Unterricht in VI. ist wesentlich und muss wesentlich propädeutischer Natur sein.

In Quinta haben

a)	2	Schulen	gar keine Naturbeschreibung,
b)	5	„	keine Botanik. (An diesen wechselt 1 Jahr Zoologie in V. mit 1 Jahr Botanik in IV.),
c)	8	„	Botanik ohne nähere Angabe,
d)	44	„	Beschreibung lebender Pflanzen, daran Terminologie (Morphologie, Organographie),
e)	5	„	Beschreibung von Repräsentanten der Linné-schen Classen oder natürlichen Familien,
f)	2	„	Linné's System,
g)	1	Schule	die verbreitetsten Zierpflanzen der Gärten und Linné's System,
h)	1	„	Uebungen im Bestimmen von Pflanzen.
	68		

Ziehen wir von der Gesammtsumme 68 die Anstalten ad a), b), c) ab, so bleiben 53, von welchen specielle Angaben vorhanden sind, die also allein in Betracht kommen können. Von ihnen treiben 44 in der Botanik dasselbe, wie in VI., so dass, selbst wenn wir die Gesammtzahl 68 nehmen, beinahe eine $^2/_3$ Majorität für dieses Pensum sich ausspricht. Im Uebrigen glaube ich aber, dass auch die Schulen ad e), die das Linné'sche System oder die natürlicken Familien bei der Wahl der zu betrachtenden Pflanzen zu Grunde legen, im Wesentlichen in Quinta nicht anders verfahren. Hinweise auf Linné's System oder auf die natürlichen Familien drängen sich oft so von selbst auf, dass, zumal wenn in IV. das künstliche System eingehender behandelt werden soll, wohl jeder Lehrer gelegentlich darauf hindeutet.

Die Uebungen im Bestimmen erscheinen mir aber für Quinta noch durchaus verfrüht; da die betreffende Anstalt (ad h) aber in VI. Botanik hat, so will ich mir kein Urtheil darüber erlauben, da ich eigene Erfahrungen hierin noch nicht gemacht habe. Die vielfach trefflichen, jedem Fachcollegen sehr zu empfehlenden Aufsätze von Kirschbaum in Schmid's Encyklopädie

des gesammten Erziehungs- und Unterrichtswesens, Gotha, 1866 Bd. V über „Naturgeschichte, naturhistorische Sammlungen mit Excursionen, Naturwissenschaften etc.“ sprechen sich entschieden dafür aus, eigene Bestimmungsübungen durch die Schüler von unten auf anzustellen, nachdem in wenigen Stunden eine Anleitung dazu gegeben worden. Ich habe aber ebenso gewichtige und zahlreiche Stimmen gefunden, die entschieden **gegen** das Selbstbestimmen der Schüler von unten an sind und ihnen möchte auch ich mich anschliessen.

In einem Programme der Lippstädter Realschule (Pädagog. Archiv 1866 S. 202) lässt der Verfasser die Bestimmungsübungen erst in Tertia (der 4. Classe, in der Botanik gelehrt wird) beginnen, nachdem das Linné'sche System durchgenommen ist und setzt sie in ausgedehnterem Masse in II. fort. Wo man in Sexta mit der Botanik beginnt und in IV. Linné's System durchnimmt, da könnte man vielleicht schon in IV. mit Bestimmungs-Uebungen anfangen. Aehnlich spricht sich auch Kober in dieser Zeitschrift 1870 S. 201, „Plan des naturgeschichtlichen Unterrichts im Krause'schen Institut zu Dresden“ aus.

Es erklären sich also diese gewichtigen Stimmen nicht gegen das Bestimmen überhaupt, sondern gegen das zu frühe Beginnen damit. Vor der 3. Classe sollte man keinenfalls anfangen. Dafür hat sich ja auch weitaus die grösste Zahl aller Realschulen 1. Ordnung entschieden.

Je ein Jahr Zoologie in einer Classe und in der nächsten je ein Jahr Botanik zu treiben, halte ich für durchaus nicht rathsam. Es ist übel genug, im Winter die Botanik, im Sommer die Zoologie aussetzen zu müssen. Auch dürfte die Botanik in einer unteren Classe im Winter schwer zu traktiren sein.

In Quarta haben

a) 2 Anstalten keine Botanik,
b) 9 „ Botanik ohne genauere Angabe,
c) 28 „ Beschreiben von lebenden Pflanzen. Linné's System,
d) 12 „ Uebungen im Bestimmen nach Linné's oder dem natürlichen Systeme,
e) 12 „ Beschreibung von lebenden Pflanzen behufs Einübung der Terminologie ohne Linné's System,

f) 1 Anstalt Beschreiben einheimischer Pflanzen, natürliche Familien; landwirthschaftliche und Küchengewächse,
g) 1 „ Geographie mit Naturgeschichte vereinigt,
h) 2 Anstalten Repräsentanten der natürlichen Familien,
i) 1 Anstalt Zeichnen von Pflanzentheilen, Blättern, Blüthentheilen etc. System von Linné.

68

Obwohl hier die Uebersicht schon schwieriger ist, so lässt sich doch noch mit Bestimmtheit erkennen, wie die Mehrheit den Stoff für IV. festsetzt. Rechnen wir die Anstalten ad a) und b) ab, so haben von 57 Anstalten 28 als Pensum für IV. die Einführung in Linné's System durch Beschreibung von dazu geeigneten Pflanzen aufgestellt. Ihnen schliessen sich die 12 ad d) an, welche Bestimmungsübungen treiben, da dies meist nach Linné geschieht. Bei den vereinzelt auftretenden Angaben würde ich die Betrachtung landwirthschaftlicher und Küchengewächse nur in dem Sinne billigen, dass man sie, so weit das Hauptziel es zulässt, berücksichtigt, das Zeichnenlassen von Pflanzen und Pflanzentheilen halte ich für selbstverständlich in allen naturgeschichtlichen Stunden und in allen Classen je nach dem Standpunkte, den die Schüler im Zeichnen erreicht haben, wünsche aber nicht, dass der Hauptzweck des botanischen Unterrichts darunter leide. Die Vereinigung von Geographie und Naturgeschichte, so richtig und wünschenswerth sie sein mag, billige ich so lange durchaus nicht, als nicht Lehrer schon auf der Universität sich gleichmässig für beide Fächer vorbereitet haben, weil sonst 100 gegen 1 zu wetten ist, dass der eine oder der andere Gegenstand darunter leidet.

In IV. lehren also von 57 Schulen 28 das Linné'sche System, wozu jedoch noch diejenigen ad d) gerechnet werden müssen, die Bestimmungsübungen nach Linné treiben, so dass auch hier eine absolute Majorität vorhanden ist.

In Tertia ist das Resultat viel bestimmter. Hier haben:
a) 12 Anstalten keine Botanik (dafür event. Physik oder Mineralogie, selten Zoologie),
b) 4 „ Botanik,
c) 6 „ Linné's System. Officinelle und Giftpflanzen,

d) 30 Anstalten Beschreiben von Pflanzen nach natürlichen Familien. Einübung des natürlichen Systems,
e) 10 „ Uebungen im Bestimmen (4 davon nach natürlichem System),
f) 2 „ Allgemeine Botanik. Beschreiben einheimischer Pflanzen,
g) 1 Anstalt Bäume, Sträucher, die im Handel wichtigsten Pflanzen,
h) 1 „ Einleitung in die wissenschaftliche Naturgeschichte.

66

Rechnen wir wieder die Anstalten ad a) und b) ab, so bleiben 50, von denen 30 die natürlichen Familien, resp. das natürliche System durchnehmen, wozu man noch die 4 rechnen dürfte, welche die Bestimmungsübungen nach dem natürlichen System treiben.

In Secunda ergiebt sich Folgendes:

a) 9 Anstalten keine Botanik (dafür Mineralogie, möglicher Weise haben dieselben jedoch im 2. Jahrgange Botanik),
b) 4 „ Botanik,
c) 28 „ Anatomie und Physiologie der Pflanzen mit mikroskopischen Demonstrationen; das natürliche System (7 haben ausserdem noch Bestimmungsübungen nach dem natürlichen System, 9 Pflanzengeographie),
d) 12 „ Die natürlichen Systeme,
e) 10 „ Repetition der Botanik,
f) 2 „ Beschreiben von Pflanzen nach Linné. Terminologie,
g) 1 Anstalt Repetition der Einleitung in die wissenschaftliche Naturgeschichte.

66

Rechnet man auch hier die Anstalten ad a) und b) ab, so bleiben 53, wovon die Majorität 28 sich für Anatomie und Physiologie der Pflanzen als Hauptpensum entschieden haben; 12 holen das von der Majorität in III. absolvirte Pensum, die natürlichen Systeme, nach oder repetiren dasselbe. Es ist übrigens sehr möglich, dass die

Anstalten ad d) und e) ganz dasselbe in II. traktiren, nämlich in dem einen Sommer Repetition der Botanik (resp. der natürlichen Familien), in dem zweiten Sommersemester Anatomie und Physiologie der Pflanzen. Dies zu entscheiden waren mir nicht genug Programme zur Hand.

C. Zoologie.

In Sexta haben 50 Anstalten Naturgeschichte, eine jedoch nur Botanik, von den übrigen 49 lehren

a) 5 Naturgeschichte ohne besondere Angabe,
b) 1 Zoologie ohne besondere Angabe,
c) 10 Repräsentanten des Thierreichs,
d) 2 „ „ „ , spec. Säugethiere,
e) 1 Uebersicht des Thierreichs, spec. Wirbelthiere,
f) 24 Säugethiere und Vögel,
g) 2 Repräsentanten von Säugethieren und Vögeln und Skelett des Menschen,
h) 2 Bau des menschlichen Körpers,
i) 2 Beschreiben einzelner Vögel, Vogelskelett.

49

Nach Abzug der 6 Anstalten ad a) und b) beginnt die Majorität also mit der Betrachtung einzelner Säugethiere und Vögel und lehrt dabei die Kunst des Beobachtens und die Elemente der Terminologie. Ich stimme damit durchaus überein; denn so verlockend andererseits es klingt, „Repräsentanten aus allen Classen des Thierreichs,“ so glaube ich doch, dass durch Behandlung dieses Pensums ein weniger fester Grund gelegt wird, als wenn man sich bloss an Säugethiere und Vögel hält, womit jedoch die Beschränkung auf Säugethiere, oder die Ausdehnung auf die Wirbelthiere überhaupt nicht getadelt werden soll. Auch ein Paar Thiere aus den 2 letzten Classen der Wirbelthiere können ohne Schaden herbeigezogen werden. Ebenso ist es nicht zu verwerfen, bloss mit den Vögeln zu beginnen, hat sogar vieles für sich, obwohl ich doch lieber für die Behandlung erst der Säugethiere, dann der Vögel bin. Die Betrachtung des Vogelskeletts scheint mir verfrüht; dem müsste doch die Kenntniss des Menschenskeletts als des nächstliegenden vorangegangen sein. Doch kommt es darauf an, wie weit man damit geht; bis zu einem gewissen Grade

halte ich die durch das Skelett gegebene Parallele zu dem ausgestopften Vogel sehr wünschenswerth, auch schon in VI. In höheren Classen ist dies Verfahren ja selbstverständlich nur zu loben.

Das Pensum für VI. würde also durch die Majorität festgestellt sein auf:

Beschreibung einzelner Säugethiere und Vögel (resp. Wirbelthiere, oder blos Säugethiere, blos Vögel).

Eine so weit ausgedehnte Freiheit für den Lehrer, als sie in diesem Pensum liegt, ist durchaus zulässig und sogar nothwendig: denn ein tüchtiger, durch zu viele Schranken eingeengter Lehrer verliert alle Lust, da er nichts frei aus sish heraus schaffen kann, und wird zur Lehrmaschine.

In Quinta wiederholt sich z. Th. das soeben für VI. aufgestellte Pensum, besonders an den Anstalten, die in VI. keine Naturgeschichte haben.

10 {
a) 2 keine Naturgeschichte,
b) 2 keine Zoologie (dafür Botanik resp. Mineralogie),
c) 6 Zoologie,
}

d) 13 davon 8 Repräsentanten aus allen Classen und Ordnungen der Thiere und 5 allgemeine Uebersicht über die Classen des Thierreichs,

39 {
e) 10 die 4 Classen der Wirbelthiere, besonders der einheimischen,
f) 3 Wirbelthiere und Skelett des Menschen,
g) 15 Säugethiere und Vögel,
h) 6 Säugethiere,
i) 3 Vögel,
k) 1 Vögel, Amphibien, Fische,
l) 1 Amphibien und Fische,
}

m) 1 Anthropologie,
n) 1 Organographie des Menschen und die ersten Ordnungen der Säugethiere,
o) 1 Insecten, Spinnen, Krustenthiere.

65

Ziehen wir von der Summe 65 die 10 Anstalten ad a), b), und c) ab, und fassen wir die Pensa derer von e) bis l) zusammen unter der Benennung „Wirbelthiere in grösserer oder geringerer Ausdehnung,“ so würden

39 Schulen von 55 dieses Pensum vertreten. In der That ist die Differenz geringer, als sie auf den ersten Blick erscheint. Im Gegensatz zu dem oben aufgestellten Pensum für V. würden also nur die 13 Schulen ad d) und die 3 ad m), n), o) treten. Die 13 ad d) können sich auf eine sehr bedeutende Autorität, nämlich auf die Rossmässler's, stützen. Derselbe bekämpft das Auseinanderreissen der einzelnen Disciplinen des naturgeschichtlichen Unterrichts, will, dass von der untersten Classe an Uebersichten über alle 3 Naturreiche gegeben werden, welche in den oberen Classen nur immer mehr an Inhalt zunehmen sollen. Ob diese Methode für Volksschulen gut ist, kann ich nicht entscheiden, halte es aber für sehr möglich; für Realschulen I. Ordnung ist sie sicher nicht zu wählen. Ich glaube, dass dabei in den meisten Fällen der Unterricht sehr oberflächlich wird. Das schien mir auch aus den Lectionsplänen vieler Anstalten hervorzugehen, die diese Pensumvertheilung haben, da dieselben meist schon in IV. resp. III. mit der Botanik und Zoologie fertig sind und dann Mineralogie specieller oder physikalische Phänomenologie treiben.

In Quarta haben:

	a)	4	Anstalten	keine Zoologie (dafür Mineralogie resp. Botanik),
	b)	3	„	Zoologie,
	c)	1	Anstalt	Naturgeschichte mit Geographie verbunden,
	d)	2	Anstalten	die wichtigsten Thierfamilien,
36	e)	10	„	Wirbelthiere,
	f)	9	„	Säugethiere und Vögel,
	g)	3	„	Wirbelthiere excl. Fische,
	h)	6	„	Säugethiere,
	i)	3	„	Vögel,
	k)	5	„	Amphibien und Fische,
11	l)	2	„	Uebersicht des Systems des Thierreichs, besonders Säugethiere und Vögel,
	m)	3	„	Uebersicht des Systems des Thierreichs, besonders Säugethiere, Vögel und Gliederthiere,
	n)	4	„	Uebersicht des Systems des Thierreichs, besonders Wirbelthiere; menschl. Skelett,
	o)	1	Anstalt	höhere und niedere Thiere (durch ein Jahr),
	p)	1	„	Wirbelthiere und Gliederthiere,

q) 7 Anstalten Wirbellose Thiere,
r) 1 Anstalt Würmer bis Infusorien,
s) 1 „ Käfer und Schmetterlinge.

66

Zieht man wieder die Anstalten ad a) und b) ab (7), so bleiben 59; von diesen behandelt die Majorität (36) ad e) bis k) Wirbelthiere in grösserer oder geringerer Ausdehnung.

Diesen 36 Schulen stehen mit ihren Pensen für IV. sehr nahe die Schulen ad l) bis p), im Ganzen 11. Auch bei ihnen ist das Hauptpensum offenbar die Behandlung der Wirbelthiere, nebenher geht die Uebersicht des Systems resp. Betrachtung des menschlichen Skeletts.

Somit blieben im wesentlichen nur noch die 9 Anstalten ad q), r), s), welche die niederen Thiere in grösserer oder geringerer Ausdehnung in IV. behandeln. Diese Anordnung ist durchaus nicht so rasch abzufertigen; es hat sehr viel für sich, diese Thiere sogar vor den höhern durchzunehmen, weil sie am ersten sich ähnlich behandeln lassen, wie die Pflanzen, so nämlich, dass bei sehr vielen Insecten, Spinnen, Krustenthieren, Würmern, Schnecken und Muscheln jeder Schüler bei der Betrachtung ein Exemplar in Händen haben und zergliedern könnte; auch würden die Schüler durch das Sammeln dieser Thiere dem Haushalte der Natur wenig oder gar keinen Schaden zufügen, da die meisten Insecten im Gegentheil den Culturpflanzen des Menschen geradezu schädlich sind, und die meisten anderen niederen Thiere, wie Schnecken, Muscheln etc. wenn nicht ebenfalls schädlich, so doch auch ohne besonderen Nutzen sind. Trotz alledem hat sich die Mehrheit der Fachcollegen entschieden dagegen erklärt, so Kober (siehe diese Zeitschrift I. Seite 205). Es ist nicht zu läugnen, dass die Lust zum Sammeln von Käfern und Schmetterlingen bei Quartanern grösser ist, als bei Schülern höherer Classen; doch werden auch Tertianer und Secundaner bei gehöriger Anleitung und Aufmunterung durch den Lehrer gewiss leicht dazu zu bringen sein ausser vielleicht in grossen Städten (wie Berlin etc.), wo die Blasirtheit von Tertianern und Secundanern schon so sehr gross ist, eine Erscheinung, die in Mittelstädten viel seltener ist. Andrerseits sind die niederen Thiere als Objecte der

Betrachtung für ungeübte Augen viel zu schwierig, als dass die Schüler auch bei der besten Anleitung Tüchtiges lernen könnten.

In Tertia haben:

19 {
a) 17 Anstalten keine Zoologie (dafür meist Physik oder Mineralogie),
b) 2 „ Zoologie,

32 {
c) 14 „ Eintheilung des Thierreichs. Wirbellose Thiere,
d) 8 „ Eintheilung der wirbellosen Thiere, speciell Gliederthiere, besonders Insecten,
e) 4 „ Glieder- und Wirbelthiere,
f) 2 „ Conchilien,
g) 1 Anstalt Weichthiere bis Infusorien,
h) 1 „ Weichthiere, Amphibien, Fische,
i) 1 „ Bauchthiere und Anthropologie,
k) 1 „ Crustaceen, Anthropologie und Wirbelthiere,

13 {
l) 2 Anstalten Wirbelthiere,
m) 2 „ Wirbelthiere und Anthropologie,
n) 2 „ Wirbelthiere und Systematik des Thierreichs,
o) 1 Anstalt Uebersicht über das Thierreich, spec. Säugethiere, Vögel, Amphibien,
p) 1 „ Säugethiere und Vögel,
q) 2 Anstalten Vögel, Amphibien, Fische,
r) 1 Anstalt Säugethiere,
s) 1 „ Vögel,
t) 1 „ Amphibien, Fische; allgemeine Anatomie,

u) 1 „ Systematischer Ueberblick über das Thierreich und Anthropologie,
v) 1 „ Einleitung in die wissenschaftliche Naturgeschichte.

66

Nach Abzug der 19 Anstalten ad a) und b) lehren 32 von 47 die wirbellosen Thiere in grösserer oder geringerer Ausdehnung; die bei weitem meisten dieser 32 jedoch (22) die ganze Abtheilung derselben. 13 andere Schulen absolviren hier erst, oder repetiren nochmals die ganze Gruppe der Wirbelthiere oder die eine und die andere

Classe. Meist wird daneben Anthropologie betrieben oder eine Uebersicht des ganzen Thierreichs durchgenommen. Das Resultat ist auch hier nicht zweifelhaft.

In Secunda haben 14 Anstalten keine Zoologie, soweit meine Untersuchungen reichen. Ich habe aber nicht von allen Schulen die Programme auf einander folgender Jahre, in denen auch die Pensen angegeben waren, in Händen gehabt. Einige Anstalten allerdings, bei denen dies der Fall war, haben in der That in II. keine Zoologie, sondern bloss Mineralogie und Botanik (2) oder gar keine Naturgeschichte (1), dafür bloss Naturkunde. Bei den 11 andern könnte muthmasslich im 2. Jahrgange Zoologie betrieben werden.

a) 14 Anstalten keine Zoologie,
b) 5 „ Zoologie,
c) 17 „ Anthropologie und Repetition des Thierreichs,
d) 11 „ Repetition des Thierreichs,
e) 12 „ Repetition der Wirbelthiere, wirbellose Thiere, besonders Insecten,
f) 2 „ Systematik des Thierreichs,
g) 2 „ Systematik des Thierreichs und Wirbelthiere,
h) 1 Anstalt Säugethiere,
i) 2 Anstalten Glieder- und Schleimthiere,
k) 1 Anstalt Schleimthiere.

67

Weil ich hier nicht genügendes Material in Händen hatte, wird das Resultat unsicher. Zieht man die Anstalten ad a) und b) ab, so bleiben 48, von denen 40 als Pensum die Repetition des Thierreichs aufstellen, resp. das Thierreich hier erst vollständig durchnehmen, nach Repetition des bereits Dagewesenen. Ich bin aber überzeugt, dass ausserdem eine grössere Zahl als 17 im 2. Jahrgange Anthropologie lehrt, da dieselbe in unteren Classen nur selten als Pensum angegeben ist und doch wohl kaum auf einer Realschule I. Ordnung ausgelassen werden dürfte.

Vorstehende Zusammenstellung ergiebt also folgende Vertheilung des naturgeschichtlichen Lehrstoffs auf Realschulen I. Ordnung.

		Sexta, wöchentlich 2 Stunden.	Quinta, wöchentlich 2 Stunden.	Quarta, wöchentlich 2 Stunden.	Tertia, wöchentlich 2 Stunden.	Secunda, wöchentlich 2 Stunden.
I. Jahrgang.	Im Sommer.	Beschreibung ausgewählter lebender Pflanzen (Mono- und Dicotyledonen mit recht deutlichen Blüthen etc.) zur Einübung der Terminologie.	Erweiterung des Pensums von Sexta.	Einführung in das Linné-sche System durch Beschreiben geeigneter Pflanzen. Darauf Linné's System.	Natürliche Familien.	Anatomie und Physiologie der Pflanzen mit mikroskopischen Demonstrationen.
	Im Winter.	Beschreiben von Säugethieren und Vögeln. Dabei Terminologie.	Erweiterung des Pensums von Sexta.	Die Wirbelthiere. (Repetition der Säugethiere und Vögel, danach Amphibien und Fische.)	Wirbellose Thiere (spec. Insecten).	Repetition des Thierreichs (ev. Anatomie und Physiologie des Menschen und der Thiere).
II. Jahrgang.		Im Sommer.			Natürliche Familien, darauf das natürliche System selbst (oder die 3 bekanntesten). Bestimmungsübungen.	Repetition der natürlichen Familien und Systeme.
		Im Winter.			Wirbellose Thiere, Fortsetzung. (Von den Spinnen bis zu den Infusorien incl.)	Mineralogie (resp. Krystallographie und Oryktognosie, ev. Anfänge von Geognosie und Geologie).

Ich weise jedoch nochmals ausdrücklich darauf hin, dass auch manche Angaben, die in der Minorität geblieben, sehr beachtenswerth sind, so z. B. wäre ernstlich zu discutiren, ob man nicht die einzelnen Abschnitte der Anthropologie auf die unteren Klassen von VI her vertheilen und das Pensum dem Stande dieser Klassen gemäss bis IV durchnehmen, in II aber repetiren und dem entwickelten Verständniss gemäss erweitern sollte. Nicht minder müssten doch wohl die Bestimmungsübungen in der Botanik von IV resp. III ab auf allen Anstalten eingeführt werden.

Zum Schluss dieses Abschnittes noch eine kurze aber, wie ich glaube, sehr wichtige Bemerkung. Die Schule kann in 7 Jahren bei 2 Std. wöchentlich den naturgeschichtlichen Lehrstoff durchaus nicht erschöpfen; ein Menschenleben reicht ja heutzutage nicht mehr dazu aus.

Mit Recht spricht es darum die preuss. Unterrichts- und Prüfungs- Ordnung in den „erläuternden Bemerkungen" S. 59 aus: Wissenschaftliche Vollständigkeit kann auch auf diesem Gebiet (dem naturwissenschaftlichen Unterricht) nicht Aufgabe der Schule sein etc." Damit ist aber durchaus nicht gesagt, dass eine nach möglichst richtigen Grundsätzen erfolgende, in der Praxis bewährte Vertheilung des Stoffs überflüssig sei, dass man gerade das tractire, was man selbst am liebsten treibt, wenn man auch allerdings gerade darin den Schülern die meiste Lust beibringen dürfte, wozu man selbst die meiste Neigung hat.

Dem stelle ich die Pflicht des Lehrers entgegen, in erster Linie immer zu berücksichtigen, nicht was macht dem Schüler das meiste Vergnügen, sondern was ist für seine Ausbildung das Zweckmässigste? Soll der naturgeschichtliche Unterricht aber in der That seinen Zweck erfüllen, so muss er auch feste, positive Kenntnisse dem Schüler beibringen, und die erwirbt man nur durch einen geordneten systematischen Unterricht mit häufigen Repetitionen. Nur was der Mensch in einer gewissen Ordnung gelernt hat, haftet fest in seinem Gedächtniss; einzelne losgelöste Theile, wenn noch so interessant, gehen sehr bald wieder verloren, wie das Resultat belehrender Vorträge vor Erwachsenen mit entwickelter Fassungsgabe zeigt. Solche einzelne herausgerissene Theile haben keine Stütze durch engen Zusammenhang mit andern und lösen sich bald in ihre Elemente auf, die nun erst recht leicht dem Gedächtniss entschwinden. Darum

die grosse Wichtigkeit einer systematischen Vertheilung gerade bei dem naturgeschichtlichen Unterricht. Dass damit nicht dem Auswendiglernen von Systemen (Linné etc.) ohne Anschauung der Naturgegenstände das Wort geredet werden soll, geht wohl aus dem bereits Gesagten hervor. Der Schüler braucht von dem systematischen Unterricht nicht eher etwas zu wissen, als bis er das System bereits factisch durch den richtig geleiteten Lehrgang in sich aufgenommen hat. Wo die Vertheilung auf einer Schule recht mangelhaft war, da fand ich, dass meist fast in jeder Classe ein anderer Lehrer unterrichtete. Es mag an solchen Anstalten wohl an einem speciellen Naturhistoriker fehlen. Wo der Unterricht ganz oder grösstentheils in einer Hand lag, da hatte ich in der Regel auch eine gute Vertheilung des Stoffes auf die einzelnen Classen zu notiren. Grössere Uebereinstimmung in der Vertheilung des naturgeschichtlichen Lehrstoffs an Realschulen I. Ordnung ist aber auch wegen des Wechsels der Anstalten durch die Schüler sehr zu wünschen. Es ist höchst fatal, wenn ein von II nach I Versetzter von einer Realschule nach einer andern kommt und derselbe hat Mineralogie noch gar nicht durchgenommen etc. Einen Nachtheil aber kann ich in einer allgemein durchgeführten, gleichen systematischen Vertheilung des Stoffes auf allen Realschulen I. Ordnung nicht entdecken, da die Freiheit des Unterrichts sich damit sehr wohl vereinigen lässt; denn diese besteht ja hauptsächlich in der Art und Weise, wie der Lehrer ein als Pensum aufgestelltes Gebiet einer Wissenschaft den Schülern beibringt.*)

(Fortsetzung folgt.)

---

*) Während der Correctur dieses Aufsatzes erhielten wir die traurige Mittheilung, dass der Verfasser dieses Aufsatzes am 27. Mai d. J. aus dem Leben geschieden ist. S. d. Nekrolog. D. Red.

Studien über geometrische Grundbegriffe.

Vom Herausgeber.

Fortsetzung von S. 534, Jahrg. III.

Richtungsänderung (Drehung).

Aus dem Früheren (III, 534) ergibt sich, dass man berechtigt ist, von einem Richtungs**unterschiede** zu sprechen, insofern das Unterscheidende die Lage der Ziele oder die Verschiedenheit in der Wahl des Ziels, von welcher die Lage des Richtungsstrahls abhängt, gemeint ist. Dies ist aber ein **qualitativer** oder (wie schon oben bemerkt, vielleicht besser) ein **modaler**†) Unterschied, nicht ein **quantitativer** oder Grössenunterschied.

Aber in diesen lässt er sich sofort umwandeln. Denn statt, wie bisher, den Richtungsstrahl erst vom (bewegt gedachten) Punkt P erzeugen zu lassen, bringt man einen bereits erzeugten allmählig in solche Lagen, dass er, obgleich der Ausgangspunkt derselbe bleibt, jedes beliebige neugewählte Ziel in sich aufnimmt, oder, gehörig verlängert, trifft und dies führt auf den Bewegungsprocess der **Drehung**. Bei der Drehung eines Strahls in der Ebene geht, mit Ausnahme des Anfangspunkts, **jeder** Punkt desselben als Punkt eines concentrischen Kreises oder einer concentrischen Kugelfläche betrachtet, stetig in einen nächstliegenden seines Kreises (seiner Kugelfläche) über. Jeder Punkt erzeugt einen Kreistheil (Bogen), alle Punkte des Strahles zusammen aber einen Complex stetig in einander übergehender Kreisbögen d. h. einen **Ebenensector**, welcher bei voller Umdrehung in die **Kreisebene** übergeht. **Drehung** ist also stetige Richtungsänderung. Diese kann aber auf doppelte Art, entweder nach **rechts** oder nach **links** (auch eine Art **vor-** und **rückwärts**,)

---

†) D. h. ein Unterschied in der Modalität, oder im Modus der Auswahl des Ziels.

geschehen. Man nennt dies den Sinn der Drehung. Durch diesen Process der Drehung gelangt man also aus dem rein qualitativen (oder modalen) Gebiet der Richtung in das quantitative. Denn die Richtungsänderung (Richtungsabweichung) wird nun zur Grösse und lässt sich messen durch die Kreis- oder Drehungsbögen des betrachteten Punktes. Man wird übrigens dabei (wie so oft bei ähnlichen Betrachtungen) inne, dass die Entstehung einer Raumgrösse nothwendig Bewegung erfordert (oder Bewegung die conditio sine qua non der Entstehung der Raumgrösse ist).

Zur Messung der Drehung bietet sich die volle Umdrehung (der Vollkreis) als natürlichste Masseinheit dar, die niedere Masseinheit erlangt man durch Theilung des Vollkreises in 360 gleiche Theile, Grade (^{0}) genannt, so dass strenggenommen „Grad" ein zwar meist kleiner Kreisbogen ist, der aber wie der Vollkreis selbst, je nach der Grösse des Radius, die verschiedenste Länge von unendlich klein [0]*) bis unendlich gross (∞) haben kann**). Die Vermittelung oder den Uebergang zwischen diesen extremen Maassen erleichtern die Mittelmaasse, deren nächstliegendes der Halbkreis ist, ihm folgen Quadrant und Sextant.

Jedem dieser Drehungsbögen entsprechen nun aber Winkel: dem Vollkreis der Vollwinkel, der anschaulich nur begriffen wird durch den Drehungsprocess und dessen Fläche sich darstellt als ein Halbmesser-Aggregat, wie die Winkelfläche von 0^0 ein Halbmesserbündel darstellt; ferner entspricht dem Bogen von 1^0 der Winkel von 1^0, so dass man, was in den Lehrbüchern der Geometrie meist unklar bleibt, streng unterscheiden muss zwischen Bogengrad und Winkelgrad. Zur Erscheinung kommen beide am eingradigen Kreissector, aber man muss sich wohl hüten, denselben als Ebenenstück aufzufassen (eine Verwechselung, die selbst bedeutenden Männern

*) Eigentlich: Grenze der Null.

**) So wird z. B. der Vollkreis vom rad. = 1^{cm} an Länge gleich sein dem Bogengrad des Vollkreises von 360^{cm} radius, ein Grad des Kreises von 5^{cm} Halbmesser = 5 mal dem Grad eines Kreises von 1^{cm} Halbmesser. Daraus liesse sich eine Methode der Trisection des Bogens (Winkels) herleiten, wenn dem nicht andere Bedenken entgegenstünden.

begegnet ist); vielmehr ist der Winkel aufzufassen als (mehr oder weniger) offenes, begrenzendes und formgebendes Liniengebilde (die Ebene ist sozusagen der Stoff, der Winkel die Form). Beim Nullwinkel verschwindet diese Form, denn ein Linienbündel hat als Gerade noch keine Form (Vgl. III, 123. 128.). Beim Vollwinkel kommt sie nur zur Erscheinung durch den begrenzenden Kreis, die Form verschwindet hier sozusagen im Unendlichen, weil die unendliche Ebene (die doch den Vollwinkel begrenzen soll) selbst formlos ist.

Die Drehung setzt gewöhnl. voraus, dass der Drehpunkt seinen Ort behält. Er kann aber auch fortrücken so, dass die fortschreitende (gleitende) Bewegung*) des Richtungsstrahls mit der drehenden wechselt. Dies ergibt eine aus progressiver und drehender Bewegung gemischte und das Produkt derselben ist die gebrochene Linie. Man könnte diese Art der Richtungsänderung die ruckweise oder discrete nennen. Heisse der Ausgangspunkt A (s. Fig. 1). Progressiv bewegt erzeugt der Drehpunkt eine Gerade AB; im Ziel B ändere er die Richtung nach rechts d. h. der Strahl BZ**) drehe sich im Punkt B nach rechts; der Drehungsbogen sei $\widehat{\alpha} = 120^0$, BZ komme in die Lage BZ_1 und man hat nun einen sogenannten gebrochenen Strahl***) ABZ_1. Lässt man den Drehpunkt B im neuen Richtungsstrahl BZ_1 fortschreiten und zwar um die Strecke $BC = BA$, so wird nun C Brechpunkt; wird hierauf die Bruchstrecke (CZ_1) in demselben

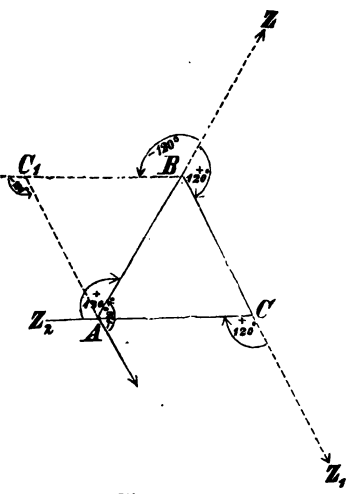


Fig. 1.

*) D. i. die Bewegung des Strahls in seiner eigenen (od. Erzeugungs-) Richtung.

**) Z bedeutet „Ziel“.

***) Daher der Punkt B auch Brechpunkt heissen kann, weil dort die Richtung oder besser der Richtungsstrahl gleichsam gebrochen wird (vergl. Ed. Müller's Elemente der Geometrie. Braunschweig 1869. II. S. 12).

Sinne (nach rechts) gedreht und zwar ebenfalls um $\hat{\alpha} = 120^0$, so muss sie in die Lage CZ_2 kommen und durch A gehen. Die Coinzidenz mit dem Anfangsstrahl AB erfordert nun den Brechungs- oder Ablenkungswinkel $Z_2\widehat{A}B$. Derselbe wird aus bekannten Gründen (bei richtiger Zeichnung durch eine Controlmessung empirisch zu bestätigen) ebenfalls $= \hat{\alpha} = 120^0$ sein müssen. Als Summe der gleichsinnigen Drehungen ergibt sich also 3. $120^0 = 360^0$ (4 R). Gleiches findet man, wenn jede Drehung links gerichtet ist, nur mit dem Unterschiede, dass die erhaltene Figur zu der ersten symmetrisch liegt (ABC_1A), übrigens aber gleich gross ist. Man stösst hier ganz naturgemäss auf die Quelle der Symmetrie. Macht man die Bruchstrecken und Ablenkungswinkel ungleich und die Zahl der Bruchstrecken, welche übrigens immer gleich der Anzahl der Brechungswinkel ist, grösser als 3, so ergibt sich das allgemeine Gesetz: Die Summe der gleichsinnigen Richtungsänderungen der Seiten einer geradlinigen geschlossenen Figur bis zur Rückkehr in die Anfangsrichtung ist constant und = 4 R. Bezeichnet man die Ablenkungs- oder Brechungswinkel eines Polygons der Reihe nach mit $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4 \ldots\ldots \beta_n$, so lässt sich, vorausgesetzt, dass die Richtungsablenkung gleichsinnig ist, obiges Gesetz so ausdrücken:

$$S\beta = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \ldots\ldots \beta_n = \pm 4\text{ R}$$

wo $S\beta$ die Summe der Ablenkungswinkel bedeutet. Sind diese gleich, so wird $S\beta = n\beta$. Dieses Gesetz, in der Planimetrie bekannt unter der Form: „die Summe der Aussenwinkel*) ist = 4 R"**), aus dem sich das andere von der Hohlwinkelsumme einer geradlinigen geschlossenen Figur leicht ergibt, sollte immer als allgemeineres voranstehen, denn es gibt eine unveränderliche (constante) Eigenschaft an, während das andere Gesetz ($[2n - 4]$ R) je nach der Grösse von n der Variation unterworfen ist. Die Ableitung dieses Gesetzes aus jenem ist leicht.

Wird bei der Bewegung des Punktes P der Sinn der Richtung gewechselt, so entsteht eine ungleichsinnig ge-

---

*) Nicht zu verwechseln mit „äusseren convexen" Winkeln!

**) Dabei wird aber von der Richtung ganz abgesehen und nur die Grösse der Winkel berücksichtigt. Als Ablenkungswinkel erhalten diese Winkel wichtigere Beziehung zur Genesis der Figur.

brochene Linie, welche wie $ABCD$ (Fig. 2) entweder offen oder wie $ABCDA$ (Fig. 3) geschlossen und solchenfalls auch wie $ABCDA$ (Fig. 4—5) ihren eigenen Umfang schneiden kann.

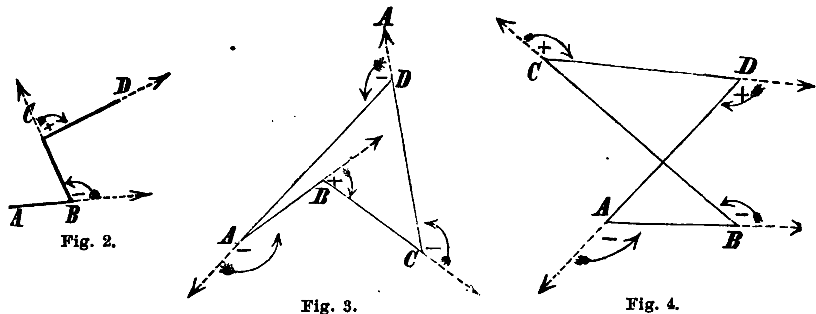


Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4.

Bezeichnet man, wie früher, die Ablenkungswinkel der Reihe nach durch $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \ldots . \beta_n$, die Drehung nach rechts (r) mit $+$ und die nach links (l) mit $-$, so ist beim Viereck $ABCDA$ in Fig. 3

$$S\beta = + \beta_1 - \beta_2 - \beta_3 - \beta_4 = \beta_1 - (\beta_2 + \beta_3 + \beta_4),$$

in Fig. 4

$$S\beta = - \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - \beta_4 = (\beta_2 + \beta_3) - (\beta_1 + \beta_4).$$

Man erkennt hieraus, dass die Summe der rechtsseitigen (positiven) Ablenkungen gleich sein muss der Summe der linksseitigen (negativen), oder dass beide Summen einander zu 0 ergänzen müssen. Sind unter den Ablenkungswinkeln m positive und n negative, so ist

$$S\beta = S_m(+\beta) - S_n(-\beta) = 0.$$

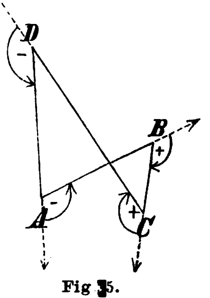


Fig. 5.

Sind aber die Ablenkungswinkel gleich $(= \beta)$, dann ist $S\beta = m\beta - n\beta = (m - n)\,\beta = 0$, woraus folgt, dass, da β nicht $= 0$ sein soll, $m - n = 0$, d. i. $m = n$ sein muss. Bei gleichen Ablenkungswinkeln ist also die Zahl der rechtsseitigen Ablenkungswinkel = der Zahl der linksseitigen. Sonach können reguläre Vielecke von $2n + 1$ Seiten oder von ungerader Seitenzahl nicht übereck oder verschiedensinnig oder rückläufig*) sein.

*) So nämlich könnte man solche Polygone nennen, welche bei verschiedensinniger Drehung in den Ausgangspunkt zurücklaufen und ihren Umfang schneiden.

Ist im Viereck *ABCD* (Fig. 6) $+ \beta_1 - \beta_2 = 0$, so ist die **erste** Bruchstrecke der **dritten** parallel. $AB \parallel CD$. Dann ist auch $\beta_3 = \beta_4$ oder $\beta_3 - \beta_4 = 0$, überhaupt sind immer, wenn die gleichen Brechwinkel dem Sinne nach abwechseln, die 1. 3. 5. 7. etc. und 2. 4. 6. etc. Bruchstrecke oder die ungeradzahligen und geradzahligen parallel.

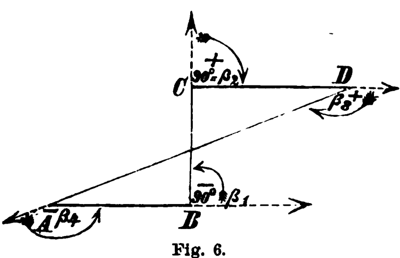


Fig. 6.

Vermehrt und verkürzt man die gleichen und gleichsinnigen Bruchstrecken bei gleichzeitiger Abnahme der Ablenkungswinkel, so ergibt sich ein reguläres Vieleck, welches bei Fortsetzung dieses Processes in den **Kreis** übergeht. Die Richtungsänderung wird beim reg. Vieleck durch die Centriwinkel, deren Summe ebenfalls = 4 R. ist, angegeben. Beim Kreis ändert sich die Richtung jeden Augenblick, weil Bruchstrecke und β unendlich klein sind und also die Brechungspunkte unendlich nahe aneinander fallen. **Jeder** Punkt des Kreises ist Brechpunkt. Daher wird beim Kreis die Richtung jeden Augenblick geändert, was eine um den Kreis wandernde Tangente sehr gut veranschaulicht. Der Tangentialpunkt*) ist Brechpunkt, die Tangente Richtungslinie. Wie bei einem Vieleck, so kann auch hier die Richtungsänderung in zweifachem Sinne stattfinden und die Summe der unendlich vielen, unendlich kleinen Richtungsänderungen ist ebenfalls = 360^0. Denn die Tangente muss, um wieder in ihre Anfangslage zu kommen, eine **volle** Umdrehung machen, während der Drehpunkt die Peripherie stetig durchläuft**).

Jede Richtungsabweichung erfordert die Wahl eines neuen Ziels, also einen erneuten Willensact gerade so, wie die Be-

---

*) Eigentlich ist dieser Punkt ein **Doppelpunkt** erzeugt aus den zwei einander unendlich genäherten Endpunkten einer Sehne.

) Vergl. übrigens über die Bruchstrecke Ed. Müllers Elemente der Geometrie. Braunschweig 1869. II. (Formenlehre) S. 13 etc., wo, wie in keiner geometrischen Formenlehre dieses Capitel gründlich behandelt ist. Nur versteht M. unter Brechungswinkel etwas anderes, als ich und geht nicht auf die **Summe der Brechungswinkel bei geschlossenen Figuren ein. Vergl. auch Helmes, Planimetrie, S. 132.

wegung eines Körpers zur Ablenkung von seiner Bahn eine Kraft verlangt. Wie hier die Beharrung (vis inertiae) gestört wird, so wird im Denkprocess die Aufmerksamkeit auf's Ziel (eine Art psychischer Beharrung) unterbrochen, es entsteht momentane Verzögerung und Zeitverlust. Denn die erste Bewegung muss im Brechpunkt C aufhören. C wird momentan Ziel- oder Ruhepunkt, um sofort wieder Ausgangspunkt zu werden. Hierin dürfte der tiefere Grund liegen, warum die Richtung in der Geraden zur Erscheinung kommt und warum wir eine gebrochene Linie ihrem Umfange nach schwieriger (weil langsamer) in der Anschauung verfolgen können als die Gerade oder selbst den Kreis, da bei letzterem die Richtungsänderungen in den einzelnen aufeinanderfolgenden Punkten unmessbar klein und kaum merkbar überdies unter einander gleich sind. Richtung erfordert sonach Einheit des Willensacts, sie ist gewissermassen „eine Art Minimum erneuter Willensacte.“*)

Bei der Summe der Richtungsänderungen ist noch zu unterscheiden die absolute und die relative. Jene gibt die Summe der Drehungen überhaupt an, ohne Rücksicht auf den Sinn derselben und ohne Rücksicht auf das schliessliche Resultat, das auch Null sein kann. Man könnte diese absolute Drehungssumme auch Drehungsarbeit nennen. Die relative dagegen gibt sie an mit Rücksicht auf das erlangte Resultat. Eine Drehung um 180° und zurück in die Anfangsrichtung gibt eine Drehungsarbeit von 360°, aber das Resultat in Beziehung auf den erreichten Ort ist = 0. Eine Drehung von 120° und 30° zurück gibt eine Drehungsarbeit von 150° aber ein Drehungsresultat von 90° d. h. es ist dasselbe, als wenn der Schenkel nur um 90° gedreht worden wäre.

Man kann die Richtungs-Ablenkungen bei einem Vieleck (Fig. 7 A.) als Drehungswege durch Kreisbögen darstellen, indem man (s. Fig. 7 B.) von einem angenommenen Punkte O aus zu den Seiten der Figur parallele Strahlen zieht, OB, OC, OD, OE, OA. Dann ist

$$-\beta_1 = B\hat{O}C, \text{ in der Figur z. B.} = -140^0,$$
$$+\beta_2 = C\hat{O}D, \;\text{„ „ „ „ „}\; = +\;90^0,$$

*) Aus einer briefl. Bemerkung v. Fresenius.

$$+\beta_3 = D\widehat{O}E, \text{ „ „ „ „ „ } = +66^0,$$
$$+\beta_4 = E\widehat{O}A, \text{ „ „ „ „ „ } = +148^0,$$
$$-\beta_5 = A\widehat{O}B, \text{ in der Figur z. B. } = -155^0.$$

Hier ist also $\beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 91^0 + 66^0 + 138^0 = 295^0,$
$$-\beta_1 - \beta_5 = -140^0 - 150^0 = -295^0.$$

Folglich die relative Drehungssumme $= 0^0$.

Die absolute Drehungssumme aber, oder die Drehungsarbeit ist $= 2 \times 295^0 = 590^0$. Sie lässt sich durch eine Summe gleichgerichteter Kreisbögen darstellen $360^0 + 230^0$ d. h. durch einen Vollkreis und einen Bogen von 230^0 ($= 180^0 + 50^0$), welche in der Figur (B) punktirt sind.

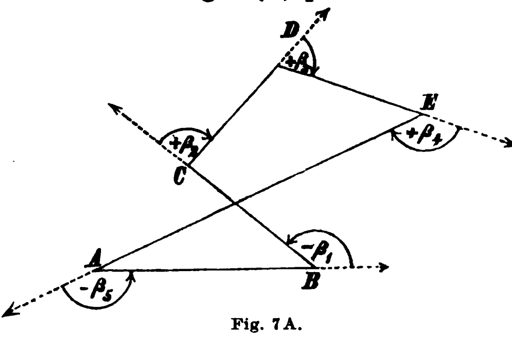


Fig. 7 A.

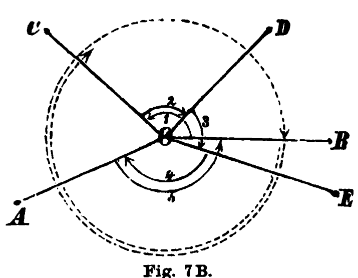


Fig. 7 B.

Die Drehung und ihre Gegendrehung führen noch zu einem bemerkenswerthen Resultate bezüglich des sogenannten Aussen- oder Brechungswinkels. Wenn nämlich (Fig. 8) der bewegte Punkt P nicht in sein Ziel A, sondern in ein anderes von O gleichweit entferntes Ziel B sich bewegt, so weicht er von der ursprünglichen Richtung OA um den Winkel $\varphi = A\widehat{O}B$ nach links von seinem Ziele A ab. Um diese Ablenkung als gewissermassen einen Fehler auszugleichen, muss die angenommene Richtung BZ um den Winkel $Z\widehat{B}A = \alpha$ nach rechts abgelenkt werden. Diese Ablenkung α ist aber nicht gleich der ersten oder die Ausgleichung (Correctur) nicht gleich dem Fehler, denn $\alpha > \varphi$. Dies hat seinen Grund in der verschiedenen Lage der Drehscheitel. Für $BA = OB$ oder, wenn der zweite Weg = dem ersten ist, das ist für $\varphi = 60^0$ ist $\alpha = 2\,\varphi$. Je weiter aber B von A sich entfernt, z. B. in den Lagen B_1, B_2, desto grösser wird α und endlich für

$\varphi = 180^0$, das ist, wenn B mit A_1 coincidirt, wird auch $\alpha = 180^0$, und die Drehungsausgleichung wird dann 180^0 n. r. Die Drehungsarbeit aber ist 360^0. Für B_0 ist $\alpha = 90^0$ (Grenzfall) von da wächst es bis 180^0, in der secundären Lage (OB_1) ist $\alpha_1 = 135^0$. Mit φ und α zugleich wächst die Sehne AB_1 bis zum Maximum $AA_1 = 2r$, der Entfernung des Gegenpunktes von A.—

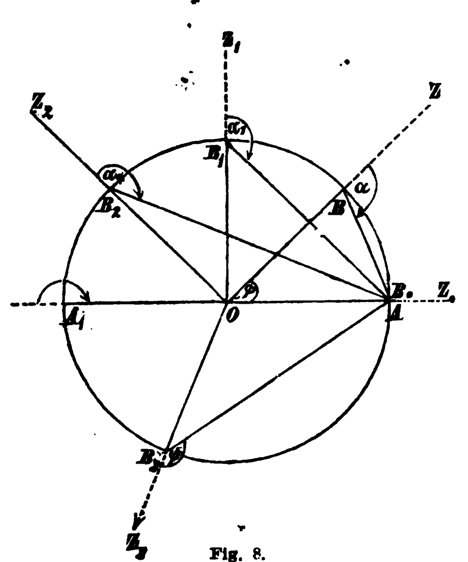


Fig. 8.

Gleiche Richtungen.

Jetzt erhebt sich nun die wichtige Frage: Wenn sind Richtungen gleich? Zum Zwecke ihrer Beantwortung ist es nöthig, die Hauptfälle der Richtungen nach Ausgangspunkt und Ziel übersichtlich zu gruppiren. Dies ergibt:

I. Die Richtungen haben gemeinsamen Ausgangspunkt *(O)*. Fig. 9.

a) Das Ziel ist gemeinsam. Dann coincidiren die Richtungsstrahlen, es ergibt sich ein Strahlenbündel. (O^C_A). In diesem Falle ist auch die Lage der Strahlen identisch.

b) Die Ziele sind verschieden. *(A, B)*. Dann grenzen die Richtungsstrahlen einen Ebenenraum ab, ohne ihn einzuschliessen.

Beide Fälle sind bereits oben besprochen.

II. Die Richtungen haben verschiedene Ausgangspunkte A und B.

Fig. 9.

a) Das Ziel ist gemeinsam
1) es liegt ausserhalb der Strecke AB in C (Fig. 10 a. f. S.).
2) es liegt in der Strecke AB (Fig. 11).

b) Die Ziele sind verschieden
1) Die Richtungsstrahlen divergiren (Fig. 12).
2) die Richtungsstrahlen behalten stets gleiche Entfernung von einander (sind parallel) (Fig. 13). Ziel im Unendlichen.

Dass im Falle II, *b*, 1) die Richtungen nicht gleich genannt werden können, leuchtet ein. Wohl aber könnte man meinen, dass die Definition berechtigt sei: Richtungen sind gleich, wenn sie gleiches (d. h. dasselbe) Ziel haben. Denn, könnte man sagen, da Richtung im Wesentlichen Fixirung des gewählten Ziels ist, so müssen gleiche Richtungen

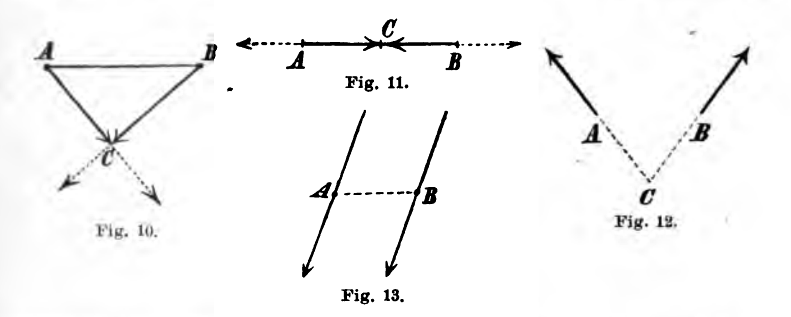


Fig. 10. Fig. 11. Fig. 12. Fig. 13.

gleiches Ziel voraussetzen. Dies nimmt die neuere Geometrie an, indem sie dann daraus den Parallelismus leicht mittelst des unendlich entfernten Punktes herleitet.*) Wenn nun schon der Fall II, *a*, 1 diese Definition nicht vertragen würde, so führt

---

Anm. Die Fälle II, *a*, 1 und 2 und *b*, 1 sind hinsichtlich des Ziels vielleicht auch so zu deuten:

In II, *a*, 1 sind die Punkte *A* und *B* als Stillstandspunkte einer Rückwärtsbewegung (Fig. 10.) nach dem gemeinsamen Ziel *C*, der erst Ausgangspunkt war, zu betrachten. Die Bewegung über *C* hinaus, wie die punktirte Linie angibt, ist eine Vorwärtsbewegung von *C* aus.

In II, *a*, 2 (Fig. 11.) ist ganz dasselbe, nur liegt der Ausgang *C*, der erst Ziel war, in der Geraden *AB* selbst.

In II, *b*, 1 (Fig. 12.) sind *A* und *B* Stillstandspunkte einer begonnenen Progressivbewegung, die von *C* ausging.

*) Man lese in Sturms Aufsatz, „über die unendlich entfernten Gebilde" (II, 406) den Passus von „Gewöhnlich wird etc." bis „hinstreben."

sie doch noch weit mehr im Falle II, *a*, 2 zu einem fatalen Widerspruche. Wenn nämlich das Ziel (*C*) zwischen *A* und *B* liegt, so sind die Richtungen gerade entgegengesetzt. Kann aber „gleiche Richtung“ identisch sein mit „entgegengesetzter Richtung?“ Dann hätten z. B. alle Kugelradien, auch die von den Gegenpunkten, gleiche Richtung, weil sie das Kugelcentrum zum gemeinsamen Ziel haben. Darf man dies behaupten? Ueberdies hätten aber in beiden Fällen (IIa. 1 und 2) die Geraden vor dem Schnittpunkt gleiche und hinter demselben verschiedene resp. entgegengesetzte Richtungen, also im allgemeinen eine zwiefache Richtung*).

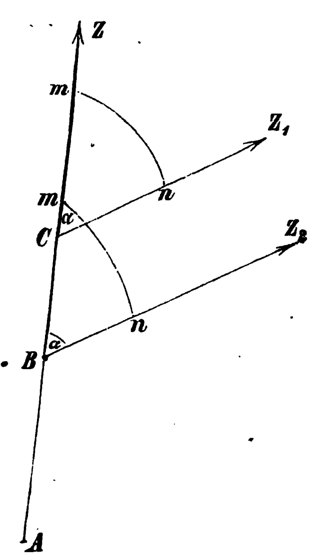


Fig. 14.

Hieraus folgt, dass das **gemeinsame Ziel** unmöglich Kriterium für die **Gleichheit** von Richtungen sein kann. Vielmehr ist dieses Kriterium zu suchen in dem gleichen Richtungsunterschied gegen eine dritte Gerade. Dies lässt sich recht anschaulich darstellen durch die Erzeugung (Entstehung) gleicher Richtungen, wie folgt:

Wenn (Fig. 14) die drei Geraden AZ, BZ, CZ von ungleicher Länge ($AZ > BZ > CZ$) theilweise zusammenfallen und in Z ihr gemeinsames Ziel haben, so haben sie nach I, *a* dieselbe Richtung und (partialgleiche) Lage. Dreht man nun die Geraden BZ, CZ um ihre Anfangspunkte B und C in demselben Sinne (rechts oder links) um gleiche Bögen mn, so erhalten zwar die Geraden sowohl unter sich, als auch gegen die unbewegte dritte verschiedene Lagen d. h. jede füllt andre Raumpunkte aus, aber die beiden Gedrehten behalten in jeder dieser Lagen gleichen Richtungsunterschied gegen die dritte (feste) AZ. Desswegen aber haben sie nicht gleiches

*) Vergleiche auch die Bemerkung Kobers (III, 535). Die Schwierigkeit wird auch nicht dadurch gehoben, dass man C zuerst als Ziel (Ruhepunkt) und sodann als neuen Ausgangspunkt der Bewegung nimmt.

Ziel (das sie freilich in der Coincidenz haben können*). Sie können gar nicht das Ziel Z gemeinsam behalten. Denn da $BZ > CZ$, so muss Z als Endpunkt von BZ einen grössern und Z als Endpunkt von CZ einen kleinern Kreis beschreiben. Die Geschwindigkeit von Z_2 ist also grösser als die von Z_1, und das umsomehr, je grösser BC ist. Folglich müssen die Punkte Z_1 und Z_2, die erst in Z vereinigt waren, sich bei der Bewegung trennen, und das auch noch, wenn Z unermesslich weit von B und C läge. Vielmehr liegen bei Parallelen die Ziele auseinander und können, falls der Abstand BC sehr gross ist, sogar sehr weit (ja sogar unendlich weit) auseinanderliegen. Die gleiche Richtung zweier Geraden ist also auf die Gleichheit ihrer Drehungswege zurückzuführen und nicht auf das gemeinsame Ziel.

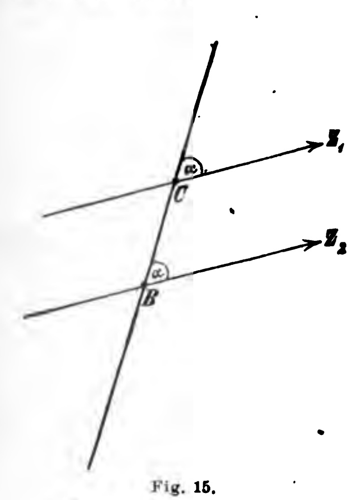


Fig. 15.

Sonach lässt sich die Definition aufstellen:

Gerade (Linien) sind **gleichgerichtet**, wenn sie gegen eine dritte (sie schneidende feste) Gerade gleichen Richtungsunterschied (Ablenkung, Drehungsabstand) haben, oder — da dieser Richtungsunterschied durch die sogenannten correspondirenden Winkel (Gegenw.) bestimmt wird — wenn sie, von einer dritten geschnitten, gleiche Gegenwinkel bilden und ihre Ziele einerseits der Schneidenden haben. (1) (Fig. 15.)

Geht man auf die Drehung zurück, so lässt sich auch sagen: Gerade sind **gleichgerichtet**, wenn sie um zwei beliebige ihrer Punkte (B, C) in demselben Sinne und gleichviel ($\hat{\alpha}$) gedreht, mit der durch jene Punkte

*) Es kann allerdings paradox erscheinen, dass die Geraden, welche erst zusammenfielen, dasselbe Ziel, nun aber nach der Drehung verschiedene Ziele und später nach einer halben Umdrehung wieder dasselbe Ziel (den Gegenpunkt des ersten) haben. Der Grund hiervon ist das Auseinanderfallen der Drehpunkte.

(B, C) gezogenen Geraden (Transversale) zusammenfallen*). (1*)

Hier ist der Ort, den Unterschied zwischen „parallel" und gleichgerichtet" festzustellen. Diese Begriffe decken sich nicht, denn „parallel" erfordert nur den gleichen Lagenunterschied zur dritten Geraden, sagt aber nichts über die Richtung der Geraden aus, es bezieht sich nur auf die Lage zur dritten Geraden. Zwei Parallelen können, wie schon Reidt (d. Z. II, 211) in Erinnerung gebracht hat, auch entgegengesetzte Richtung haben**) (Fig. 16). Mit andern Worten: Parallele Gerade brauchen nicht gleichgerichtet zu sein, gleichgerichtete Gerade sind aber allemal parallel. Daher ist in obigem Satze (1) der Zusatz „und ihre Ziele einerseits der Schneidenden haben" nothwendig. „Parallel" schliesst sonach als Gattung die Art „gleichgerichtet" ein und daher ist der Ausdruck „gleichgerichtet und parallel" ein Pleonasmus, weil „gleichgerichtet" ohnehin „parallel" ist***). Er gehört in das Capitel von den Incorrectheiten.

Fig. 16.

Wenn man nicht vorzieht den Begriff „parallel" durch den gleichbleibenden Abstand oder was damit nothwendig zusammenhängt, durch den Mangel eines Treffpunkts (freilich ein negatives Merkmal) zu erklären, so lässt sich dem Satze (1) der andere an die Seite stellen:

Gerade (Linien) sind parallel, wenn sie mit einer dritten sie Schneidenden gleiche Gegen- (correspondirende) Winkel bilden†). (2)

*) Dies kann auf doppelte Art geschehen, entweder oben oder unten. Eine Drehung um 180°, wie Zerlang (Heft 3 dieses Jahrgangs, S. 267) will, ist unnöthig. — Die beim Durchschnitt zweier Parallelen durch eine Transversale entstehende offene Figur Z_1CBZ_2 nennen die Franzosen nach Legendre biangles (etwa „Doppelwinkel"). Vergl. Mansion, sur le premier livre de la Géométrie de Legendre. Gand. p. 343.

**) Man darf hier nur an die Magnetnadeln des Galvanometers erinnern, Vergl. übrigens Baltzer § 2. 10 u. a.

***) Ob es nicht zweckmässiger sein dürfte, den Begriff „gleiche Richtung" mit „ähnliche Richtung" zu vertauschen, will ich hier nur angeregt haben.

†) Nach Kober (III, S. 283 unten) wäre die logisch-correcte Form: „Will man von zwei Geraden aussagen, dass sie von einer dritten gleichen Drehungsabstand haben, so nennt man sie parallel." Ist das etwas Andres,

Die Umkehrung dieses Satzes lautet:

Wenn Gerade parallel sind, so bilden sie mit einer Dritten sie Schneidenden gleiche Gegen- (correspondirende) Winkel.

Von diesen Sätzen, deren Ableitung auf der gleichen Drehung beruht und welche für jeden, der die wichtige Erkenntnissquelle unmittelbarer Anschauung (Intuition) noch nicht verloren hat, evident sind, muss die Parallelentheorie ausgehen, und sie erhält dadurch die grösste Einfachheit.

Lage und Richtung.

Es bleibt noch übrig, den Unterschied der Begriffe Lage*) und Richtung, über welche hie und da Unklarheit**) zu herrschen scheint, festzustellen. Der Begriff Lage ist absolut und relativ zu fassen.

a) Die absolute Lage bezeichnet nur einen Ort im Raume, der ausgefüllt (eingenommen) wird ohne irgend welche Beziehung zu einem andern (einen absoluten Ort***).

b) Die relative Lage bezeichnet den Ort in Beziehung auf andere Oerter, wobei Bewegung, Richtung und Entfernung mitwirken. Zwei Raumgrössen haben dieselbe Lage, wenn sie dieselben Raumpunkte ausfüllen (einnehmen), also bei Coincidenz, sie haben verschiedene Lage, wenn jede derselben andere Raumpunkte einnimmt, partialgleiche (oder partialverschiedene) Lage, wenn sie Raumpunkte gemeinsam haben (einander schneiden, treffen, theilweise coincidiren, Verlängerungen voneinander sind).

---

als was die Erklärung in obiger kürzerer Form sagt? Diese sogenannte „logisch-correcte" Form entbehrt der innern Nothwendigkeit und ist also unberechtigt.

*) Ich sage nicht „Stellung", vergl. diese Zeitschrift II. 94 meine Anmerkung.

**) So z. B. sagt Kunze (Lehrbuch der Geometrie. Jena 1842. § 10. Zus. 1.): „Da die Richtung (Lage) einer geraden Linie durch jeden noch so kleinen Theil von ihr bestimmt ist" etc. Die Einschliessung von Lage in Parenthese scheint anzudeuten, dass der Verf. die Begriffe Richtung und Lage identificirt.

***) Einen solchen gibt's strenggenommen auf der sich bewegenden Erde nicht. Der Punkt, den ich im gegenwärtigen Augenblicke durch einen Druck des Stiftes aufs Papier bezeichne, ist schon im nächsten Moment nicht mehr an derselben Stelle des Raumes.

Die Begriffe senkrechte (winkelrechte), parallele, schiefe Lage erklären sich durch die Richtungsunterschiede.

Die Veränderungen der Lage und Richtung zusammen werden durch die Arten der Bewegung bedingt. Darüber noch Folgendes:

Wenn eine Gerade in ihrer Richtung sich fortbewegt oder gleitet, so behält sie ihre Richtung, ändert aber ihre Lage (Längsverschiebung). AB kommt in die Lage $A'B'$. (Fig. 17). Die Lage ist also durch die Richtung zwar eingeschränkt, doch sind in einer Richtung noch unzählige Lagen der Geraden (durch Verschiebung) möglich. Durch einen festen Punkt als Anfangs- oder Endpunkt ist dann auch die Lage der gleitenden Geraden fest bestimmt. Der Satz „durch zwei Punkte ist die Lage einer Geraden bestimmt,“ ist nur ein andrer Ausdruck für: „eine Richtung ist bestimmt durch Ausgang und Ziel.“ Wenn aber die Gerade AB sich dreht, so ändert sich ihre Richtung und (mit

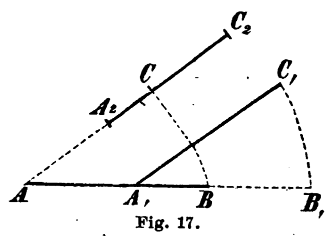


Fig. 17.

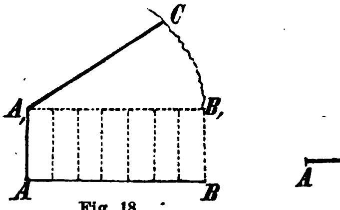


Fig. 18.

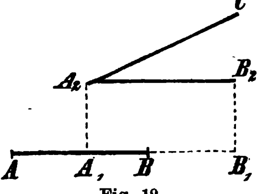


Fig. 19.

Ausnahme des Drehpunkts A_1) zugleich ihre Lage. Die Lagenänderung ist also nur partial. AB kommt (Fig. 17) in die Lage AC. Beide Bewegungen combinirt, d. h. nacheinander ausgeführt verändern Richtung und Lage total. AB kommt zuerst in die Lage A_1B_1, dann in A_1C_1 oder: erst in AC und dann in A_2C_2. In beiden Lagen sind die Geraden parallel.

Ausser der Längsverschiebung gibt es noch eine Quer- (Transversal-) Verschiebung d. i. jene parallel zu sich selbst, bei welcher jeder Punkt der Geraden oder ihrer Verlängerung von dem ihm entsprechenden der Anfangslage gleiche Entfernung behält, während die Richtung dieselbe bleibt. Bei der winkelrechten Transversalverschiebung kommt (Fig. 18)

AB in $A'B'$, bei der schiefen ist die Parallelverschiebung mit der Gleitung combinirt, da (Fig. 17) AB zuerst in $A'B'$ und dieses in A_2B_2 kommt. Diese Lagenänderung erhält man auch durch Verschiebung eines Winkels mittelst Gleitenlassen des einen Schenkels, während der andere festbleibt.

Kommt endlich dazu noch die Drehung, dann gelangt (Fig. 18.) AB allmählich in die Lagen A_1B_1 — A_1C oder (Fig. 19.) in A_1B_1 — A_2B_2 — A_2C.

Wie wichtig es ist, zwischen Lage und Richtung streng zu unterscheiden, erhellt aus Folgendem:

Man unterscheidet sowohl positive und negative Lage, als positive und negative Richtung. Bei der positiven Lage einer Raumgrösse (Linie, Fläche, Körpers) ist immer eine Grenze (Punkt, Linie, Fläche), wo das Positive aufhört, das Negative anfängt, mag der Ort der Grenze im Raume so willkührlich sein, wie er nur will. Ist er einmal festgesetzt, dann ist Positives von Negativem geschieden, jedes hat seinen Platz.

Ganz anders bei der Richtung. Ihr Ausgangspunkt ist kein bestimmter und keiner kann dazu gestempelt werden, er lässt sich verschieben und kann unendlich viele Lagen annehmen, die Richtung bleibt immer dieselbe. Jeder Punkt, der erst Ziel war, und jeder Durchgangspunkt nach dem Ziele kann Ausgang werden, es kommt nur auf den Gegensatz der Ziele und der Bewegung nach ihnen an.

Will man den Unterschied recht ad oculos demonstriren so kann folgendes Bild dazu dienen. In der unbegrenzt zu denkenden Geraden (— ∞) ∞ sei O Coordinatenanfang (Grenzpunkt des Positiven und Negativen), OC Grenze der positiven und negativen Ebenenfelder. Nehme ich nun auf der positiven Axe die Richtung ab und bezeichne diese mit $+$, so ist ba die entgegengesetzte (—), das Negative wird aber schon durch die entgegengesetzte Ordnung der Grenzpunkte angezeigt und die Gleichung

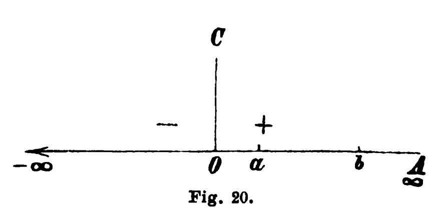


Fig. 20.

$$ab + ba = 0$$

bedeutet nichts Anderes, als: wenn du von a nach b und wieder von b nach a gehest, so bist du um nichts vorwärts gekommen. Das Resultat deines

Fortschreitens ist $= 0$, obgleich deine Weglänge oder deine Arbeit 2. ab war. Die transformirte Gleichung aber

$$ab = -ba$$

bedeutet nichts anderes, als die Richtung von a nach b ist gleich der entgegengesetzten von b nach a oder: wenn Ausgang und Ziel vertauscht werden (also ba statt ab gesetzt wird), so ist dieser Fehler durch das — zeichen auszugleichen.

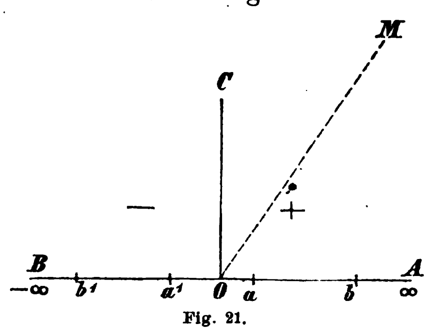


Fig. 21.

Diese negative Richtung kann aber ebensogut im positiven Lagenfelde sein, als die positive Richtung im negativen Lagenfelde, so ist mit Rücksicht auf die Figur:

ba negativ (oder $-ab$) im positiven Lagenfelde
$b'a'$ positiv (oder $-a'b'$) im negativen Lagenfelde.

Die Richtung wird also von der willkührlichen Lagengrenze gar nicht alterirt, sie ist unabhängig von der Lage. Für sie ist einzig und allein bestimmend der Gegensatz der Ziele. Es wäre daher zur Vermeidung von Verwechslungen zweckmässig, wenn die Zeichen + und — nur auf Lagengegensätze*) angewandt würden; die Richtung dagegen sollte einzig und allein durch die Reihenfolge der Buchstaben angezeigt werden**).

*) Wenn die Richtung OA (oder $O\infty$) mit + bezeichnet wird, wie soll man dann eine seitliche Richtung OC oder OM bezeichnen?

**) Diese letztere Auseinandersetzung ist angeregt durch eine Recension von Stoll's Anfangsgründen der neueren Geometrie (Bensheim 1872) seitens Herrn Prof. Scherling in Lübeck, welcher entgegen der Festsetzung Stolls (S. 1)

$$ab + ba = 0 \text{ und } ab = -ba$$

gesetzt wissen will (III, 490):

$$ab - ba = 0 \text{ und } ab + (-ba) = 0$$

„denn (sagt er) $ab + ba = 0$ kann nimmermehr etwas Anderes bedeuten, als von dem Punkte b, auf den man angekommen war, nachdem man die Streck ab durchwandert hatte, in derselben Richtung weiter wandern um eine Strecke $= ba$. Soll es rückwärts gehen, so muss man schreiben

$$ab + (-ba) \text{ oder } ab - ba = 0.\text{“}$$

Kleinere Mittheilungen.

(Sprechsaal.)

Bemerkungen über einige Aufsätze dieser Zeitschrift.*)

Von J. Kober.

I. Letztes Wort über die Eintheilung der Vierecke.

Im dritten Bande S. 349—361 wird meine Bekämpfung der üblichen Eintheilung der Vierecke und speciell der Parallelogramme, in der Hauptsache als unnöthige Neuerung, angefochten.

Mein Rechteck ist Euklids ὀρθογώνιον und wird von vielen Geometern so definirt oder trotz der Definition so gebraucht. Ich behaupte nun, dass man das gleichseitig-gleichwinklige Parallelogramm (Quadrat) unter den Begriff des gleichwinkligen subsumiren müsse, und, wenn man dies thut, auch unter den des gleichseitigen[1]) (Rhombus). Ob man für das gleichseitige den Namen Rhombus, Raute**) oder Gleichseit setzt, ist Nebensache.[2]) Ich betrachte am Parallelogramm zwei besondere Fälle (1) alle Winkel gleich, 2) alle Seiten gleich) und die Vereinigung beider Fälle (Quadrat). Vgl. Bd. I. S. 472—73.

Dass eine wirkliche Calamität, die Abhülfe erheischt, vorliegt, lässt sich aus den allermeisten geometrischen Büchern***) nachweisen; z. B.:

J. H. T. Müller, dem man (relativ) das Lob der Consequenz gewiss nicht versagen kann, erklärt auf S. 75 das Rechteck als „rechtwinkliges und ungleichseitiges" Parallelogramm. Aber auf S. 166, 167, 173, 174, 183, (49 γ), 187, 194 u. s. f. steht Rechteck statt rechtwinkliges Parallelogramm (Rechteck und Quadrat), ja auf S. 190 wird das Product xx, der Definition zum Spott, geradezu Rechteck genannt.

---

*) Die kleinen Zahlen deuten auf die Anmerkungen der Redaction v. S. 124 an. D. Red.

**) Manche Schriftsteller brauchen das Wort „Raute" als Collectiv für Rhombus und Quadrat.

***) Ich bitte, in beliebigen Büchern nach ähnlichen Widersprüchen zu suchen: die „Bewährtheit" der alten Bezeichnungsweise wird sich bald in ihrer Blösse zeigen.

A. G. Hering (Planimetrie, Leipzig 1872) nennt (§ 25 der Einleitung) Rechteck „ein Parellelogramm, in welchem die Winkel einander gleich und die an einander stossenden Seiten ungleich sind“ und sagt in § 144: „Den Inhalt eines Rechtecks, in welchem die an einander stossenden Seiten gleich sind, d. h. also den Inhalt eines Quadrats etc.[3])

So soll der Schüler an folgerichtiges Denken gewöhnt werden! Und ich frage meine Gegner, ob sie wirklich in der Aufgabe (Bd. III. 348), aus Seite und Diagonale einen Rhombus zu construiren,[4]) das Quadrat dem Rhombus nicht unterordnen.

Dass in den Büchern Inconsoquenzen in Bezug auf den Rhombus nicht so häufig vorkommen, wie beim Rechteck, liegt nur daran, dass der Rhombus in der Geometrie nicht so häufig Verwendung findet wie das Rechteck. Aber wo der Rhombus angewendet wird, findet man regelmässig Widerspruch. Z. B. Heis und Eschweiler erklären Rhombus als „gleichseitig-schiefwinkliges“ Parallelogramm und verlangen auf S. 192: „In ein gegebenes Viereck einen Rhombus einzuschreiben, dessen Seiten den Diagonalen des Vierecks parallel laufen.“ Wenn nun die Diagonalen senkrecht stehen, so wird der Rhombus rechtwinklig: glauben die Lober der alten „bewährten“ Eintheilungen, dass die Verfasser für diesen Fall eine Ausnahme constatiren oder vielmehr das Quadrat dem Rhombus unterordnen?

Wo aber zwischen Rechteck und Oblongum (bz. Gleichseit und Rhombus) unterschieden wird, da sucht man in der Regel vergebens nach dem Worte Oblongum (bz. Rhombus) im Texte des Buches, so wie im Euklid nach dem Worte ἑτερόμηκες. Es gibt eben keine Lehrsätze über das Oblongum[5]) (bez. Rhombus), ausser wenn man die blosse Negirung der Eigenschaften des Gleichseits (bz. Rechtecks) einen Satz nennen will; letzteres ist aber deshalb nicht zulässig, weil die blosse Negirung niemals eine Gestalt (überhaupt eine Gattung) charakterisiren kann. Wem wird es einfallen, aus der blossen Negirung der speciellen Eigenschaften des Kreises Lehrsätze über die Ellipse zu machen, analog dem Satze, dass im Rhombus die Diagonalen ungleich sind?

Nun sagt man zwar mit einigem Rechte, es sei ungefähr dasselbe, ob man eintheile oder benenne bz. heraushebe; aber in der logisch strengsten aller Wissenschaften ist eine strenge Fassung der Begriffe, hier speciell des Begriffs der Eintheilung, ganz wohl am Platze. Die Logik erfordert, nicht dass man eintheile um jeden Preis, sondern dass man streng richtig eintheile, also nur da, wo verschiedene Gattungen durch wirklich hervortretende (positive) Charaktere einander gegenüberstehen, wie z. B. Ellipse, Parabel, Hyperbel.

Vor negativen Merkmalen erlangt, glaube ich, Jeder eine Art von Scheu, der sich ernsthaft mit der Systematik in der Naturgeschichte beschäftigt. Auf was für Unnatürlichkeiten ist man ge-

kommen durch die Eintheilung der Insekten in geflügelte und ungeflügelte!*) oder durch die Eintheilung der Krallenthiere in solche mit allen drei Zahnarten und solche mit nicht allen Zahnarten!**)

Aehnlich in der Geometrie. Ohne jene Scheu würde ich die ersten Abschnitte in der Planimetrie ohne Umstände so formuliren: 1. (Gerade) Linien, die keine (geschlossene) Figur bilden, 2. solche, die eine Figur bilden. Auch die so viel besprochene Meinungsverschiedenheit über die Parallelen ist verschärft worden durch die negative Definition (Linien, die einander nicht schneiden). Vgl. I. 235.

Uebrigens erkennt der Herr Herausgeber, der gegen meine Auffassung am lebhaftesten zu Felde zieht, dieselbe indirect an (S. 366 und auch S. 355),[6] nur dass er (S. 366) an Stelle des Wortes (allgemeines) Parallelogramm, das alsdann gänzlich in Ruhestand tritt, das Wort Rhomboid setzt.

Die „Länge der Diagonalen" (S. 352) ist überhaupt gar keine Eigenschaft irgendwelcher Vierecke, sondern etwa die Gleichheit oder Proportionalität der Diagonalen.[7])

Subordinirte Begriffe (unter dem Titel der Eintheilung) einander gegenüberzustellen, widerstrebt dem Geiste der Logik. Kriterium der Subordinirung ist offenbar, dass alle (positiven) Eigenschaften der allgemeineren Gestalt auch von der besonderen gelten müssen. So gelten alle (positiven) Sätze über das allgemeine nEck auch vom regelmässigen, alle Sätze über das allgemeine Viereck***) auch vom Trapez, alle Sätze über das Trapez auch vom Parallelogramm u. s. f., gerade wie alle Eigenschaften der Säugethiere von den Raubthieren, alle Eigenschaften der Raubthiere von den Bären gelten müssen.

Damit ist ja noch nicht ausgesprochen, dass nicht didaktische Rücksichten uns veranlassen können, unter den Vierecken zuerst das Parallelogramm zu besprechen oder das Quadrat, gerade so wie man erst den Kreis behandelt, dann allgemein die Curven zweiten Grades, gerade so wie man in der Naturgeschichte für pädagogisch richtig hält, erst die Species, dann die Gattung, dann die Familie zu beschreiben.[8])

II. Ueber Benennung der Dreiecke.

„Ein Dreieck heisst stumpf-, recht- oder spitzwinklig, je nachdem der grösste Winkel ein stumpfer, rechter oder spitzer ist" — hatte ich vorgeschlagen. Den Einwand, dass in gewissen Dreiecken

*) Wie verschiedene Thiere sind in die Ordnung Aptera zusammengeworfen worden!

**) Wir leiden noch heute wenigstens in den Schulbüchern an der unnatürlichen Zusammenstellung der Nagethiere und Zahnlücker.?

***) „Ordinäres Viereck" ist unpassend, „Trapezoid" unrichtig.

(gleichschenkligen und gleichseitigen) zwei oder alle Winkel die grössten sind und daher kein grösster vorhanden sei (S. 357), kann ich nicht als triftig anerkennen.[9])

Die Benennung „gleichschenklig" zu beseitigen (S. 363), halte ich nicht für rathsam.[10]) Kühl (Grundriss der Planimetrie, Itzehoe 1872 § 36) sagt: „Eine beliebig gewählte Dreiecksseite nennt man Grundlinie. Die beiden andern Seiten heissen dann die Schenkel." Wenn man diese, nach meinem Erachten unbedenkliche Erklärung adoptirt, hat die Benennung „gleichschenkliges Dreieck" nichts Anstössiges, zumal wir gewohnt sind, die ungleiche Seite Basis zu nennen. Der Name „symmetrisches Dreieck" wird überdies in der Sphärik in anderem Sinne gebraucht und könnte daher Missverständnisse verursachen.

III. Ueber das Abtheilen grosser Zahlen. S. III 270.

Mit meiner Forderung (II, 513), dass „ein Buch ohne besondere Nachhülfe (Griffel in der Hand des Lesers) lesbar sei," habe ich nicht sagen wollen, dass das Buch ohne (unter Umständen schriftliche) Nebenarbeit verständlich werden müsse, sondern nur, dass es lesbar (identisch mit „vorlesbar") sein solle. Ich habe deshalb auch aus Heis (nicht Gies, wie durch Druckfehler in meinem Aufsatze stand) Beispiele entnommen, die viele Nullen hinter einander enthalten, welche Nullen, weil die Ruhepunkte fehlen, nicht ohne Weiteres zählbar sind, sondern vor den Augen verschwimmen.

IV. Ueber das Decimalzeichen.*).

Was den Punkt als Decimalzeichen betrifft (III. 271), so ist für die Schüler die Unterscheidung eines oben, in der Mitte oder unten gesetzten Punktes doch wohl etwas zu schwierig.

In früheren Stufen, wie Kuckuck will (III, 268) den Punkt zu setzen, später aber das Komma einzuführen, so dass derselbe Punkt anfangs Decimal-, später Multiplicationszeichen sein würde, scheint mir als inconsequent und Verwirrung provocirend entschieden verwerflich. Der Missbrauch des Kommas in den Volksschulen kann nicht entscheiden, sonst müssten wir noch gar mancherlei preisgeben. Uebrigens ist wenigstens in Sachsen der Missbrauch des Kommas, sowie der des Divisionszeichens, im Aussterben.

V. Nochmals die kürzeste Divisionsmethode.*)

Herr Dr. Stammer (III, 458) scheint bei Beurtheilung der von mir (II, 512) empfohlenen Divisionsmethode die fettgedruckten „und 2" etc. nicht gebührend beachtet und daher die Methode mit derjenigen verwechselt zu haben, die ich auch als Kind gelernt habe unter dem Namen „Oberwärtsdividiren" (weil damals die Reste über die Zahl geschrieben wurden), bei den Engländern „German method."

*) S. Anm. d. Red. S. 127, u. S. 128.

Vor dieser zeichnet sich die empfohlene dadurch aus, dass man während des Rechnens nicht zwei Ziffern (oder Zahlen) der nächsthöheren Stelle zu merken hat, sondern nur eine, und dass die zur höhern Stelle hinüberzunehmende Ziffer zuletzt genannt wird, wodurch viele Fehler vermieden werden.

Der Lehrer, der corrigiren soll, muss freilich die Methode selbst anwenden; dann geht aber das Corrigiren oder Nachrechnen in demselben Masse schneller, wie das Rechnen. Unsere Quintaner und Sextaner rechneten aber in Folge der Anwendung dieser Methode mit solcher Sicherheit, dass es weit weniger zu corrigiren gab, als früher.

Odermann, wenigstens in der fünften Auflage, kennt diese Methode nicht.

VI. Ueber specifisches Gewicht.

Zu dem Aufsatze von Dir. Dr. Krumme (III. 454) sei mir erlaubt zu bemerken, dass ich (übrigens mit dem Verfasser einverstanden) die Hülfsgleichung $p=vs$ (p absolutes Gewicht, v Volumen, s specif. Gew.) anwende, die, so trivial sie erscheinen mag, dem Schüler sehr nützlich wird. Specifisches Gewicht definire ich schon längst als „Gewicht der Raumeinheit," wobei ich nur voraussetze, dass als Gewichtseinheit das Gewicht der Raumeinheit Wasser zu denken ist: diese Fassung war die einzig mögliche, ehe wir mit Gramm und Centimeter rechneten.

Die Fundamentalgleichung ist dann $\frac{p_1}{s_1}+\frac{p_2}{s_2}+\frac{p_3}{s_3}+\cdots=\frac{p}{s}$.

Krummes Definition und die Gleichung $p=vs$ finden sich übrigens auch auf S. 85 und 86 in dem kleinen Werkchen von Mauritius über „Decimales Rechnen". Paderborn 1869.

Gegenbemerkungen des Herausgebers.

I. Zu den Bemerkungen Herrn Kobers.

1) Das thue ich ja auch! Aber weil das „gleichwinklige" Parallelogramm nur „rechtwinklig" sein kann, so bezeichne ich es gleich mit dem Namen (III, 354) „rechtwinkliges Pllgr."*) kurz: Rechteck. Ich gebe also diesem bis (und noch) jetzt zweideutig gebrauchten Worte (Rechteck) seine wahre Bedeutung und richtige Stellung, nämlich die: die Art „rechtwinkliges Pllgr." zu bezeichnen im Gegensatz zum schiefwinkligen (= Schiefeck). Ich subordinire ihm dann das

*) Pllgr. Abkürzung für „Parallelogramm".

Oblongum und Quadrat. Ich ordne aber auch das Quadrat unter das gleichseitige Pllgr., nenne es aber, um den Sprachgebrauch nicht zu verwirren, nicht „Rhombus,“ sondern „Gleichseit,“ weil wir für „Rhombus“ keinen andern Namen besitzen (man müsste denn Raute wählen —) und dieser bereits so fest gewurzelt ist, dass er sich (meiner Meinung nach) sehr schwer beseitigen lässt. Anders ist es mit dem Begriffe „Rechteck;“ denn für diesen haben wir in „Oblongum“ einen ganz bezeichnenden und überdies früher gebräuchlichen Ausdruck und weiter ist der Begriff „Rechteck“ als Artbegriff für die Unterarten Oblongum und Quadrat schon vielfach im Gebrauch.

Der Unterschied zwischen des geehrten Herrn Mitarbeiters und meiner Unterscheidung scheint mir sonach lediglich das Wort „Rhombus“ zu treffen. Wer von uns Beiden Recht hat, das zu beurtheilen, überlasse ich der Gesammtheit der Leser dieser Zeitschrift und der Lehrer der Mathematik.

Ich meinerseits wiederhole an dieser Stelle: Man lehre in den Schulen und lasse in den Lehrbüchern drucken:

Arten des Pllgr.	Unterarten.
Rechteck	Oblongum
	Quadrat
Gleichseit	Rhombus
	Quadrat

d. h. man mache zwischen den vier Unterarten und den zwei Arten des Pllgr.s strenge Unterschiede, gleichviel, ob man den von mir vorgeschlagenen Namen „Gleichseit“ adoptirt oder nicht. Ich will ihn niemandem octroiren. Man bringe aber, falls man ihn verwirft,*) wenigstens einen bessern, d. h. kürzern und bezeichnendern. Umfang und gegenseitige Stellung dieser Begriffe habe ich übrigens genau gekennzeichnet durch systematische Figuren III, 355.

2) Ist dann nicht Nebensache, wenn der Name (Rhombus) bislang eine ganz andere Bedeutung hatte und man für ihn kein Aequivalent hat.

3) Eben deshalb verlange ich (III, S. 351 bes. Anm. ††), dass man statt „Rechteck,“ welcher Name die Art (Species) bezeichnen soll, sage „Oblongum“ (Unterart). Dann werden solche Begriffsverwechslungen nicht möglich sein. Uebrigens beweisen diese Beispiele, selbst wenn sie bis 100 vermehrt würden, gar nicht die behauptete „Calamität“

*) Man könnte allenfalls dagegen einwenden, dass der nackte Name „Gleichseit“ auch die übrigen gleichseitigen (regulären) Figuren, z. B. gleichseitiges Drei-, Fünf-, Sechs- u. s. w. Eck bezeichnen könnte. Dieses Missverständniss würde aber durch die vorausgehende bestimmte Erklärung, dass nur Vierecke darunter zu verstehen seien, vermieden werden; oder man müsste sagen: Drei-Gleichseit, Vier-Gleichseit etc.

in der Eintheilung der Vierecke, sondern nur die Nachlässigkeit der Autoren im Gebrauche des Wortes „Rechteck" oder besser gesagt: den Mangel einer streng logischen Unterscheidung der Species (Rechteck) von der Subspecies (Oblongum). Aber — abusus non tollit usum, — deswegen ist doch die Eintheilung an und für sich nicht zu verwerfen, vielmehr wird diese gefordert durch das in jedem denkenden Kopfe gefühlte Bedürfniss einer geordneten und logischen Darstellung und überdies von der — Mnemotechnik. Der Eintheilungsgrund aber liegt in der Sache, er ist sozusagen dem Stoff inhärent, und ich wiederhole meine Behauptung (III, 352): „Nicht wir, d. h. wir als Mathematiker und als Ordner des Stoffs machen den Eintheilungsgrund, sondern er bietet sich naturgemäss von selbst als greifbar dar, er ist innig verwachsen mit der Genesis der Winkel und Parallelogramme."

4) Diese Constructionen sind für Rhombus und Quadrat ganz verschieden hinsichtlich der Bestimmungsstücke. Denn das Quadrat ist schon durch die Diagonale bestimmt, die Seite also unnöthig, folglich die Aufgabe „das Quadrat aus Seite und Diagonale zu construiren" incorrect, sie ist eine Art Pleonasmus! Beim Rhombus dagegen sind zwei Stücke (Seite und Diagonale) nothwendig, da seine Construction auf die Construction eines ungleichseitig-rechtwinkligen Dreiecks sich reducirt.

5) Dies gebe ich nicht zu, ganz aus demselben Grunde, welcher III, 352 fürs Quadrat angeführt ist.

6) Ich wüsste nicht, inwiefern. Indem ich (III, 366, sub 2) behaupte, dass durch Drehung und Verschiebung der Seite (bei festbleibender Basis) das Quadrat in den Rhombus übergehe, billige ich noch lange nicht die Auffassung, das Quadrat unter das Schiefeck zu subsumiren; ich stelle es vielmehr nur unter das Gleichseit, sowie andrerseits unter das Rectangel. Sobald das Quadrat durch jene Bewegung ein Schiefeck wird, tritt es aus der Sphäre des Rechtecks heraus und in jene des Schiefecks. Ich kämpfe also (und allerdings sehr lebhaft) gegen den Satz an: „Das Quadrat ist ein Rhombus." Auch in den schematischen Darstellungen (III, 355), welche ebenfalls die Uebergänge der Pllgramme in einander veranschaulichen sollen, sehe ich keine „indirecte Anerkennung" der Auffassung Herrn Kobers.

7) Ich meinte selbstverständlich die relative (gegenseitig-verglichene) Länge, nicht die „absolute;" denn ob die Diagonale 1^m oder $1\ K^m$ lang sind, ist natürlich gleichgiltig. Diesen scrupulösen Einwand hatte ich freilich nicht erwartet.

8) Schliesslich habe ich noch Folgendes zu bemerken: Herr K. schweigt gänzlich über meinen (wie ich glaube seine Auffassung ad absurdum führenden) Einwurf (III, 353), dass man, gestützt auf die „Continuität," jenem Satze:

„Das Quadrat ist ein Rhombus“
folgerichtig den andern an die Seite stellen müsse:
„Das Quadrat ist ein Oblongum.“

Denn wie beim Rhombus das gleichmässige (continuirliche) Wachsen und Abnehmen der Winkel das Quadrat hervorbringt, so erzeugt beim Oblongum (oder Rechteck im gewöhnlichen Sinne) das gleichmässige (continuirliche) Wachsen oder Abnehmen von ein Paar Gegenseiten ebenfalls das Quadrat (vgl. meine Auseinandersetzung III, 353). Ergo — müsste man streng analog sagen: „das Quadrat ist ein Oblongum (oder eine Art des Oblongums).“ Ebenso folgerichtig müsste man auch sagen: „Der rechte Winkel ist ein schiefer!“ Wir wären begierig, wie Herr K. und seine Anhänger diese Consequenzen vertheidigen möchten. —

Ad II (Benennung der Dreiecke).

9) Warum nicht?

10) Hier bin ich mit Herrn K. ganz einverstanden und gegen Herrn Becker (III, 363). Warum? habe ich unten in der Antwort auf Herrn B.'s Brief auseinandergesetzt, s. S. 131.

Ad IV (Decimalzeichen).

Punkt oder Komma? Also z. B. 83,452 oder 83·452 oder gar 83.452? Der Punkt (oben), welcher z. B. in Oesterreich gebräuchlich ist, hat gegen sich, dass er durch nachlässiges Tieferstellen als Multiplikationszeichen gelesen werden kann. Es empfiehlt sich daher das Komma, und nebenbei die Wahl kleiner Ziffern für die Decimalen z. B. 83,452. Das (angeblich im Aussterben begriffene) Komma unten als Abtheilungszeichen, das noch in der Volksschule grassirt, sollte unbedingt durch einen Strich an der Stirn der Ziffern ersetzt werden, z. B.

432″756′245

nicht aber, wie Herr Dr. Pick (III, 271) will, unten. Dann könnte man auch auf den grössern Zwischenraum (432 756 245) verzichten. Ich halte es aber, und hier in Uebereinstimmung mit Dr. Pick (III, 271) für hinreichend, nur zu je sechs Ziffern abzutheilen, also nur das Millionen- und Billionenzeichen zu setzen, weil sich sechs Ziffern noch leicht übersehen lassen. Die Tausende könnte man allenfalls durch eine kleine Lücke andeuten, z. B.

432′756245
726340″437382′370928

Auf diese Weise erhielte man bei grossen Zahlen (die übrigens ja auch selten vorkommen)*) nicht zu viele solcher Striche. Bezüglich der Umänderung der Zeichen nach dem Elementarunterricht

*) Z. B. Milliarden schreibt man ja ohnehin nicht mit Zahlen!

oder in hohen Classen, die Kuckuck (III, 268) will, stimme ich Herrn Kober bei, sie ist verwirrend und daher unzulässig.

Ad. V (Kürzeste Divisionsmethode).

In Oesterreich dividirt man allgemein und zwar sehr rasch nach dieser Methode, da man weniger zu schreiben braucht. Der von Herrn Stammer (III, 458) gemachte Einwurf, dass die Entdeckung der Rechenfehler dadurch erschwert werde, ist für mich unfassbar. Man entdeckt doch diesen Dieb sofort im Reste, gleichviel ob er bei der Multiplication oder Subtraction (Addition) sich eingeschlichen hat; z. B.

736489 : 3456 = 21 etc.	
4828	5
1172	0

Freilich lassen sich diese Fehler nicht durch Subtraction (da hier der Subtrahend gar nicht geschrieben wird), sondern eben nur wieder durch das die Methode der kurzen Division charakterisirende Zuzählen (Addiren) finden.

Dies führt mich gleich auf die Subtraction. Diese sollte, um die kurze Division vorzubereiten, gleich anfangs mittelst Zuzählen gelehrt werden. In der That ist dies auch das Natürlichste, wie jeder Kellner und jede Ladenmamsell beim sogen. Heraus- (oder Wieder-) geben nicht blos weiss, sondern thut, indem sie zuzählen (vollmachen), nicht aber abziehen; z. B. 36 ₰ / 27 Xr. und 4 ₰ / 3 Xr. macht (gibt) 40 ₰ / 30 Xr.". Es sollte also die Subtraction immer als Addition gelehrt und ausgeführt werden, z. B.

	Zu sprechen:
735698	5 und 3 ist 8
372945	4 „ 5 „ 9
˙ ˙	9 „ 7 „ (1) 6
362753	3 „ 2 „ 5
	7 „ 6 „ (1) 3
	4 „ 3 „ 7

So erspart man auch den sogen. „Borgepunkt."*) Diese Art der Subtraction ist eine nothwendige Vorbereitung auf die „kurze Division." So lehrt sie auch Kuckuk in seinem „Rechnen mit decimalen

*) Ich habe Gelegenheit gehabt, zu beobachten, dass manche Volksschullehrer den sogen. „Borgepunkt" weglassen. Solche aus der Volksschule in die Mittelschule kommende Schüler subtrahiren gewöhnlich fehlerhaft, indem sie bei der nächsten Stelle das Abziehn der geborgten Einheit vergessen. Man behalte doch dieses Hilfsmittel bei, wenn man nach der gewöhnlichen Methode abzieht!

Zahlen," Berlin 1872. S. 10.*) Streng genommen ist auch die Subtraction eine Illusion. Indem wir nämlich glauben, wir zögen ab, addiren wir. Jeder, der aufmerksam auf diese Gedankenoperation achtet, wird finden, dass dem angeblichen Abziehen „im Gedanken" eine rasche Addition vorangeht. Denn, indem ich z. B. sage, „4 von 7 bleibt 3" habe ich im Gedanken rasch drei zu vier addirt, oder: ich habe die leere Distanz zwischen 4 und 7 ausgefüllt durch die fehlende 3 (4 zu 7 ergänzt durch 3). Das wahre Abziehn würde ein Rückzählen verlangen, das aber ist bekanntlich schwieriger, d. h. weniger geläufig als das Vorwärtszählen, und darum ist das Zuzählen bei der Subtraction psychologisch richtiger als das Rückzählen (Abziehen). Vgl. auch Kuckuck a. a. O. S. 8 u. 16. —

Ein Brief an den Herausgeber.

V. H. C.! Die Notiz, zu welcher Sie durch meinen kleinen Aufsatz „über Eintheilungen in der Geometrie"**) sich veranlasst gesehen, veranlasst mich zu einigen Bemerkungen.

Es will mir nämlich dünken, als wenn Sie im Grunde ganz dasselbe wollen wie ich und Ihre abweichende Ansicht nur eine scheinbare Abweichung von der meinigen sei. „Vom Besonderen zum Allgemeinen" sagen Sie; „von der Anschauung zum Begriff" ist der Grundgedanke aller meiner Veröffentlichungen. Wo ist nun da der Unterschied? Warum aber soll das besondre Viereck," von dem man ausgeht, gerade ein „Quadrat" und nicht vielmehr ein ganz willkürlich hingezeichnetes Viereck sein, aus dem man ebensogut (durch Drehung und Verschiebung der Seiten) alle diejenigen Vierecksarten ableiten kann, deren Eigenschaften man nach und nach entwickeln will?

Auch ich habe früher, als ich an der Beust'schen Erziehungsanstalt in Zürich mit 8 bis 12 Jahre alten Knaben Geometrie trieb, mit dem Quadrat angefangen, und zwar mit dem Quadratzoll, den ich dann in Quadratlinien zerlegen liess, um dann zu zeigen, wie man Rechtecke von verschiedener Länge und Breite und Quadrate mit andrer Seitenlänge der Fläche nach mit einander vergleichen kann. Dann liess ich Quadratzolle zu dem Netze für einen Cubikzoll zusammensetzen und diesen aus Karton anfertigen. Waren mehrere Kubikzolle angefertigt, so liess ich daraus quadratische Säulen verschiedener Art aufbauen und die Netze zu diesen Körpern und daraus

---

*) Auf dieses Buch werden wir in diesen Blättern noch näher eingehen.
**) s. III, 361. Der Red.

die Körper selbst anfertigen. Waren mehrere solche quadratische und rechteckige Säulen vorhanden, so wurden dieselben durch Diagonalebenen in dreiseitige Säulen und Pyramiden zerlegt, diese wieder in andrer Weise zu neuen Körpern zusammengesetzt etc. So wurden die Schüler nach und nach mit den verschiedensten Formen der Planimetrie und Stereometrie bekannt und lernten spielend und arbeitend zugleich die charakteristischen Eigenschaften derselben kennen und wurden überdies befähigt, Polygone und Polyeder verschiedener Art nach Oberfläche und Inhalt zu berechnen. Auch lernten sie erst aus den verschiedenen räumlichen Gebilden die Begriffe der Flächen, Linien und Punkte, der Winkel, der Neigung, der Symmetrie etc. abstrahiren und das einzelne den allgemeinen Begriffen unterordnen, *aber auch in den einzelnen Eigenthümlichkeiten der besonderen Figuren allgemeine Gesetze kennen.* Erst nachdem so während eines Zeitraums von 3 bis 4 Jahren die Schüler auf rein anschaulichem Wege das Gebiet der Geometrie überschauen gelernt hatten, begann ich mit dem wissenschaftlichen Unterrichte in der Weise, die ich in meinem Aufsatze angedeutet und in meinem Leitfaden ausgeführt habe. Wenn ich jetzt ohne diese Voraussetzungen in derselben Weise unterrichte, so kann ich zwar nicht so rasch vom Flecke kommen, wie in Zürich; habe aber auch so sehr aufmerksame und eifrige Schüler und erziele die besten Resultate, obgleich ich nicht nur das allgemeine Viereck dem Parallelogramm, und dieses dem Rechteck und Rhomboid, alle dem Quadrat vorausschicke, sondern dem allgemeinen Vierecke sogar das allgemeine *Vieleck* vorhergehen lasse. Dabei beginne ich aber gleichwohl mit einer ganzen Reihe von besondern Fällen. Ich zeichne ihnen nämlich eine ganze Menge der verschiedenartigsten Vielecke an die Tafel und lasse sie herausfinden, was bei allen Verschiedenheiten allen gemeinsam ist. Entwickle dann die Sätze über Winkelsumme und die Anzahl von Diagonalen, sowie über die Umfänge solcher convexen Vielecke, die sich in einander legen lassen etc. Dann erst kehre ich zum Dreieck zurück, gehe von diesem zum Vierecke über; lasse durch Drehen und Verschieben der Seiten die Form eines willkürlich hingezeichneten (also gewiss speciellen) Vierecks in andre übergehen, und zeige, *wie jede besondre Eigenthümlichkeit einer Figur (eines Dreiecks, Vierecks etc.) immer noch einige andre Eigenthümlichkeiten zur Folge hat, die mit ihr stehen und fallen etc.*

Wenn Sie mir zugestehen, dass das, was ich hier durch Unterstreichen besonders hervorgehoben habe, auch von besonderer Wichtigkeit ist, wenn die Schüler wirklich in die *wissenschaftliche Geometrie* eingeführt werden sollen, so müssen Sie mir auch zugestehen, dass es richtiger ist, beim Dreiecke erst das zu untersuchen, was aus der Gleichheit *zweier* Seiten oder Winkel folgt, ehe man von der Voraussetzung *dreier* gleicher Seiten ausgeht.

Wie Sie aber gegen meine Bezeichnung des gleichschenkligen Dreiecks als ein „symmetrisches“ polemisiren können, das ist mir, offen gestanden, geradezu unbegreiflich, da Sie doch selbst so grosses Gewicht auf sprachliche Genauigkeit legen. Wie wollen Sie aber die Inconsoquenz rechtfertigen, dass man erst lehrt, beim Winkel komme es auf die Länge der Schenkel gar nicht an, und die Vielecke seien von Seiten, nicht von Schenkeln begrenzt, und dann ein Dreieck als gleichschenklig bezeichnet, weil es zwei gleiche Seiten hat, und zwar nur dann, wenn die dritte kleiner oder grösser ist? Wozu soll man denn gerade diese Bedingung noch hinzufügen? Hat denn das gleichschenklige Dreieck Eigenschaften, die dem gleichseitigen nicht zukommen? warum also durchaus Coordination, statt Subordination? Freilich ist auch das gleichseitige Dreieck symmetrisch; aber daraus kann doch nicht die mindeste Schwierigkeit entstehen. Denn was man vom gleichschenkligen Dreieck auszusagen hat, ist immer derart, dass die Grösse der dritten Seite völlig gleichgültig ist. Will man aber das gleichseitige richtig benennen, so muss man ihm den Namen geben, der alle seine Eigenschaften ausdrückt, d. h. man muss es als regelmässiges Dreieck bezeichnen, welches eine besondre Art des symmetrischen ist. Immerhin kann es dem Lehrer unbenommen bleiben, gerade von dieser besonderen Art auszugehen, wenn er nur zuletzt zeigt, wie die Eigenschaften der Dreiecke sich gegenseitig bedingen.

Ich will es Ihrem Ermessen anheim stellen, ob Sie diese Zeilen in Ihrer Zeitschrift als eine Art Entgegnung auf Ihren Angriff veröffentlichen wollen oder nicht. Grosses Gewicht lege ich nicht darauf; denn es will mir immer mehr scheinen, als ob auf Niemanden mehr das Wort Wallensteins an seine Generale (W. Tod, Act II, Schluss des dritten Auftritts) passe, als auf unsere Fachgenossen. Nach allen weitläufigen Erörterungen bleibt schliesslich jeder bei seiner Meinung,*) wenn er überhaupt eine auf eigene Erfahrungen und eigenes Nachdenken gestützte Meinung hat.

Schaffhausen. J. C. Becker.

Antwort des Herausgebers.

Sehr geschätzter Herr Mitarbeiter! Wenn man vom Quadrat ausgeht, geht man eben vom Einfachen aus, ebenso wenn man beim Dreieck vom gleichseitigen (regulären) Dreieck ausgeht. Der von Ihnen betonte Satz der Methodik, bei jeder Figur zu zeigen, dass

*) Der Herausgeber dieser Zeitschrift ist sich bewusst, zu dieser Classe nicht zu gehören.

„jede besondere Eigenthümlichkeit derselben immer noch einige andere Eigenthümlichkeiten zur Folge hat, die mit ihr stehen und fallen," lässt sich ebenso leicht anwenden beim Gang vom Besondren zum Allgemeinen (also z. B. vom Quadrat zum allgemeinen Viereck). Z. B. mit der Verlängerung oder Verkürzung eines Paares von Gegenseiten im Quadrat fällt sofort die Eigenschaft der Diagonalengleichheit und die, dass ein Quadrat durch die Diagonalen in gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke zerlegt wird. Stehen bleibt aber die Rechtwinkligkeit. Durch die Verwandlung der rechten Winkel in schiefe im Quadrat fallen und bleiben andere Eigenschaften dieser Figur. Aber bei diesem Gange bietet sich der Vortheil, dass man eben mit dem Einfachen gewissermassen mit Wenigem beginnt, was der Anfänger noch leicht übersehen kann und das scheint mir psychologisch richtiger. Ein Lehrer soll immer bedenken, dass er in der Schule und nicht auf dem Universitätskatheder steht. In den obern Klassen der Mittelschulen mag man vorsichtig (cum grano salis) den Gang vom Allgemeinen zum Besondren wählen, aber — mit Auswahl und wie ich ausdrücklich bemerkt habe, nachdem man den umgekehrten Weg bereits vollendet hat. In der Lehre vom Parallelogramm (einem ziemlich elementaren Gegenstande) wird der Weg vom Allgemeinen zum Besondern vielleicht nur geringe Schwierigkeiten und Nachtheile mit sich führen, aber in der Stereometrie dürften doch wohl diese Nachtheile und Schwierigkeiten grösser sein. Man versuche es doch einmal in der Schule vom Polyeder auszugehen! Oder in der Arithmetik von den Gleichungen des n. Grades! Warum lehrt man zuerst Gleichungen des 1., dann successive die des 2. 3. 4. Grades? Warum beginnt man nicht mit der allgemeinen Gleichung der Linien des 2. Grades, warum beginnt man vielmehr mit der Gleichung der Geraden und des Kreises und lässt erst hierauf folgen die Gleichung der Ellipse, Hyperbel, Parabel? Warum lehrt man erst Trigonometrie und geht nicht vielmehr von der Polygonometrie (etwa vom 17eck) aus? Wenn die Methode, vom Allgemeinen zum Besondern zu gehen, die bessere oder die alleinseligmachende ist, warum wendet man sie nicht consequent und durchgängig an? Also: in der Schule (und ganz besonders beim propädeutischen Unterrichte) vom Besondern zum Allgemeinen und dann erst den umgekehrten Weg! Auf der Universität (und selbst da noch mit Auswahl) vom Allgemeinen zum Besondern.

Was aber nun, werthgeschätzter Herr College, meine Ihnen „unbegreifliche" Polemik gegen Ihre Bezeichnung des gleichschenkligen Dreiecks als „symmetrisches" anlangt, so habe ich, wie auch aus meinen Worten (III, 366) leicht ersichtlich ist, gegen diese Bezeichnung nur einzuwenden, dass sie ungenau ist, sie müsste wenigstens lauten „einseitig symmetrisch," während das gleich-

seitige (reguläre) Dreieck „allseitig symmetrisch" ist. Sonst halte ich den allgemeinen Begriff „symmetrisch" für ganz bezeichnend, obschon ich gegen den alten „gleichschenklig" die Kriegstrompete nicht so laut erschallen lassen möchte wie Sie. Es ist wahr, die Länge der Schenkel eines Winkels ist auf die Winkelgrösse ohne Einfluss; gleichwohl braucht man bei manchen Constructionen einen gleichschenkligen Winkel (gleichschenkl. Dreieck, Centriwinkel). Deshalb und wegen der Kürze des Ausdrucks möchte ich denselben nicht ohne Weiteres über Bord werfen. —

Zur Physik.

Apparat zum Beweise des Satzes, dass die scheinbare Volumen-Vergrösserung einer eingeschlossenen Flüssigkeit in der Wirklichkeit der Ueberschuss der Volumenvergrösserung der Flüssigkeit über die des Gefässes ist. —

Man füllt einen recht grossen Kolben — am besten einen solchen von 2 oder mehr Liter Inhalt — ganz mit Wasser und schliesst ihn durch einen doppelt durchbohrten Kautschukpfropfen. Durch die eine Oeffnung des Pfropfens wird dann ein beiderseits offenes Glasrohr mit recht enger Oeffnung gesteckt. Die unter dem Propfen enthaltene Luft und das überflüssige Wasser entweichen durch die noch freie zweite Oeffnung des Pfropfens. Durch diese zweite Oeffnung steckt man darauf einen soliden Glasstab, wodurch das Wasser, weil es keinen andern Ausweg hat, in dem offenen Rohre steigt. Damit man bei den Versuchen eine Marke für den Stand des Wassers im offenen Rohre hat, gibt man dem soliden Glasstab eine solche Stellung, dass sein oberes Ende mit der Oberfläche der Flüssigkeit im offenen Rohre gleich hoch steht.

Hat das Wasser des Kolbens eine Temp. von 25^0—30^0, so sinkt es im offenen Rohre zunächst beträchtlich, wenn der Kolben in heisses Wasser getaucht wird, um gleich darauf zu steigen. Das Wasser im offenen Rohr steigt zunächst, um gleich darauf zu sinken, wenn der Kolben in Wasser von der Temp. des Brunnens getaucht wird.*)

Remscheid. KRUMME.

---

*) Anm. d. Red. Wir haben diesen Versuch geprüft und finden ihn als Schulversuch höchst empfehlenswerth. Nimmt man einen sehr dünnwandigen Glaskolben, so ist die Wirkung um so rascher, nur darf nicht übersehen werden, dass bei der Einstellung der hydrostatische Druck im Innern und Aeussern gleich sein muss und man daher das Gefäss (beim Einstellen) in Wasser von derselben, gleichviel welcher, Temperatur, stellen muss, als das Wasser innerhalb des Kolbens hat.

Kann die Verbrennung durch Zuführung von Wasser befördert werden?*)

Von Dr. Ferd. Fischer in Hannover.

Seite 162 (Jahrg. III) dieser Zeitschrift wird diese Frage von Herrn Witte in Pless in einer Weise besprochen, die mich zwingt, noch einmal auf diesen „allgemein verbreiteten Irrthum" zurückzukommen.

Kommt Wasser mit lebhaft glühenden Kohlen zusammen, so wird dasselbe zersetzt; es bilden sich Kohlenwasserstoff, Kohlenoxyd, Kohlendioxyd und Wasserstoff; freier Sauerstoff, „der die benachbarte dritte Schicht in Flammen setzen" könnte, ist noch nie beobachtet, kann auch nie auftreten. Da die schliesslichen Verbrennungsproducte wieder Kohlendioxyd (CO_2) und Wasser (H_2O) sind, so kann man der Einfachheit wegen annehmen, dass sich bei der Zersetzung des Wassers durch Kohle nur Kohlendioxyd und Wasserstoff bilden, also:

$$C + 2\ H_2O = CO_2 + 2\ H_2$$
$$12 + 36 = 44 + 4$$

Beim Verbrennen des Kohlenstoffs zu Kohlendioxyd werden bekanntlich 8080 Wärmeeinheiten (W. E.) frei, bei der des Wasserstoffs 34000 W. E. Dieselbe Wärmemenge wird latent, wenn diese Verbindungen in ihre Bestandtheile zerlegt werden sollen (vgl. diese Zeitschr. III, 165). 12 Gr. Kohlenstoff geben also 12. 8080 = 96960 W. E. Die dazu nöthigen 36 Gr. Wasser erfordern aber zu ihrer Zersetzung 4. 34000 = 136000 W. E., es werden also 39040 W. E., d. h. soviel Wärme verloren, um 390,4 Gr. Wasser von 0^0 auf 100^0 zu erwärmen.

Kommen die 4 Gr. Wasserstoff mit überschüssiger Luft zusammen, so verbinden sie sich mit dem Sauerstoff derselben zu 36 Gr. H_2O unter Entwicklung von 4. 34000 = 136000 W. E. Werden hiervon die an der Zersetzungsstelle des Wassers verlorenen 39040 W. E. in Abzug gebracht, so bleiben 96000 W. E. übrig, also dieselbe Wärmemenge, als wenn die Kohle direct in atmosphärischer Luft verbrannt wäre. Von einem Wärmegewinn kann also überhaupt nicht die Rede sein.

Da das zugesetzte Wasser jedenfalls in Wasserdampf verwandelt werden muss, wie Herr Witte richtig bemerkt, so werden für jeden Gr. desselben (von 0^0) 636 W. E. latent. Wenn demnach Kohle mit dem gleichen Gewicht Wasser versetzt sind, so können nu 8080—636 = 7444 W. E. erhalten werden. Dem Brennmateria zugesetztes Wasser bedingt also stets einen Wärmeverlust.

*) Entgegnung auf Witte's Aufsatz III, 162.

Noch bedeutender ist der Einfluss des zugesetzten Wassers auf die Verbrennungstemperatur.

Die Verbrennungstemperatur ist bekanntlich gleich der in Wärmeeinheiten angegebenen Heizkraft dividirt durch die Summe der Gewichtsmengen sämmtlicher Verbrennungsproducte, multiplicirt mit der specifischen Wärme derselben. Da nun 1 Theil Kohlenstoff 2,67 Sauerstoff erfordert, um 3,67 Kohlendioxyd (sp. Wärme = 0,2164) zu bilden, so kann die Verbrennungstemperatur des Kohlenstoffs im Sauerstoff berechnet werden:

$$\frac{8080}{3{,}67 .\ 0{,}2164} = 10174^0.$$

Beim Verbrennen in der Luft kommen noch 9 Theile Stickstoff (sp. W. = 0,244) hinzu, daher:

$$\frac{8080}{3{,}67 .\ 0{,}2164 + 9 .\ 0{,}244} = 2703^0$$

In Wirklichkeit muss aber etwa doppelt soviel Luft zugeführt werden, wenn die Verbrennung vollständig sein soll, folglich (sp. W. der Luft = 0,238):

$$\frac{8080}{3{,}67 .\ 0{,}2164 + 9 .\ 0{,}244 + 11{,}67 .\ 0{,}238} = 1402^0.$$

Die 21fache Luftmenge würde ergeben:

$$\frac{8080}{3{,}67 .\ 0{,}2164 + 9 .\ 0{,}244 + (20 .\ 11{,}67) .\ 0{,}238} = 138^0,$$

die Flamme würde offenbar verlöschen, sie würde „ausgeblasen."

Kohle mit dem gleichen Gewicht Wasser versetzt gibt beim Verbrennen in der Luft: (sp. W. des Wasserdampfes = 0,475)

$$\frac{8080 - 636}{3{,}67 .\ 0{,}2164 + 9 .\ 0{,}244 + 1 .\ 0{,}475} = 2148^0,$$

statt 2702⁰ wenn kein Wasser zugesetzt wird.

Würden glühende Kohlen mit 10 Theilen Wasser begossen:

$$\frac{8080 - (10 .\ 636)}{3{,}67 .\ 0{,}2164 + 9 .\ 0{,}244 + 10 .\ 0{,}475} = 222^0,$$

die Flamme würde verlöschen, sie würde „ausgegossen."

Durch Wasser wird daher unter jeder Bedingung sowohl die Wärmemenge, als auch die Temperatur eines Feuers erheblich verringert. Es ist demnach eine Verschwendung von Brennmaterial, Kohlen vor dem Verbrennen mit Wasser zu begiessen, es sei denn um Kohlengruss zu nässen, damit derselbe leichter eine compacte Masse bilde und so den Zutritt der Luft weniger hindere, als wenn der Staub trocken aufgeschüttet wird. Staubfreie Kohlen sollen stets trocken gebrannt werden.

Literarischer Frage- und Antwortkasten.

Herrn R. in Schumla. Auf Ihre Anfrage erlauben wir Ihnen Folgendes zu antworten:

1) Die Gleichung $\frac{1+x^3}{(1+x)^3} = \frac{1}{3}$ lösen Sie leicht, wenn Sie den Zähler $1 + x^3$ in der Form $1^3 + x^3$ schreiben; Sie sehen dann sofort, dass diese Form ein spezieller Fall des allgemeinen Potenzbinoms $a^n + b^n$ ist, das sich bekanntlich zerlegen lässt in zwei Factoren, deren einer $a + b$ ist (oder: das durch $a + b$ ohne Rest theilbar ist). Hiernach ist

$$1 + x^3 = (1 + x)(1 - x + x^2)$$

durch Kürzen (Aufheben) erhalten Sie dann leicht $\frac{1 - x + x^2}{(1+x)^2} = \frac{1}{3}$, was auf eine gemischt-quadratische Gleichung führt.

2) Ebenso lässt sich die andere Aufgabe $x^4 - 2x^3 + x = 132$ durch Zerfällung der beiden Seiten der Gleichung lösen. Es ist nämlich

$$x^4 - 2x^3 + x = x(x^3 - 2x^2 + 1) = x\cdot(x-1)(x^2 - x - 1)$$
$$\text{u. } 132 = 4.\,3.\,11$$

folglich

$$x(x-1)(x^2 - x - 1) = 4.\,3.\,11$$

Man sieht nun sofort, dass $x(x-1) = 4.\,3$ u. $x^2 - x + 1 = 11$ sein muss; beide Gleichungen geben $x^2 - x - 12 = 0$ und aufgelöst die Wurzeln $x_1 = 4$, $x_2 = -3$. Nun ist bekanntlich nach der Theorie der Gleichungen, wenn $f(x) = 0$ eine Gleichung darstellt, und α, β, γ, δ die Wurzeln derselben sind,

$$f(x) = (x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)(x-\delta) = 0$$

folglich $$\frac{f(x)}{(x-\alpha)(x-\beta)} = (x-\gamma)(x-\delta) = 0$$

Da nun die Wurzeln $\alpha = 4$, $\beta = -3$ bereits bekannt sind, so hat man für die noch zu suchenden Wurzeln die Gleichung

$$\frac{x^4 - 2x^3 + x - 132}{(x-4)(x+3)} = x^2 - x + 11 = 0$$

was die Wurzeln $\frac{1 \pm \sqrt{-43}}{2}$ gibt.

Wir empfehlen Ihnen angelegentlich zum Studium über di Gleichungen das vortreffliche Werk von Bardey, algebraisch Gleichungen, Leipzig b. Teubner 1868, welches in keine Lehrerbibliothek fehlen sollte.

3) Bezüglich Ihrer dritten Frage „wie wird die Schattenlänge desselben Stabes für alle möglichen geographischen

Breiten berechnet?" verweisen wir Sie einstweilen auf Gehler, phys. Wörterbuch Bd. 8. S. 509 Artikel „Schatten" und Artikel „Sonnenuhren" in demselben Bde. Ferner auf Benthin-Bruhns, Lehrbuch der Sternkunde, Lpz. b. Fleischer, 1872. S. 12 (Gnomon) und 56 (Sonnenuhr). Dieses Buch ist von den populären Lehrbüchern jetzt das beste und sollte auf keinem Lehrertische fehlen. — Der Red.

Literarische Berichte.*)

Gandtner, Dr. J. O., und **Junghans**, Dr. K. F., Sammlung von Lehrsätzen und Aufgaben aus der Planimetrie. Für den Schulgebrauch sachlich und methodisch geordnet und mit Hilfsmitteln zur Bearbeitung versehen. Erster Theil. III. Aufl. 1871. Zweiter Theil. II. Aufl. 1870.

III. (Schluss.)**)

In der Besprechung des zweiten Theils, zu der wir nun übergehen, verzichten wir, um für die Behandlung einiger Partieen des Abschnitts über neuere Geometrie Raum zu gewinnen, auf die vollständige Mittheilung der Bemerkungen, welche wir zu den übrigen Abschnitten zu machen hätten. Wir haben in den beiden vorigen Artikeln schon eine ansehnliche Zahl von Vereinfachungen auch für den zweiten Theil namhaft gemacht und könnten dieselbe wohl noch auf das Doppelte bringen; wir wollen nun aber auch solche aufführen, welche besonders bemerkenswerth erscheinen und ebenso von den Ungenauigkeiten, an denen es auch hier nicht fehlt, nur diejenigen anmerken, durch welche der Inhalt oder das Verständniss wesentlich beeinträchtigt wird.

Im Verzeichniss der Fundamentalsätze ist 103 Zus. 2, a zu berichtigen; derselbe gilt nur dann, wenn zum Voraus bekannt ist, dass an der vom Höhenperpendikel getroffenen Seite kein stumpfer Winkel liegt; und ganz entsprechend ist auch §. 2, L. 44 zu verbessern.

In 95 „eine gegebene Linie (besser: Strecke) von einem Endpunkt aus nach gegebenem Verhältniss zu theilen" wären wohl die Worte „von einem Endpunkt aus" besser zu streichen, und sodann dem Zusatz noch beizufügen, dass durch die beiden Theilpunkte die Strecke harmonisch getheilt sei; da der Begriff der harmonischen Theilung in den folgenden Paragraphen mehrfach vorausgesetzt wird, die Erklärung desselben aber erst §. 11, L. 274 nachkommt.

---

*) Wenn von den nachstehenden Besprechungen Manches den Verfassern oder Lesern post festum erscheinen sollte, so wolle man die Verspätung durch die (von dem Leipziger Buchdruckerstrike verursachte) Sistirung des Druckes der Zeitschrift entschuldigen. D. Red.

**) Siehe den I. Theil: Band III, Heft 4, Seite 389—397 und den II. Theil: Band III, Heft 5, Seite 473—488. D. Red.

§. 1, L. 3 ist unerfindlich, wie daraus, dass auf einer stetig getheilten Strecke der Unterschied zwischen der ganzen Strecke und dem grösseren Abschnitt grösser ist, als der zwischen dem grösseren und dem kleineren Abschnitt, folgen soll, dass überhaupt das arithmetische Mittel zwischen zwei Grössen grösser sei als das geometrische. Um dies zu beweisen, müsste vielmehr eine Strecke AB betrachtet werden, die in C und D so getheilt wäre, dass $AB : AD = AD : AC$.

§. 2, L. 53 gilt die Umkehrung nicht allgemein. Der Punkt kann auch auf dem der seitenhalbirenden Transversale zugeordneten harmonischen Strahl, d. h. auf der zur halbirten Seite durch deren Gegenecke gezogenen Parallele liegen; und derselbe Fehler kehrt L. 102, A. 1 ausdrücklich ausgesprochen wieder.

§. 3, L. 80 Zus. ist in dieser Fassung nur beim spitzwinkligen Dreieck richtig; und der hier begangene Fehler wiederholt sich in verstärktem Masse in L. 98. Es ist zu sagen, L. 80: „der Höhendurchschnitt ist von den drei Seiten des Höhendreiecks gleich weit entfernt;“ und L. 98: „In jedem Dreieck ist das Quadrat des Abstandes des Höhendurchschnitts vom Mittelpunkte des Inkreises $= 2\varrho^2 - 2r\varrho_1$, wo .... ϱ_1 den Abstand des Höhendurchschnitts von den Seiten des Höhendreiecks bedeutet, und negativ ist, falls der Höhendurchschnitt ausserhalb des Höhendreiecks liegt (also im stumpfwinkligen Dreieck).“ Durch diese nothwendige Unterscheidung wird nun freilich der Beweis des folgenden schönen Satzes L. 99, dass der Feuerbach'sche Kreis den innern (und, wie wohl hätte hinzugefügt werden dürfen, die äussern) Berührungskreis berührt, noch verwickelter als er schon vorher ist; und ohnedies ist derselbe mehr ein rechnender, als ein rein geometrischer zu nennen. Aber allerdings werden auch die übrigen, Ref. bisher bekannt gewordenen, geometrischen Beweise (worunter zwei von ihm selbst im württembergischen „Correspondenzblatt für Gel. und Realschulen“ 1872, p. 96 f.) der Forderung der Einfachheit und Eleganz noch nicht hinlänglich gerecht. Hier möge nur noch bemerkt werden, dass man einen neuen Beweis erhält, indem man den Mittelpunkt des innern Berührungskreises als merkwürdigen Punkt des Mittendreiecks auffasst, d. h. als denjenigen Punkt desselben, in welchem sich die an die auf seinen Seiten selbst liegenden Berührungspunkte seiner äussern Berührungskreise gezogenen Transversalen schneiden*), und dass dieser rein geometrische Beweis ohne Beiziehung fremdartiger Betrachtungen, namentlich ohne das Höhendreieck, ziemlich einfach geführt werden kann.

---

*) Vgl. Harnischmacher, Progr. von Brilon 1863, p. 9 f., wo aber der Beweis in Zus. 8 auf G. u. J. L. 98 gebaut ist, und deshalb derselben Beanstandung unterliegt, wie dieses.

§. 4, L. 124, a wäre nach dem in unserem zweiten Artikel (III, 485) Bemerkten zu verallgemeinern. In L. 129 ist die Verweisung auf L. 193 unverständlich.

§. 5, L. 136 ist der Ausdruck zu verbessern, etwa so: „Zieht man durch einen beliebigen Punkt einer Sehne eine Parallele zu der durch einen Endpunkt der Sehne gehenden Tangente und von demselben Endpunkt aus eine beliebige zweite Sehne, so etc.;“ da in der bisherigen unbestimmten Fassung der Satz auch Falsches enthält. Ebenfalls zu unbestimmt ist der Ausdruck in L. 154, wo es heissen sollte: „zwei Perpendikel errichtet und bis zum Durchschnitt mit der Peripherie verlängert,“ da die fehlenden Worte wenigstens in Bezug auf das zweite Perpendikel sich nicht ohne Weiteres von selbst verstehen. Ausserdem aber ist der Ausdruck dieses Satzes überhaupt zu tadeln, da in demselben eine Vexiraufgabe versteckt liegt. Ein correct verfahrender Schüler wird sich nämlich offenbar zuerst die Aufgabe stellen müssen: „Auf einer Sehne ein bis zur Peripherie reichendes Perpendikel zu errichten, das die mittlere Proportionale sei zwischen der ganzen Sehne und einem Abschnitt desselben,“ und vielleicht erst nach manchen vergeblichen Versuchen zu der Einsicht kommen, dass damit die Construction zweier mittlerer Proportionalen zwischen zwei Strecken, und somit etwas durch Kreis und Gerade nicht zu Leistendes verlangt ist. Wenn aber die Voraussetzung eines Lehrsatzes eine Forderung in sich schliesst, so wird sonst stillschweigend angenommen, dass derselben durch die bisher bekannten Mittel genügt werden könne.

Mangelhaft ferner ist der Ausdruck §. 6, L. 170, wo es heissen muss „. . eine Parallele mit der Centrallinie durch einen Durchschnittspunkt beider Kreise zieht;“ L. 189, wo übersehen ist, dass die drei Kreise sich auch gar nicht schneiden können; §. 7, L. 209, wo zu sagen ist: „so bilden die Abschnitte der Grundlinie . . . mit der Grundlinie selbst eine stetige Proportion.“

§. 8, L. 236 begegnen wir wieder einem gänzlich falschen Satz. Denn schneidet man auf den Seiten AB und AD des Tangentenvierecks $ABCD$ die beliebigen, aber gleichen Stücke AE und AH ab, und macht sodann, auf BC, $BF = BE$ und, auf DC, $DG = DH$, so ist auch $CG = CF$ und die Punkte E, F, G, H entsprechen der Voraussetzung, ohne desshalb die Berührungspunkte zu sein. — Da der Satz ohnedies blos wegen des Folgenden dasteht, so würden wir an seine Stelle einen andern vorschlagen, der richtig ist und denselben Dienst thut: „Ist ein Viereck Sehnen- und Tangentenviereck zugleich, so ist das Rechteck aus je zwei gleichgeordneten, durch die Berührungspunkte des innern Kreises gebildeten Abschnitten zweier Gegenseiten gleich dem Quadrat des inneren Halbmessers.“ Der Lehrsatz 571 aber, nach welchem der

Diagonalendurchschnitt und die beiden Kreismittelpunkte in einer Geraden liegen, beweist sich sofort ohne neuere Geometrie durch die einfache Betrachtung, dass die Berührungshalbmesser und die Perpendikel vom Mittelpunkte des Umkreises an je zwei Gegenseiten in den durch diese und die Diagonalen gebildeten Dreiecken parallele und homologe Linien sind.

Zu dem bekannten Satz L. 243, 2 möchten wir auf einen soviel uns bekannt aus Frankreich stammenden Beweis aufmerksam machen, der die in deutschen Lehrbüchern zu findenden an Eleganz übertrifft. Ist AB die Seite des regulären Fünfecks im Kreis K, so vollende man das Parallelogramm $KABC$; dann erkennt man, wenn BC den Kreis in D schneidet, aus den Winkeln, dass BC die Zehnecksseite, also BC in D stetig getheilt ist; daher ist, wenn CE Tangente, auch diese gleich der Zehnecksseite und es bilden Halbmesser KE, Fünfecksseite KC und Zehnecksseite CE ein rechtwinkliges Dreieck.

Zu den zwei ersten Abschnitten der zweiten Abtheilung bemerken wir noch Folgendes:

Der bekannte Verhältnissort §. 2, O. 8 ist an einigen Stellen zur Anwendung empfohlen, wo man besser anders verfährt. Man wird denselben z. B. nicht gebrauchen, wenn man von dem Endpunkte B einer Strecke AB an eine von A ausgehende Gerade BX so ziehen soll, dass $AX:BX$ ein gegebenes Verhältniss sei, also nicht gebrauchen in A. 289 f., sondern hier ein einfacheres Verfahren befolgen. — Zu O. 21 wäre, wie zu O. 20, beizufügen, dass je nach dem „Sinn“ der Dreiecke zwei Ortslinien resultiren.

In §. 4, A. 18 ist keine Analysis, sondern nur eine aus H. und G. herübergenommene Construction gegeben, welche ihrerseits auf einer ungeschickten Analysis beruht und einen zu weitläufigen Beweis erfordert. Es ist nun aber klar, dass die Strecken x und y Hypotenuse BC und Kathete AB eines rechtwinkligen Dreiecks sein werden, in welchem $CA = d$ die andere Kathete ist; und der Schüler wird gewiss eine Construction finden können, wenn man ihn anweist auf BC in B ein Perpendikel zu errichten, welches die CA in D schneidet, und als dritte Proportionale zu d und p gegeben ist; wonach die Aufgabe auf A. 5 reducirt ist, Construction und Beweis aber einfacher werden.

§. 5 A. 213 enthält einen groben Irrthum; die aus C und D beschriebenen Kreise bestimmen selbstverständlich nur dann auf dem ersten Kreis die richtigen Punkte E und F, wenn sie ihn in diesen Punkten gleichzeitig berühren. Es ist auf A. 210 oder 211 zu verweisen, und der Grad der Schwierigkeit natürlich derselbe. Ebenso ist ein starkes Versehen in §. 6 A. 296 zu lesen, wo die Construction eines Dreiecks aus $b.c$, A und f^2 verlangt wird!

Ehe wir nun zu den Abschnitten über neuere Geometrie übergehen, machen wir noch eine allgemeine Bemerkung.

Was wir schon im zweiten Artikel (J. 1872, p. 473 f.) als einen Mangel der gewählten Eintheilung des Stoffes bezeichnet haben, dass nämlich das Princip derselben in den verschiedenen Figuren, statt in den verschiedenen Fundamentalsätzen liegt, das tritt als Mangel schon in den elementaren Partien des zweiten Theils fühlbarer hervor. Wir führen nur das eine Beispiel an, dass die Sätze über die winkelhalbirenden Transversalen eines Dreiecks, welche sich ganz gut an einander reihen und in innere Verbindung bringen liessen, in drei Paragraphen L. 55—57, L. 87 f., L. 207 f. vertheilt sind. Dabei vermag man nicht einzusehen, warum die erste Gruppe in §. 2 unter der Ueberschrift „Dreieck,“ die zweite in §. 3 unter „Besondere Punkte und Linien des Dreiecks“ erscheint, während es sich doch schon in der ersten eben um besondere Linien handelt. — Ausserdem bemerken wir noch, dass L. 207 mit Unrecht (vielleicht auch durch Druckversehen) als schwierig bezeichnet ist, indem sich aus unserer Fig. I (III, 392) der Beweis durch eine einzige Aehnlichkeit ergiebt. Ebenso erhält man für L. 57 einen anschaulicheren Beweis durch Combination dieser Figur mit Fig. 83 des ersten Theils.

Weit empfindlicher sind nun aber die aus der gewählten Eintheilung herrührenden Uebelstände in einem Theil des Abschnitts über neuere Geometrie (§. 11—28, wozu noch §. 9 der zweiten Abtheilung gehört). Wir nennen hier allerdings nicht die Paragraphen über Aehnlichkeitspunkte, Potenzörter und Kreisberührungen, von denen namentlich die beiden letzteren durch die Natur des Gegenstandes in sich abgeschlossener sind und die Zerreissung unter verschiedene Rubriken nicht gestatten. Die bekannten classischen Arbeiten sind besonders in Bezug auf das Tactionsproblem in zweckmässiger und vollständiger Weise benützt, und wenn wir über diesen Gegenstand einen Wunsch auszusprechen hätten, so wäre es nur der, dass wenigstens bei einem der Probleme in §. 9, am besten beim Hauptproblem, dem Schüler eine Anleitung zum Beweis der neueren Construction gegeben wäre*), da wohl nur sehr wenige ohne Nachhilfe damit zu Stande kommen werden.

Was dagegen die übrigen der angeführten Paragraphen betrifft, mit denen wir uns im Folgenden ausschliesslich beschäftigen, so heben wir zwei Hauptübelstände hervor, die aus der gewählten Eintheilung fliessen. Der erste ist die Zerreissung von Zusammengehörigem; und hier mag ein Beispiel statt vieler genügen. Die Sätze von der harmonischen Theilung und den harmonischen Eigenschaften des Vierseits stehen gewiss in engem Zu-

*) Wie dies bei dem Castillon'schen Problem (L. 529 f.) geschehen ist.

sammenhang mit den Sätzen über Pol und Polare; jedenfalls sind wir überzeugt, dass die Hauptsätze, auf welche die letztere Lehre hinausläuft, wenigstens dem Anfänger am besten bewiesen werden durch den Satz von der harmonischen Theilung der Sehnen durch Pol und Polare*) in Verbindung mit den harmonischen Theilungen am vollständigen Vielseit. Statt dass nun aber die hierher gehörigen Sätze in zusammenhängender Folge in zwei Paragraphen abgehandelt würden, müssen sie aus fünf (§. 11 harmonische Theilung, §. 17 Pole und Polaren, §. 23 Kreis, §. 25 Viereck, §. 26 eingeschriebenes und umgeschriebenes Viereck) zusammengesucht werden.

Wir übersehen den naheliegenden Einwurf nicht, dass eine „Sammlung“ kein Lehrbuch sei, können demselben aber bei dem vorliegenden Gegenstand keine Bedeutung einräumen. So lange in den gebräuchlichen Lehrbüchern der elementaren Geometrie kaum ein Anfang gemacht ist zu einer organischen Verbindung der Hauptlehren der neueren Geometrie mit der Geometrie der Alten, wird eine Sammlung, welche sich auf die ersteren einlässt, zugleich die Stelle des Lehrbuches vertreten müssen, wie denn ja in der That auch die vorliegende nicht blos „Aenderungen,“ sondern die Fundamentalsätze selbst gibt. Und zwar sollte hier eine Sammlung zweierlei Zwecken zugleich dienen, dass nämlich aus ihr einerseits da, wo zu eingehenderer Behandlung dieser Materien keine Zeit ist, wenigstens die Hauptsätze — die wir hier nicht namhaft zu machen brauchen — in systematischer Folge entnommen werden könnten, andrerseits dem gründlicheren Studium der nöthige Stoff gesichtet und geordnet geboten würde. Sollen aber beide Forderungen zugleich erfüllt werden, so scheint uns eine andere Anordnung durchaus nothwendig, bei welcher die Anwendungen der Fundamentalsätze nicht nach den einzelnen Gebilden getrennt abgehandelt, sondern an die Sätze unmittelbar angeschlossen würden. Ja man würde sogar in vielen Fällen gut thun, neue Begriffe zugleich mit der Anwendung auf solche Gebilde deutlich zu machen, an denen sie vorzugsweise zur Anwendung kommen, wie dies z. B. von Baltzer (a. a. O. Trigonometrie §. 7, 19) mit dem Begriff der Involution geschieht.

Jedenfalls hätte eine solche andere Vertheilung des Stoffs den weiteren Vortheil im Gefolge, dass die Fruchtbarkeit der Sätze der neueren Geometrie dem Schüler besser zum Bewusstsein gebracht werden könnte, als es in unserer Sammlung geschieht. In den Anwendungen der Sätze namentlich über die anharmonische Theilung etc. liegt gewiss der Hauptreiz, den diese Lehren auf den Lernenden ausüben. Während die im Buch (§. 11—13) fast allzu

*) Welches aber beträchtlich einfacher zu beweisen ist als in L. 516 geschieht.

reichlich gegebenen Relationen zwischen den einzelnen Strecken einer harmonischen, anharmonischen oder involutorischen Punktreihe selbst für den Begabteren an sich nur wenig Anziehendes haben, so geben ihm die Anwendungen auf complicirtere Gebilde die rechte Einsicht in die Tragweite jener Theorien und damit die rechte Freude an denselben.

Gerade das ist nun aber der zweite Hauptübelstand, der in unserer Sammlung, wie es scheint, vornehmlich aus der Zerreissung des Stoffs nach den verschiedenen Gebilden sich ergeben hat, dass nämlich von den Mitteln, welche die neuere Geometrie in so reicher Fülle bietet, um Situationsbeziehungen complicirterer Gebilde aufzuhellen, ein viel zu spärlicher Gebrauch gemacht wird. Immer wieder wird mit den Sätzen des Menelaus und Ceva operirt, und mühselige Beweise angedeutet, wo man durch die Sätze vom Vierstrahl und der Collineation weit einfacher zum Ziele kommt. So wird z. B. L. 502, nachdem soeben (L. 498) der Hauptsatz von der Collineation der Dreiecke ermittelt ist, der Schüler zur Aufstellung von nicht weniger als acht Menelaus'schen Gleichungen angewiesen, während eben durch L. 498 der Satz auf's schönste und kürzeste zu beweisen ist. Ebenso fehlt in dem bekannten Satz vom Viereck (der übrigens auf das vollständige Vierseit auszudehnen wäre) L. 533 jede Hinweisung darauf, dass er mit dem Satz von den collinear liegenden Dreiecken identisch ist.

Die Sätze ferner über die perspectivische Lage anharmonischer Punktreihen und Strahlbüschel sind theils ganz ausser Acht gelassen, theils nicht durchgreifend genug angewendet in L. 492, 525a, 534, 577, deren Beweise weit einfacher, als angedeutet, zu geben sind; sowie in den meisten auf involutorische Gebilde bezüglichen 512, 554 (von dessen Identität mit L. 509 keine Andeutung gegeben ist), 568. Schon mit der im Buch gegebenen Aufstellung des Begriffs der Involution L. 316 können wir uns nicht einverstanden erklären, da derselbe gewiss besser, wie neuerdings meist geschieht, auf das anharmonische Doppelverhältniss gegründet wird.

Von einer grösseren Zahl anderweitiger Bemerkungen, die wir in Bezug auf Vereinfachungen der Beweise noch machen könnten, führen wir folgende an.

In L. 508 ist zunächst der Ausdruck sehr ungenau; statt „die Seiten des Sechsecks" muss es natürlich heissen: „die Seiten von gerader Ordnungszahl des Sechsecks." Ausserdem hat aber der ganze Satz mit neuerer Geometrie kaum etwas zu schaffen; er wird einfacher durch ein paar Verhältnissgleichungen abgemacht; und ebenso erledigt sich der zweite Theil in L. 542 ohne alles Weitere dadurch, dass auf $\alpha\ \beta\ \gamma\ \delta$ die Halbirungspunkte der Parallelogrammdiagonalen OE und OF liegen (Fig. 94).

L. 526 würden wir lieber so fassen: „Sind T_1, T_2, T_3 die

auf den Seiten selbst liegenden Berührungspunkte der äussern Berührungskreise eines Dreiecks ABC, und bestimmt man auf diesen Seiten die Punkte α, β, γ so, dass $T_1\alpha = A\alpha$, $T_2\beta = B\beta$, $T_3\gamma = C\gamma$ ist, so liegen α, β, γ in einer Geraden.“ Man zeigt durch Anwendung von I, L. 267 ff. und den gehörig gefassten Fundamentalsatz 66 (der übrigens allenfalls entbehrt werden kann), dass CA und BA mit $C\gamma$ und $B\beta$, CB und AB mit $C\gamma$ und $A\alpha$, AC und BC mit $A\alpha$ und $B\beta$ je einen Kreis berühren, und sieht dann sofort, dass α, β, γ die äussern Aehnlichkeitspunkte dieser Kreise sind.

Zu dem Gauss'schen Satz von den Diagonalenmitten eines vollständigen Vierseits wollen wir, ohne an den im Buch (L. 541 und 545) gegebenen Beweisen etwas auszusetzen, bemerken, dass uns elementarer, als die sonst gewöhnlichen, folgender Beweis erscheint:

Es ist (Fig. 102):

$$\triangle GCK = \tfrac{1}{2} \triangle ACK = \tfrac{1}{4}(ACKF - AEKC) = \tfrac{1}{4}(ACF - AEC),$$

ebenso

$$\triangle GCH = \tfrac{1}{4}(ACD - ABC),$$

und

$$\triangle HCK = \tfrac{1}{2}(CKD - BKC) = \tfrac{1}{2}(EKD - BKF) = \tfrac{1}{4}(DEF - BEF) = \tfrac{1}{4}(DCF - BEC),$$

somit

$\triangle GCK = \triangle GCH + \triangle HCK$; G, H, K in einer Geraden.

Auch die grundlegenden Sätze in der Lehre von der anharmonischen Theilung (L. 304 u. 305) werden einfacher mit Hilfe von Flächenbetrachtungen bewiesen.

Allein wir sind mit unseren Ausstellungen zu den betrachteten Paragraphen noch nicht zu Ende; wir haben vielleicht noch die hauptsächlichste auszusprechen und zu begründen, dass nämlich die ganze Darstellung in denselben an fundamentalen Mängeln leidet, denen abzuhelfen unbedingt nothwendig sein wird. Wir berühren nur beiläufig, dass in der Erklärung (L. 537), vom vollständigen Viereck in Bezug auf dessen Diagonalen eine bedenkliche Unsicherheit sich zeigt, wie auch aus dem Ausdruck „dritte Diagonale“ L. 565 und 566 hervorgeht. Der letztere hätte weit allgemeiner gefasst werden müssen, wenn der richtige Begriff der Diagonalen eines vollständigen Vierecks zu Grunde gelegen hätte. Denn in Fig. 111 sind, wenn man einmal EF Diagonale nennt und damit das Viereck als ein vollständiges aufgefasst wissen will, AC und BD nicht auch „Diagonalen“ (wie sie im Buch genannt werden), sondern Seiten; die beiden andern Diagonalen sind EO und FO, und von diesen gilt ganz analoges, wie von der Diagonale EF.

Als schweren Mangel aber, welcher den Werth der in Rede stehenden Abschnitte geradezu in Frage stellt, müssen wir die gänzliche Vernachlässigung des Gegensatzes der Richtungen bezeichnen, die in denselben herrscht. Heutzutage sollte

in der That nirgends mehr zu lesen sein, was wir L. 303 Zus. finden: „Ist der Werth des anharmonischen Verhältnisses gleich 1 (statt gleich — 1), so ist die Gerade, auf welche sich das Verhältniss bezieht, harmonisch getheilt!"

Es muss ferner unterschieden werden der Werth des Products der Verhältnisse $\frac{BD}{CD} \cdot \frac{CE}{AE} \cdot \frac{AF}{BF}$ beim Satz des Menelaus und dem des Ceva, da er im ersten Fall $= + 1$, im zweiten $= - 1$ zu setzen ist.

Die Fehler, welche man in Folge solcher Vernachlässigung begeht, werden natürlich um so gröber, mit je mehr Punkten einer Reihe man zu thun hat; und demgemäss finden sich denn auch in §. 13, der von der Involution handelt, ganze Nester voll irriger Behauptungen. Wir heben Beispiels halber eine heraus, die besonders verhängnissvoll geworden ist: „Sind $AA'BB'CC'$ in Involution," so heisst es L. 325, „so ist 6) $AB'.A'C.BC' = A'B.AC'.B'C$." Der richtige Ausdruck des Satzes ist aber (vgl. Baltzer a. a. O. p. 381): $\frac{AC'}{BC'} \cdot \frac{BA'}{CA'} \cdot \frac{CB'}{AB'} = 1$, woraus vielmehr

$$AB'.A'C.BC' = - A'B.AC'.B'C \text{ folgt.}$$

Zum Beweis aber, dass man solche Ungenauigkeiten nicht ungestraft sich zu Schulden kommen lässt, kann uns eine Gruppe von fünf Sätzen über Involution am Dreieck dienen, L. 509—513, von denen nur zwei, auch sonst bekannte, 509 und 512, richtig, die drei andern aber falsch sind, nämlich:

510. „Schneiden sich drei Ecktransversalen eines Dreiecks in einem Punkte, so bilden die Geraden, welche einen beliebigen andern Punkt mit den Ecken des Dreiecks und den Fusspunkten der Transversalen verbinden, einen Involutionsbüschel."

Gegenbeweis (Fig. 72). Man ziehe EF, welche die BC in D' schneide, und betrachte sie als Transversale des Dreiecks ABC. Dann ist, nach dem richtigen Satz 512 O, $AD'BECF$ ein Involutionsbüschel, also O, $ADBECF$ kein solcher.

511. „Werden die drei Seiten eines Dreiecks von einer beliebigen Geraden durchschnitten und verbindet man jeden der Durchschnittspunkte mit der Gegenecke, so werden diese drei Verbindenden und die drei Seiten des Dreiecks von jeder beliebigen Geraden in Involution geschnitten."*)

Gegenbeweis (Fig. 73). Wären $aa'bb'cc'$ in Involution, so wäre z. B. $(aa'b'c') = (a'abc) = (aa'cb)$. Aber es ist (Centrum A) $(aa'b'c') = (Da'CB)$; somit wäre $(aa'cb) = (Da'CB)$. Also müsste sich cC und bB auf aD schneiden, oder AD, BE, CF durch einen Punkt gehen, gegen die Voraussetzung.

*) Soll überdiess heissen: „so wird von den drei . . . jede Gerade . . . geschnitten."

513. „Ist ein Dreieck DEF einem andern ABC so einbeschrieben, dass sich die Verbindungslinien ihrer gegenüberliegenden Ecken in einem Punkte schneiden, so wird jede Gerade von den sechs Seiten dieser Dreiecke involutorisch getheilt."

Gegenbeweis (Fig. 76). AD schneide die Gerade $a'b$ in a'', so sind, wenn man DA, EA, FA als Transversalen des Dreiecks DEF betrachtet, nach dem richtigen Satz 509 $a''a'bb'cc'$ in Involution, also $aa'bb'cc'$ nicht in Involution.

Dass die nachgewiesenen Fehler in der oben gerügten Vernachlässigung ihren Grund haben, davon wird sich jeder überzeugen, der die Sätze nach der im Buch gegebenen Anleitung zu beweisen unternimmt; dass aber solche Dinge zumal in einem für Anfänger bestimmten Buch nicht vorkommen dürfen, davon wird jeder zum Voraus überzeugt sein.

Und deshalb müssen wir denn auch eine gründliche Umarbeitung der fraglichen Abschnitte im Interesse des Buches und seiner Benützer für geboten erklären.

Hiermit sind wir mit unserer Besprechung der Sammlung innerhalb der von uns gesteckten Grenzen zu Ende. Unser zu Anfang ausgesprochenes Urtheil wird durch die immerhin nicht kleine Zahl der Mängel, die wir an dem Buche aufzudecken hatten, nicht alterirt; da wir wohl wissen, dass, abgesehen von Büchern ersten Ranges, wie die Baltzer'schen Elemente, man nicht leicht Sammlungen von gleicher Reichhaltigkeit ohne solche Mängel finden wird. Mit einem geringen Buch würden wir uns auch die Mühe nicht gegeben haben, die von uns auf diese Besprechung verwendet worden ist, und welche die gewöhnlich auf Recensionen verwendete immerhin um ein Beträchtliches übersteigt. Möge sie dem Buche und der von demselben vertretenen Disciplin zu Gute kommen!*)

Schönthal. Prof. BINDER.

GIES, Dr. W. (Prof. und Oberlehrer an dem königl. Gymnasium zu Fulda). Uebungsbuch für den Rechenunterricht an Volksschulen und den unteren Klassen höherer Lehranstalten. Fulda 1869. (I. Heft. 36 S. II. H. 57 S. III. H. 31 S. Auflösung 15 und V S.)

Wir haben früher (Bd. II, S. 355) des Verf.'s „Anweisung" 'c. gerühmt. Die vorliegenden Aufgabenbücher bestätigen, dass der 'erf. frei von hergebrachtem Schlendrian, den Stoff klar und interssant zu behandeln, die Anforderungen der Wissenschaftlichkeit zu

*) Berichtigung. III, 476, Z. 7 von unten muss es $\geqq 180^0$ statt $\leqq 180^0$ heissen.

erfüllen und die Anwendungen mannichfaltig und lehrreich zu machen versteht.

Das erste Heft enthält Besprechungen der Zahlen 1—10, dann 11—20, das Allgemeine über den Zahlenkreis bis 100 und genaue Behandlung der Zahlen 21—50. Die Zehner sind, wo anschauliche Erklärung nöthig schien, mit grossen, die Einer mit kleinen Punkten bezeichnet.

Das zweite Heft enthält Aufgaben (Fragen) zur Einübung des Zahlensystems bis zu den 4stelligen Zahlen, die Rechnung mit denselben, auch mit ungleichbenannten, darauf Vollendung des Numerirens nebst Rechenaufgaben mit unbeschränkten Zahlen. Dann folgt ein Abschnitt über Eigenschaften der Factoren etc. (z. B. „Wie viel mal geht in $2^3 . 3^2 . 7$ die Zahl $2^2 . 3^2$ u. s. f."), die Theilungsregeln, die getreu den Grundsätzen des Verfassers entwickelt sind (z. B. „Welche Reste lassen bei der Division mit 11 die Einheiten der 1., 3., 5. u. s. w. Stelle? [d. i. die Reste von 1 : 11, 100 : 11, 10000 : 11 u. s. w.] Welche Reste bleiben dagegen bei den Einheiten der 2., 4., 6., u. s. w. Stelle? — Wie viel Z und E erhältst du im Rest, wenn du, wie oben, die einzelnen Einheiten der Zahlen 374, 375 u. s. w. durch 11 theilst? $7\,Z + 7\,E$ u. s. w. Woran merkst du dir unter diesen Zahlen diejenigen, welche durch 11 theilbar sind? — U. s. w."). — Der Verf. hat anfangs verschiedene Divisionszeichen (: u. $\div$) für Theilen und Enthaltensein; später fliessen dieselben wieder in eins zusammen. — Numeriren möchte richtiger sein, als Nummeriren.

Dasselbe Heft enthält noch die Bruchrechnungen (mit gemeinen und Decimalbrüchen), wo freilich die Uebungsbeispiele nicht völlig ausreichend erscheinen. Für das Heben der Brüche werden 3 Methoden entwickelt: 1) nach den Theilungsregeln. 2) durch Zerlegung von Zähler und Nenner in Factoren, 3) durch Kettendivision (Aufsuchung des grössten gemeinschaftlichen Theilers). Beim Addiren ist beispielsweise bei der Aufgabe $\frac{280}{319} + \frac{252}{253} + \frac{11}{667}$ die Frage gestellt: „Warum braucht man hierbei 667 nicht in seine Factoren zu zerlegen, sondern nur zu untersuchen, ob einer oder der andere von den Factoren der Zahlen 319 und 253 in 667 aufgeht?" Als Beispiele der Methode seien ferner angeführt: $19 \times \frac{13}{18} = \frac{18 . 13}{18} + \frac{1 . 13}{18}$; $39\frac{26}{53} : 52$ (mit Hinweis auf das früher entwickelte Gesel dass man statt mit dem Producte mit den Factoren einzeln div diren darf).

Das dritte Heft bietet, nachdem schon im zweiten einfache Regeldetri und leichtere Fälle der Zinsrechnung behandelt worden sind, die sogenannten Proportionsrechnungen in gewöhnlicher Weise

darauf die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzel und endlich Flächen- und Körperberechnungen. Von letzteren sei ein Beispiel angeführt: „Wie viel Wasser läuft in 24 Stunden durch den trapezförmigen Querschnitt eines Baches, wenn die Tiefe desselben 3′, die Breite oben 8′, unten 6′ beträgt, die Geschwindigkeit des Wassers aber 4′ in 1 Sek. ist?" — Ein Anhang enthält Beispiele für Einübung des metrischen Systems. J. KOBER.

HESSE, Dr. O. Die Determinanten elementar behandelt. 2. Aufl. Leipzig, Teubner 1872.

Von dieser ausgezeichneten Arbeit des berühmten Meisters ist bereits die 2. Auflage erschienen, ein Beweis, dass der Verf. durch durch diese Schrift „einem Bedürfnisse abgeholfen" hat. Gleichwohl darf man behaupten, dass für eine „elementare Behandlung" die Schrift zu allgemein (abstract) gefasst sei, da sie die vorgetragenen Lehren nicht durch Beispiele erläutert und einübt. Es dürften wohl die meisten Schüler, vielleicht auch manche Lehrer, von der in der Vorrede erwähnten „gefälligen Weise" nichts verspüren wollen. Das Büchelchen will immerhin gründlich studirt sein und dürfte manchem einigen Schweiss kosten. Wir stimmen daher unserm geehrten Mitarbeiter Dr. Reidt (III, 440) bei, welcher zu Hesses Schriftchen noch ein „besondres Exempelbuch" für nöthig hält. Der Einwand, der Lehrer möge zich beim Studium des Büchelchens dies selbst anlegen, ist hier nicht am Platze; denn abgesehen davon, dass den Lehrern dazu meist die Zeit mangeln dürfte, kommt es auch darauf an, geeignete und für die Praxis und Anwendung der Determinanten wichtige Beispiele zu suchen. Heutzutage gleicht ein Lehrbuch der Mathematik ohne Uebungen und Anwendungen einem verschlossnen Brunnen. Wenn nun auch der geehrte Herr Verfasser das Buch für „jüngere Mathematiker" geschrieben hat, so mussten doch wenigstens einige Musterbeispiele und wichtige Anwendungen beigegeben sein. Sache des Jüngers der Wissenschaft war es dann, die Uebungen zu vermehren und nach andern Anwendungen zu suchen. Reidt empfiehlt daher (a. a. O.) eine weitere Ausführung der Methode Gallenkamps, die wir bis jetzt leider nicht kennen lernen konnten und also nicht beurtheilen können. Sicher würde ein Lehrer oder Universitäts- (technischer Hochschul-) Professor*) sich ein Verdienst

*) Wir haben uns bemüht, eine tüchtige Kraft einer technischen Hochschule zur Ausarbeitung von Uebungsbeispielen zu den Determinanten zu gewinnen, und hoffen wir, eine derartige Arbeit in einem der nächsten Hefte bringen zu können. Auch ist uns ein diesen Gegenstand behandelndes Buch angekündigt worden.

um die Methodik der Mathematik erwerben, wenn er ein solches „Exempelbuch“ im Anschlusse an Hesses Schrift verfasste, ähnlich, wie Prof. Lieblein in Prag zu Schlömilchs allgebr. Analysis Beispiele geschrieben hat.*)

Es thut uns wehe, mit einem Manne wie Hesse, dem die Wissenschaft so vieles verdankt, uns in Meinungsverschiedenheit zu befinden, und vielleicht deshalb Manchem pietätlos zu erscheinen. Aber gemäss der Tendenz unsrer Zeitschrift ist es unsre Pflicht, alles für Schulzwecke Geschriebene auch mit dem Massstabe der Schule, insbesondere mit dem der Methodik und Didaktik zu messen, selbst auf die Gefahr hin, einer Autorität scheinbar nahe zu treten. Sobald ein Lehrer der Hochschule seinen Fuss auf den Boden der Mittelschule setzt, soll er einen andern Massstab anlegen. Uebrigens sind wir theilweise hier nur der Dolmetsch der gegen uns ausgesprochenen Ansichten und Wünsche tüchtiger Lehrer aus allen Theilen Deutschlands.

Aber auch jedes für Studirende geschriebene Werk sollte mit einem Uebungsmateriale versehen sein. In dieser Beziehung sind uns z. B. immer die Werke von Burg (bes. das Lehrbuch der höhern Mathematik, Wien 1836. 3 Bde.) ein Muster gewesen, und dass uns hierin die Engländer voraus sind, beweisen Salmons geometrisch-anlytische Arbeiten in vorzüglicher Weise. —

Sollte der Herr Verfasser sich entschliessen, bei einer dritten Auflage selbst Uebungen und Anwendungen beizugeben, so würde er den Werth seines Werkchens erhöhen und der Schule nur nützen.

H.

Fassbender, Prof. Die Kopernikanischen Sehnen- und Dreiecksberechnungen. Abhdl. im Mich.-Programm des Gymnasiums und der Realschule I. O. zu Thorn 1872.

In Erinnerung an die am 19. Febr. 1873 begangene 400jährige Geburtstagsfeier des Kopernikus können wir nicht umhin, auf die genannte höchst verdienstvolle Programmabhandlung aufmerksam zu machen.

Kopernikus hat zwischen dem ersten und zweiten Buche seines Werkes „De revolutionibus orbium coelestium“ eine Reihe rein mathematischer Entwicklungen eingeschaltet, die ihm das sichere Fundament für den Aufbau seines berühmten Welt-Systems schaffen. Diese so wichtige, und doch wenig beachtete und bekannte Partie des genannten Werkes hat nun der Verf. zum Inhalte seiner Programmabhandlung gemacht und dabei drei Abschnitte unterschieden. Im

*) J. Lieblein, Sammlung von Aufgaben aus der algebr. Analysis. Prag 1867. (Mit Erläuterungen und Resultaten.)

ersten Abschnitte ermittelt Kopernikus den Zusammenhang, welcher zwischen einem Kreisbogen, dem zu diesem gehörenden Centriwinkel, der zugehörenden Sehne und dem Radius des Kreises besteht, und stellt die berechneten Werthe dieser Grössen, die sich ergeben, wenn einige derselben bekannt sind, zu Tabellen (von ihm Canon genannt) zusammen. Im zweiten Abschnitte beschäftigt er sich in gleicher Weise mit dem Zusammenhange, welcher zwischen den Seiten und Winkeln des ebenen Dreiecks statthat. Der dritte Abschnitt endlich enthält dasselbe in Bezug auf das sphärische Dreieck.

Es ist dem Verf. gelungen, den wesentlichen Inhalt dieser Partie in grösster Kürze — die Abhandlung umfasst nur 12 Quartseiten — und in präciser knapper Form, aber dabei in voller Klarheit dem Leser vorzuführen. Und wenn er auch, wie es scheint, seine Arbeit vorzugsweise für seine Schüler als Festgabe geliefert haben will, so hat er doch unseres Erachtens sich durch dieselbe ein grosses Verdienst um weitere Kreise erworben und der rechten Würdigung des grossen Astronomen wesentlichen Vorschub geleistet. Wir staunen die Thaten und Werke grosser Männer wohl an, aber zu richtiger Würdigung ihrer Grösse gelangen wir erst, wenn es uns vergönnt ist, einen Blick zu thun in ihr rastloses, mühevolles und unermüdliches Arbeiten, das die Basis ihrer Grösse ist. Ein solcher Einblick in die unverdrossene, höchst mühevolle Arbeit des Kopernikus wird uns hier auf diesen wenigen Seiten mühelos gewährt. Wenn wir bedenken, wie wenige mathematische Hülfsmittel im Vergleich zur Jetztzeit dem Kopernikus zu Gebote standen — Euklid ist fast seine einzige Stütze, im Uebrigen ist er stets auf sich selbst angewiesen — so tritt uns die Unermüdlichkeit und Arbeitskraft des Mannes, der uns den Bau der Welt zuerst richtig erkennen lehrte, in ihrer vollen Grösse entgegen. Wenn er bei dieser Arbeit nicht immer auf dem einfachsten und kürzesten Wege zum Ziele gelangt, so darf uns das nicht wundern; heute würde man freilich mit den jetzigen Hülfsmitteln das Ziel schneller und leichter erreichen. Aber gerade, dass er durch die oft weiten und mühsamen Wege sich nicht abschrecken liess, das zwingt uns die höchste Achtung und Bewunderung ab. Und dieser hohe sittliche Werth seiner Arbeit wird noch wesentlich erhöht, wenn wir erwägen, dass er es verschmähte, sein Weltsystem auf allerdings weniger mühevolle, aber auch höchst unsichere und luftige abstracte philosophische Speculationen zu bauen, und sich statt dessen durch angestrengte Arbeit einen soliden mathematischen Unterbau schuf.

Wir wollen zum Schluss noch den Wunsch aussprechen, dass die genannte Abhandlung im Separatabdruck in den Buchhandel komme, damit es Jedem, der unsern Kopernikus auch von dieser Seite kennen lernen möchte, ermöglicht werde in deren Besitz zu gelangen.

Elbing. W. Butz.

Brude, A. (Prof. der Mathematik an der Kgl. Baugewerkenschule zu Stuttgart). Das Zeichnen der Stereometrie als Vorschule zur darstellenden Geometrie und zum Fachzeichnen für Lehranstalten wie zum Selbstunterricht. 28 Tafeln nebst Text. Preis 2 Thlr. Stuttgart, Verlag von Julius Maier.

Das „Zeichnen der Stereometrie“ hat den Zweck, den Uebergang vom geometrischen Zeichnen in der Ebene zum „Raumzeichnen“ zu vermitteln. Der Unterricht in der Stereometrie bedient sich zur Erläuterung der Lehrsätze zwar einiger graphisch dargestellten Körpergebilde, aber nur in sehr bescheidenem Umfang, und der Schüler hat käufig Mühe, mit seiner Vorstellungskraft sich hinein zu finden, weil derselbe für diesen Zweck nicht graphisch geübt ist.

Der Verfasser des angezeigten Werks hat nun den Kubus dargestellt mit Zugrundelegung der Parallelperspective. Dadurch erscheinen zwei Flächen des Körpers in ihrer wahren Grösse als Quadrate auf der Bildfläche. Dieses Bild des Kubus benutzt der Verfasser als Darstellungsraum der stereometrischen Gebilde und hat dadurch den Vortheil gewonnen, die Kubusebenen als Projectionsebenen benützen und auf die orthogonale Projection der darstellenden Geometrie eingehend vorbereiten zu können. Dabei bindet er sich nicht an die Grenzen des Kubus, sondern der Schüler wird gewöhnt, die Flächen desselben zu erweitern. Der Schwerpunkt dieses Zeichnens liegt darin, dass der Schüler die Raumgebilde zeichnet, ihre Projectionen aufsucht und sich auf diese Weise des Zusammenhangs klar bewusst wird, der zwischen dem Gebilde und dessen Projection besteht. Dadurch, dass der Schüler jeden Augenblick sich über seine graphische Operation Rechenschaft geben muss und diess vermöge der überaus praktischen fasslichen Darstellungsweise zu thun in den Stand gesetzt ist, gelangt er zur Lösung der schwierigeren Aufgaben, wie Ebenenschnitte unter sich und am Kubus, Senkrechte fällen auf Ebenen, deren Durchgangspunkte suchen etc. Hierauf folgen Schnittebenen, welche den Kubus entkanten, hier sind dann die wichtigsten Krystallformen beigezogen worden (zugleich eine Vorbereitung zum Steinschnitt); das Einzeichnen der regulären Körper in den Kubus schliesst dieses Kapitel. Sodann folgen die Kegelschnitte, indem ein Kegel in den Kubus einbeschrieben ist, an welchem durch eine Schnittebene und eine sich drehende Hilfsebene äusserst anschaulich die verschiedenen Kegelschnitts-Curven entstehen; auf ähnliche Weise sind Durchdringungen von Kegel und Cylinder oder Kugel dargestellt.

Der zweite Theil des Werks bereitet zum Fachzeichnen vor. Zuerst kommen decorative Muster, welche auf den Würfel-Flächen in Parallel-Perspective aufgesetzt werden und zugleich als ergiebige Uebungsstoff zu Erlangung einer Gewandtheit im Zeichnen sich erweisen. Der Verfasser schliesst dann damit, dass er aus irgend

einem Zeichnungswerk den Umriss einer Vase nimmt und dem Schüler die Aufgabe stellt, aus dem Durchschnitt das körperliche Gebilde zu construiren; schliesslich folgen noch architektonische Motive ebenfalls als Durchschnitte, welche in den Raum umzusetzen sind.

Diese Vorschule wird den Schüler befähigen, mit ausgebildeterem Vorstellungs-Vermögen und mit Verständniss an das Studium der darstellenden Geometrie heranzutreten. BOPP.

Derselbe. Stereoskopische Bilder aus der Stereometrie. Bezogen auf den Kubus und entnommen dem Werke desselben Verfassers: „Das Zeichnen der Stereometrie" (s. ob.). Stuttgart, Verlag von Julius Maier. 30 Bilder. Preis 1 Thlr.

Diese Bilder dienen zur Unterstützung des Anschauungs-Vermögens. Die in denselben dargestellten Schnitte zwischen Ebenen und geraden Linien sowie der Ebenen unter sich und deren theilweise Projectionen lassen den Zusammenhang der Raumgebilde unter sich und mit ihren Grund- und Aufrissen klar erkennen. Sie leisten wegen der vollständigen Anschauung, die man dadurch gewinnt, manchmal bessere Dienste als Modelle, welche in dieser feinen Durchführung nicht hergestellt werden können. Die wichtigsten Krystalle, durch einen feinen blauen Ton hervorgehoben, werden nach ihrer inneren Structur klar erkannt; ihre Entwicklung aus dem Kubus durch Schnittebenen an letzterem sind in instructiver Weise durchgeführt. Sowohl von diesen Krystallformen, als auch von den übrigen Raumgebilden, sind in dem umschriebenen Kubus Projectionen beigefügt, ähnlich bei den Geraden und deren Schnitten mit einer Ebene; die Schüler werden demnach mit Nutzen diese stereoskopischen Bilder für das Studium verwenden können.

Die Ausführung ist eine sehr correcte und die Ausstattung eine vortreffliche. Der Preis von 1 Thlr. für 30 so fein ausgeführte stereoskopische Bilder ist deshalb ein sehr mässiger zu nennen.

BOPP.

BUFF, Dr. Heinrich (Prof. der Physik an der Univ. Giessen). Lehrbuch der physikalischen Mechanik. In zwei Theilen. Mit zahlreichen in den Text eingedruckten Holzstichen. 1. Thl. Braunschweig, Druck und Verlag von Friedrich Vieweg & Sohn. 1871.*)

Dies Werk enthält auf VII u. 366 Seiten in Gross-Octav die Phoronomie, die Statik und Dynamik fester Körper. Es ist wohl

*) Die Verspätung dieser Besprechung ist durch besondere Umstände und Hindernisse herbeigeführt. Der Red.

am besten charakterisirt durch folgende der Vorrede entnommenen Worte:

„Der Verfasser des vorliegendes Werkes ist in der Bearbeitung desselben von dem in den meisten Lehrbüchern der Mechanik adoptirten rein mathematischen Entwicklungsgange darin abgewichen, dass er auf die ausführliche Erörterung mechanischer Grundbegriffe, wie die von Ruhe und Bewegung, von Masse und Kraft, von Druck und Gegendruck, von Trägheit, Arbeit u. a. m., welche nicht mathematisch ableitbar, sondern der Physik, also der Erfahrung entlehnt sind, einen grössern Nachdruck gelegt hat, als dieses sonst wohl zu geschehen pflegt.“ ....

„Bei der von dem Verfasser gewählten Form der Darstellung hat ihn der Gedanke geleitet, dass der grössere Werth eines Lehrbuches nicht sowohl darauf beruht, dass es seinen Lesern eine möglichst grosse Summe von Thatsachen vorführt, als vielmehr in einer Behandlungsweise, welche dahin zielt, die Aufmerksamkeit, das Nachdenken, die Selbstthätigkeit des Studirenden anzuregen und zu fesseln.“ ....

„Die Lehrsätze der Mechanik, welche bestimmt sind, den leitenden Faden der Darstellung zu bilden, suchte der Verfasser, wo irgend thunlich, in elementarer Weise zu entwickeln ....“

„Bei den zahlreichen Anwendungen auf Gegenstände der Naturwissenschaft und Technik, welche theils dazu dienen, als erläuternde Beispiele den Lehrsätzen sich anzuschliessen, theils aber auch den Zweck haben, den in so überaus mannigfaltiger Weise hervortretenden Nutzen mechanischer Kenntnisse zur Anschauung zu bringen, bemühte sich der Verfasser zwar stets, die fasslichsten Erklärungswege aufzusuchen, indessen die Anwendung einfacher Regeln der „Infinitesimalrechnung wurde dabei gleichwohl nicht umgangen, wenn die Darstellung dadurch an Einfachheit und Durchsichtigkeit gewann.“

Obwohl ich hiernach erklären muss, dass ich es jeder Realschule erster Ordnung zum Lobe anrechne, wenn sie ihre Zöglinge dahin bringt, dasselbe im wahren Sinne des Wortes zu benutzen, und dass ich es jedem Studirenden der exacten Wissenschaften wenigstens zur Einführung in die Mechanik empfehlen möchte, so stimmen doch meine Ansichten und Wünsche natürlich nicht auch in allen Einzelheiten mit der Ausführung des Werkes überein. Namentlich möchte ich, dass in den Erläuterungen der Grundbegriffe, welche nach des Verfassers ausgesprochener Meinung aus der Erfahrung stammen, das allgemein Metaphysische als verallgemeinernde Bemerkung in den Hintergrund träte, der Grund der Kritik aber durchweg das anschauliche Experiment an Stelle der Uebereinstimmung anscheinend willkürlicher Definitionen würde. Man kann sonst leicht dazu gelangen, dass man dem Leser Zweifel erweckt, ob denn eine Wissenschaft auf solcher Basis auch Naturwissenschaft und nicht beziehungsloses Hirngespinnst

sei, dass er etwa wie an des Verfassers Definition vom Stoffe das Raisonnement gern weiter verfolgt sähe, oder bei strenger Dialektik schliesslich alles in ein Spiel der logischen Formen „Subject und Prädicat, Prämisse und Schluss" aufgelöst findet, welche das discursive Denken gewissermassen als Krystallisationspunkte und Krystallisation, krystallisirenden Stoff und Krystall nun einmal nöthig hat.

Um deutlicher zu zeigen, was ich meine, will ich mich an die Darlegung des Princips der Trägheit halten, die nicht am schlechtesten gerathen ist, denn zu genauem Eingehen fehlt es hier durchaus an Platz.

Der Verfasser hat auf S. 39 drucken lassen:

„Da die Naturkräfte das Bindemittel sind, welches die Körper unter einander, d. h. jeden einzelnen mit seiner Aussenwelt verknüpft, so ist es selbstverständlich, dass der einzelne Körper von dieser Aussenwelt getrennt, oder von derselben unabhängig gemacht, mit einem Worte, dass die Körpermasse ihren Zustand nicht ändern, sich Bewegung weder geben noch nehmen und überhaupt keine Eigenschaften zeigen kann ....: die Körpermasse ist träge."

Diese sehr schätzenswerthe Auseinandersetzung kommt erst recht in verdientes Licht, wenn man bedenkt, dass im Eingang des Werks der Verfasser erklärt hat, alle Bewegung sei relativ. Sie zeigt aber dann auch neue Schwierigkeiten; denn in Bezug auf welches astronomisch oder physikalisch bestimmbare unveränderliche System von 3 Punkten sollen wir denn die Bewegung der Körper beziehn, um das Trägheitsprincip anwenden zu können? Ausserdem sind die speciellen Bestimmungen jenes Princips, wie es für bereits in Bewegung befindliche Massen gebraucht wird, nicht aus obigen Worten ableitbar. Diese Schwierigkeiten würden sich wohl heben lassen durch die Bemerkung, dass die jeweilig angenommenen Körperkräfte nur Hilfsannahmen sind, welche wie die angenommene Wassergrösse eingerichtet werden dürfen und müssen nach dem beobachteten Vorgange und den zu Grunde gelegten Principien. Zur Stütze dieser Behauptung würden aber weitere Untersuchungen über Zweck und Wesen unseres Erkennens wünschenswerth sein. Um nun alle dergleichen Erörterungen wenigstens zu Anfang der physikalischen Mechanik zu vermeiden, würde etwa folgender dem gewohntermassen abtrahirenden Gange unserer Erkenntniss wohl angemessenere Weg zu empfehlen sein: 1) Massencoefficient proportional dem Gewichte, weil die Fallzeit für gleiche Strecken bei Beginn aus der Ruhe unabhängig vom Gewichte. 2) Die gradlinige Bewegung ist frei, weil zwei gleiche denselben Kreis beschreibende Gewichte sich gegenseitig in dieser Bahn erhalten, solange sie sich an entgegengesetzten Enden desselben Durchmessers befinden, also zugleich mit gleichen Geschwindigkeiten Bahnelemente von entgegengesetzter Krümmung beschreiben, und weil die grade Linie überall nach entgegengesetzten Seiten gleichgekrümmt

ist. Buff S. 297, Fig. 181. 3) Nicht der Ort, sondern die Schnelligkeit der Ortsveränderung ist das, was zu seiner Aenderung besonderer Ursachen bedarf: Versuche mit Auflegscheiben und Hemmung derselben an der Atwood'schen Fallmaschiene, Bewegungsgrösse, Kraft. Hieran könnte ein Vergleich mit dem phoronomischen Gesetze vom Parallelogramm der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen, der Versuch über das Parallelogramm der Kräfte (Buff S. 102) und eine Betrachtung über die Folgen dieser Eigenthümlichkeit der Kraftwirkungen und über das Wesen der Kräfte geknüpft werden.

Vortrefflich hat der Verfasser seine Beispiele ausgewählt und erläutert, alle Interessen am Beispiele nach ihrer Wichtigkeit im Masse der Erläuterung wohl berücksichtigend. Er hat alle Theile der Naturwissenschaft von der Astronomie bis zur Anatomie und alle Theile der Technik bedacht. Besonders möcht' ich den Leser aufmerksam machen auf die Auseinandersetzung über die Flugbahn länglicher Geschosse S. 312 ff.

Altona. Dr. G. H. Funke.

Wenz, G. Die Theorie des Landkarten- und Planzeichnens. Zur Förderung einer richtigen Kartenkenntniss leicht fasslich dargestellt. Mit 8 Figurentafeln von C. Hoffmann. München 1871. 32 S.

Wenn ein geübter Kartenzeichner hübsche Vorlagen entwerfen wollte und das Bedürfniss fühlte, denselben einen kleinen erläuternden Text beizugeben, so würde man, die Tafeln vorzugsweise ins Auge fassend, den letztern vielleicht einer mildern Kritik unterziehen dürfen. Bei vorliegendem Werke muss sich jedoch die ganze Schärfe derselben gegen Herrn Wenz wenden, da die klar gezeichneten und sauber ausgeführten kartographischen Darstellungen nur als erläuternde Beilagen, ausgeführt von C. Hoffmann, bezeichnet werden.

Wir gestehen, dass uns lange kein Werk vorgekommen, welches weniger seinen Zweck erfüllen könnte, wie das vorliegende. Als eine Theorie des Landkarten- und Planzeichnens kündigt es sich an. Sehen wir von den etwa fünf Seiten umfassenden, pädagogischen Floskeln, welche zusammengewürfelte Citate von Kehr, Delitsch, Matz etc. enthalten, sowie von den emphatischen Ergüssen über den Werth eines richtigen Kartenverständnisses ab, so lässt sich der ganze Inhalt der Schrift auf zwei Abschnitte reduciren: a) Aufsuchung des Reductions-Massstabs einer Seite aus der gegebenen Reduction und umgekehrt, (7 Seiten) und b) Entwicklung der Lehmannschen Theorie der Bergzeichnung. Die ganze Theorie der Kartenprojection wird mit folgenden Worten abgemacht: „Sobald man mit dem Grössenverhältniss im Reinen ist, beginnt man mit der Umrandung des Flächenraumes, der Eintragung des Grad- und Quadratnetzes, worauf dann das Ein-

zeichnen der Flüsse, Seen, Meere, der Wege, Strassen und Ortschaften, überhaupt des Details erfolgt. Sehr zu empfehlen ist hiezu ein Transversalmassstab."

Nun fragen wir jeden Unbefangenen, wer soll aus diesem Buche einen Nutzen ziehen? „Ohne Karte kein Geographie-Unterricht," beginnt der Verfasser. Offenbar will derselbe demnach ein Werk schreiben, welches nicht für angehende Kartographen bestimmt ist, sondern in die Hand des Lehrers oder des Schülers gelangen soll. Dass der Erstere sich über die Theorie eines so wichtigen Lehrmittels wie die Karte noch auf anderem Wege orientiren müsse als durch die wenigen Worte, welche in der Einleitung in einem geographischen Lehrbuche Platz finden können, ist zwar gewiss, dieses Buch lässt ihn aber in den wichtigsten Fragen völlig im Stich. Kann es ihm Ersatz bieten, wenn er eine Menge verschiedene Massstäbe berechnet sieht nach Massen, welche heute glücklich beseitigt sind. Genügt es nicht völlig für ihn vom metrischen Masse auszugehen? Aus dem zweiten Theile kann sich derselbe allerdings genügend über die Lehmann'sche Methode orientiren. Doch wüssten wir nicht im Geringsten etwas anzuführen, wodurch sich die Darstellungsweise des Herrn Wenz von allen seinen Vorgängern unterschiede. Allenfalls könnte man daher sagen, dass dies Werk die wichtigsten Elemente für die Zeichnung von Plänen enthielte. Alles, was dagegen für die Herstellung von Karten nöthig ist, beschränkt sich auf ganz wenige Bemerkungen. Fast möchte Ref. glauben, dass dem Verf. die mathematische Seite der ganzen Projectionslehre ziemlich fern liegt und er aus diesem Grunde die Entwerfung der Gradnetze als ein zu heikles Gebiet zu entwickeln vermieden hat. Man möchte dieses auch noch aus der ganz wunderlichen Auswahl der dem Verfasser für nothwendig erschienenen Definitionen schliessen. Während er S. 8 sagt: „Es wird vorausgesetzt, dass aus der mathematischen Geographie die Begriffe: Aequator, Meridian, Parallelkreis bekannt sind; ebenso die Eintheilung eines Kreises in 360 Grade, à 60 Minuten, à 60 Sekunden, hält er es in den als Anhang gegebenen Wort- und Begriffserklärungen für nothwendig, Worte wie concav, convex, horizontal, vertical, parallel, Hypotenuse, Katheten, Perpendikel etc. zu erklären, d. h. für dieselben die deutsche Uebersetzung dahinter zu setzen. Diesen Anhang empfehlen wir überhaupt jedem Freunde heiterer Lectüre, besonders denjenigen Lesern dieser Zeitschrift, welche sich für das Kapitel der „Correctheiten im Ausdruck" interessiren. Die Naivität des Herrn Verf. ist öfters wahrhaft komisch. Hier einige Beispiele: Kegel ist der obere, weniger spitze, kegelförmige Theil eines Berges. Orientieren — sich zurecht finden. Vulkan — feuerspeiender Berg. Terrainlehre sucht darzulegen, wie man das Terrain kennen lernt und darstellt. Hypotenuse ist die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite eines rechtwinklichen (sic!)

Dreiecks; sie ist immer länger, als eine von den beiden anderen u. s. w.

Noch weniger hat das Schriftchen für Schüler einen Werth, so lange sie nicht etwa einer Fachschule angehören, wo das Planzeichnen systematisch betrieben wird. Er findet in demselben Erklärungen über Dinge, welche ihm auf Mittelschulen in den seltensten Fällen vorgezeigt werden können. Ein Plan spielt in diesen, sowie in Volksschulen doch gewiss nur auf der untersten Stufe eine Rolle, solange nämlich die Heimathskunde betrieben wird. Will Herr Wenz, dass man acht- bis zehnjährigen Schülern die Lehmannsche Theorie entwickeln soll?

Kurz, wir fassen unser Urtheil dahin zusammen, dass dies Werk ein in der Ausführung gänzlich verfehltes ist, und der Verf. sowohl durch dieses wie noch vielmehr durch die kleine Schrift „Der kleine Kartograph“ gezeigt hat, dass er der Pädagogik gänzlich fern steht. Zur Begründung dieses Urtheils fordern wir die Leser auf, das vorliegende Werk einmal mit der vortrefflichen Schrift A. Steinhausers: „Grundzüge der mathematischen Geographie und der Landkartenprojection“ (Wien 1857. 20 Gr.) zu vergleichen, ein Handbuch, in dem Lehrer wie Schüler nicht nur für alle ihnen auf den Karten entgegentretenden Objecte Erklärung, sondern auch neben der Theorie eine Menge praktische Winke zur Entwerfung und Zeichnung von Karten finden können.

Gotha. Prof. Dr. Herm. Wagner.

Fischer, Ferd., Leitfaden der Chemie und Mineralogie. Mit 175 in den Text eingedruckten Abbildungen. (Hannover, Hahn'sche Hofbuchhandlung.) Pr. = 1,8 Mark.

Den „Leitfaden der Chemie und Mineralogie von Dr. F. Fischer“ für den Schulunterricht bearbeitet, nicht für das Selbststudium bestimmt, bezeichne ich ohne Rückhalt — soweit derselbe mein Fach betrifft — als eine höchst erfreuliche Erscheinung für den vom Verf. fest bezeichneten Zweck.

Die hohe Bedeutung, welche die Chemie in unserem Jahrhundert für die humane, wie die reale Bildung des Menschen gewonnen hat, führte dazu, die Chemie in den Lehrplan der Schulen aufzunehmen; die Geldverhältnisse der Schulen gestatteten aber nicht immer für die wenigen Stunden des chemischen Unterrichts einen in Chemie tüchtig ausgebildeten Lehrer anzustellen: nur zu häufig musste man sich behelfen und einem Lehrer, der etwa Mathematik, oder Physik, oder die beschreibenden Naturwissenschaften zum eigentlichen Studium gewählt, aber von Chemie nur wenig gelernt hatte, den Unterricht in Chemie zu übertragen. Selbst recht fremd auf diesem Gebiete der Chemie, häufig seit der Zeit, wo er einmal vor Jahren ein che-

misches Colleg gehört hatte, nicht mit der ausserordentlich raschen Weiterentwickelung und Entfaltung der Wissenschaft fortgeschritten, quält solch ein Lehrer häufig sich selbst und seine Schüler durch die für Chemie angesetzten Stunden hindurch und die Schuldirection gewinnt den wohlbegründeten Eindruck, dass es doch schade um die Zeit sei, die mit dem Unterrichte in Chemie verloren gehe! Wahrlich, es wäre an manchen Orten besser gewesen, man hätte jene Zeit besser benutzt! Nach der bestehenden Ordnung sollte nun aber die Chemie nicht weggelassen werden, man musste durchzukommen suchen, wie es eben gehen wollte. Aber wie ging es, wie geht es denn auch manchmal noch jetzt?

Hätten manche Lehrer einen kurzen, aber für das specielle Bedürfniss recht praktisch-brauchbaren Leitfaden gefunden, an dem sie sich selbst, wie ihre Schüler zweckmässig in das Gebiet hätten einführen, durch den Lehrstoff anregen und durch diesen oder jenen Theil des weiten, reichen Theil des Feldes hindurchführen können, so wäre für viele Lehrer und Schüler manche Stunde ihres Lebens, statt qualvoll und unfruchtbar, erfreulich und fruchtbar geworden!

Der vorliegende Leitfaden von Dr. Fischer befriedigt in höchst anzuerkennender Weise ein Bedürfniss für die meisten Lehrer und Schüler: in sehr geschickter Weise und glücklicher Auswahl ist auf den wenigen Bogen eine so reiche Auswahl des Stoffes geboten, dass der Lehrer — je nachdem sich sein Interesse und Verständniss, also auch seine Lehrfähigkeit, mehr der mathematischen oder physikalischen, der mineralogisch-geologischen, der rein theoretisch-wissenschaftlichen oder der praktisch-technischen Seite der Chemie zuwenden mag, stets anregenden Stoff in direct verwendbarer Form findet.

Von der Einführung dieses Leitfadens darf man sich die günstigsten Folgen versprechen, und gewiss wird sich auch bewähren, was Verf. schon selbst ausgesprochen hat, dass die ältere Aequivalenttheorie keineswegs besser geeignet ist zur Einführung in das Verständniss der Chemie, als die jetzige atomistische Moleculartheorie.

Göttingen. Prof. Dr. Boedeker.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. dergl.)

Mathematische Universitäts-Seminare.*)

I.

Reglement für das mathematische Seminar an der Universität zu Greifswald.

(Aus dem Centralblatt für die gesammte Unterrichtsverwaltung in Preussen. S. 662.)

§ 1. Das mathematische Seminar ist ein öffentliches, mit der Universität verbundenes Institut, welches den Zweck hat, einerseits den Studirenden der mathematischen Wissenschaften die nöthige Anleitung für ihr Studium zu geben, andrerseits diejenigen, die bereits eine gewisse Summe von Kenntnissen sich erworben haben, zur selbstthätigen Anwendung derselben hinzuführen und sie durch literarische Unterstützung weiter auszubilden, damit künftig durch sie die mathematischen Studien erhalten, fortgepflanzt und gepflegt werden mögen.

§ 2. Die Direction des Seminars wird von einem oder zweien von dem Minister der geistlichen Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten damit beauftragten Professoren der philosophischen Facultät geführt.

§ 3. Als Mitglieder des Seminars sind nur solche immatriculirte Studirende zuzulassen, welche vorzugsweise mathematische Studien treiben und thätigen Antheil an den Uebungen nehmen wollen. — Ausländer können unter denselben Bedingungen aufgenommen werden wie Inländer.

§ 4. Die Mitglieder des Seminars zerfallen in ordentliche und ausserordentliche. Als ordentliche Mitglieder können nur solche Studirende aufgenommen werden, die schon mindestens ein Jahr auf der hiesigen Universität Mathematik studirt haben, oder auf einer andern Universität. Ihre Aufnahme erfolgt auf Grund eines von der Direction anzustellenden Colloquiums, wodurch zu ermitteln ist, ob die Aspiranten regen wissenschaftlichen Sinn und diejenigen Vorkenntnisse besitzen, welche nöthig sind, um an den mündlichen Uebungen und schriftlichen Arbeiten des Seminars mit Antheil nehmen zu können.

---

*) Ueber eine den heutigen Anforderungen entsprechende Organisation solcher Anstalten werden wir selbst in einer der nächsten Nummern unsere Ansichten äussern. Uebrigens bitten wir die Leser unserer Zeitschrift in allen deutschen Universitätsstädten um Einsendung ähnlicher Berichte. D. Red.

§ 5. Als ausserordentliche Mitglieder können solche Studirende aufgenommen werden, welche zwar den im § 4. gestellten Anforderungen nicht durchweg genügen, aber doch die Fähigkeit kundgeben, an den leichteren mündlichen Uebungen mit Erfolg theilnehmen zu können.

§ 6. Sollte ein Mitglied sich der thätigen Theilnahme an den Uebungen des Seminars ungeachtet vorgängiger Warnung entziehen, so steht der Direction das Recht zu, dasselbe von der Theilnahme an dem Seminar auszuschliessen.

§ 7. Die Versammlungen des Seminars finden wöchentlich einmal statt, zu einer Zeit, welche so zu wählen ist, dass sie nach Bedürfniss bis auf 2 Stunden und darüber ausgedehnt werden kann.

§ 8. Die wissenschaftlichen Uebungen der Seminaristen sind theils mündliche, theils schriftliche. Die mündlichen Uebungen bestehen in freier Besprechung sowohl der in den mathematischen Vorlesungen des laufenden Semesters behandelten Objecte, als auch über bestimmte mathematische Probleme und Fragen, welche von der Direction gestellt, oder von den Seminaristen selbst aufgeworfen werden können, und in freien Vorträgen der Seminaristen über das, was sie selbst gearbeitet, oder über Abhandlungen, welche sie studirt haben. Die schriftlichen Arbeiten bestehen theils in kleineren Ausarbeitungen von Sätzen und Aufgaben, welche von der Direction gestellt und in der Regel so gewählt werden, dass sie sich in fortlaufender Reihenfolge über ein bestimmtes Gebiet der Mathematik verbreiten und zusammen eine genauere Erkenntniss desselben vermitteln, theils in grösseren Arbeiten, deren Themata aus beliebigen Fächern entnommen, von der Direction vorgeschlagen oder von den Seminaristen selbst gewählt werden. Die schriftlichen Arbeiten sind von den Seminaristen an die Direction abzugeben und werden von dieser beurtheilt.

§ 9. Denjenigen ordentlichen Mitgliedern des Seminars, welche sich durch Fleiss und rege Theilnahme an den mündlichen Uebungen, sowie durch die gelieferten schriftlichen Arbeiten besonders auszeichnen, können am Schlusse des Semesters Geldprämien ertheilt werden. — Alljährlich ist von Seiten der Direction an den Minister der geistlichen Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten über die im verflossenen Jahre angestellten Uebungen, über die eingelieferten Arbeiten und über den Zustand des Seminars ein Bericht zu erstatten.

§ 10. Zum Gebrauch für die mündlichen Uebungen im Seminar, sowie für die Studien und Arbeiten der Mitglieder wird eine Handbibliothek der besten und nützlichsten mathemathischen Schriften angelegt werden, deren möglichst freie Benutzung unter Controle der Direction den Seminaristen gewährt wird.

Berlin, den 8. August 1872.

Der Minister der geistl. etc. Angelegenheiten.
In Vertr.: Dr. ACHENBACH.

II.

Projectirte Statuten des mathem. Seminars an der Universität zu Graz.*)

(Von Prof. Dr. Frischauf.)

§ 1. Zweck des mathem. Seminars an der philosophischen Facultät der Universität Graz ist die Heranbildung tüchtiger Lehrer für Mittelschulen. Diese Aufgabe soll durch die Verbindung von Vorträgen des Seminarleiters mit Uebungen der Mitglieder unter Anleitung und Ueberwachung des Seminarleiters erreicht werden.

§ 2. Das Seminar zerfällt a) in ein Unterseminar, b) in ein Oberseminar; für jedes sind durch 2 Semester wöchentlich 3 Stunden bestimmt.

§ 3. Das Unterseminar soll ein gründliches Studium derjenigen Theile der Elemente der Mathematik ermöglichen, welche dem künftigen Lehrer bei einer erfolgreichen Ausübung seines Berufes nöthig sind, also: Allgemeine Arithmetik, synthetische Geometrie, angepasst den neuesten Fortschritten, Trigonometrie, Anfangsgründe der construirenden Geometrie, Einführung in das Verständniss der griechischen Mathematik, namentlich des Euklid und Archimedes. Die theoretischen Partien werden von dem Seminarleiter vollständig vorgetragen und dann in Verbindung mit den Uebungen von den Mitgliedern wiederholt, wobei zugleich auf die Vortragsweise derselben eingewirkt werden soll. Die Mitglieder haben sämmtliche, zu den theoretischen Vorträgen gehörigen Uebungsaufgaben, welche in der Regel für jede Stunde gegeben werden, zu lösen, welche Lösungen sie am Schlusse des Semesters sammt Bestätigung zurückerhalten.

§ 4. Das Oberseminar soll grösstentheils in Vortragsübungen der Mitglieder bestehen. Es sollen jedoch im Anschluss an die übrigen Facultäts-Vorlesungen auch solche Capitel als Ergänzungen behandelt werden, welche eine auf höherem Standpunkte beruhende Auffassung der Elemente vermitteln; hieher würden z. B. gehören: höhere complexe Zahlen, namentlich Quaternionen, absolute Geometrie etc. Ausnahmsweise können auch beliebige Partien der höheren Mathematik in das Bereich dieser Uebungen gezogen werden.

§ 5. Die Theilnahme am Seminar ist nur wirklichen Mitgliedern gestattet. In das Unterseminar kann jeder Studirende philosophischer Facultät nach Ablegung einer Prüfung aus der Elementarmathematik aufgenommen werden. Die Theilnahme am Oberseminar ist solchen Studirenden gestattet, welche das Unterseminar mit gutem Erfolge vollendet haben.

§ 6. Die Mitglieder haben das Recht, aus der Seminar-Bibliothek, und wo diese nicht ausreicht, aus der Universitätsbibliothek Bücher für den häuslichen Gebrauch zu entlehnen. Für die Entlehnung von Werken aus der Universitätsbibliothek genügt die Bestätigung des Seminarleiters, dass der Empfänger wirkliches Mitglied des Seminars ist.

§ 7. Zu Förderung des mathem. Seminars in Graz werden sechs Stipendien zu je 30 Fl. für jedes Semester bestimmt. Anrecht auf Empfang eines solchen Stipendiums hat, soweit die Zahl der Stipendien es gestattet, jedes wirkliche Mitglied. Die Auszahlung der Stipendien an die wirklichen Mit-

*) Nach einer Mittheilung des Herrn Verf. ist die Errichtung eines mathem. Seminars in Graz vom österr. Cultus-Ministerium abgelehnt worden, wir wissen nicht, aus welchen Gründen. Der Bericht der N. Fr. Presse, den wir in Hft. I. S. 77 dieses Jahrg. brachten, war sonach hinsichtlich des gesetzl. Bestehens des mathem. Seminars zu Graz verfrüht.
Der Red.

glieder geschieht am Schlusse des Semesters nach vollständiger Erfüllung der Verpflichtungen auf Antrag der Seminar-Direction mit Genehmigung des K. K. Unterrichtsministeriums.

§ 8. Der Seminarleiter ist nicht nur verpflichtet, die Uebungen des Seminars zu leiten, sondern auch durch seinen Rath den Mitgliedern in aller Weise hilfreich zu sein. Die Mitglieder erhalten von Seite des Seminarleiters die Bestätigung der Theilnahme an den Uebungen, welche Bestätigungen dieselben Rechte wie Colloquienzeugnisse über Facultätsvorlesungen geniessen.

In Betreff der mathem. naturw. Universitäts-Seminarien erhalten wir noch die folg. Mittheilung:

„Es besteht in Berlin ein Seminar zur Ausbildung der Lehrer der Mathematik und Physik für Gymn. und Realsch., welches mit dem Königl. Fr. W. Gymnasium verbunden ist. Der Aufzunehmende muss das Ex. pro fac. doc. bestanden haben. Director K. H. Schellbach."

„In Breslau besteht ein pädag. Seminar. Zweck ist wissenschaftl. und prakt. Ausbildung für das Lehramt an höheren Schulen. Bedingungen zum Eintritt: Fac. in den alten Sprachen oder in Math. und Naturw. Directoren: Schulräthe Dillenburger und Schubert."

Derartige Notizen, so dankenswerth sie sind, können unserer Zeitschrift nicht genügen. Wir wünschen ausführlichere Nachrichten, am besten durch Mittheilung der Statuten jener Institute und bitten daher die Leser der Zeitschrift, welche jenen Anstalten näher stehen, um genaue Berichte. Die Red.

Verordnungen:

Verordnung des österreichischen Ministers für Cultus und Unterricht vom 9. Mai 1872,

womit eine Vorschrift für die Abhaltung der Maturitätsprüfungen an Realschulen*) der im Reichstage vertretenen Königreiche und Länder erlassen wird.

§. 1. Die Berechtigung zum Besuche einer technischen Hochschule ist für jene absolvirten Schüler einer Realschule, welche als ordentliche Hörer immatrikulirt werden wollen, von dem günstigen Erfolge der abzulegenden Maturitätsprüfung abhängig.

§ 2. Zur Abhaltung einer Maturitätsprüfung sind siebenclassige Realschulen, welche das Oeffentlichkeitsrecht besitzen, in dem Falle berechtigt, wenn von ihren in die Prüfungs-Commission zu berufenden Lehrern mindestens drei Viertheile für die Oberclassen einer Mittelschule lehrbefähigt sind.

§ 5. Die Maturitätsprüfung zerfällt in eine schriftliche und eine mündliche.

§ 7. Clausurarbeiten: (a) b) c) d) sprachliche Arbeiten), e) mathematische Arbeit; f) Arbeit aus der darstellenden Geometrie. Für e) sind 4, für f) 5 Stunden zu verwilligen.

§ 14. Die mündliche Prüfung wird unter dem Vorsitze des Landes-

*) Ueber die Organisation der österr. Realschulen vergl. den 2. Jahrgang dieser Zeitschrift S. 74.

schulinspectors oder eines vom Minister bestimmten Stellvertreters desselben abgehalten.

§ 17. Die Gegenstände der mündlichen Prüfung sind:

Geographie, Geschichte, Mathematik, Naturgeschichte, Physik, Chemie. Die Sprachen und die darstellende Geometrie bilden nur dann einen Gegenstand der mündl. Prüfung, wenn die Commission nach dem Ergebniss der schriftl. Prüfung oder nach den Jahresleistungen eines Candidaten über die Classification desselben aus diesen Lehrfächern noch im Zweifel ist.

Der Commission steht es frei, für jene Candidaten, welche durch sämmtliche Oberclassen in der Chemie oder in der Naturgeschichte befriedigende Fortschritte gemacht haben, statt der Abhaltung der mündlichen Prüfung aus dem betreffenden Gegenstande die Einstellung des Durchschnitts-Calculs aus demselben in das Maturitätsprüfungszeugniss zu verfügen.

§ 19. Anforderungen:

5) Mathematik. Der Examinand hat Sicherheit und Fertigkeit im Rechnen mit besonderen und allgemeinen Zahlen, einschliesslich der Logarithmen, in der Auflösung von bestimmten Gleichungen des 1. Grades mit einer oder mehr. Unbekannten und des 2. Grades mit einer Unbekannten, endlich Vertrautheit mit den Hauptsätzen der Arithmetik in ihrem wissenschaftlichen Zusammenhange darzuthun.

In den verschiedenen Theilen der elementaren Geometrie, einschliesslich der analytischen Geometrie in der Ebene, muss er volles Verständniss der hauptsächlichsten Lehrsätze besitzen, mit goniometrischen Functionen gewandt zu rechnen verstehen, Vertrautheit mit der ebenen und Bekanntschaft mit den Grundlehren der sphärischen Trigonometrie darthun und Aufgaben zu lösen im Stande sein, welche sich auf die Grundlehren von der Berechnung ebener Figuren, der Oberflächen und Rauminhalte der Körper beziehen.

6) Naturgeschichte. Der Examinand muss sich mit den wichtigsten Thatsachen der Zusammensetzung des Erdkörpers, mit den Verbreitungs- und Verwandtschaftsverhältnissen der hervorragendsten Familien von Pflanzen und Thieren, mit den bedeutendsten Momenten der Biologie von Pflanzen und Thieren bekannt zeigen.

7) Physik. Der Examinand muss Kenntniss der Fundamentalgesetze und Fundamentalerscheinungen, ihrer experimentellen und mathematischen Begründung, mit Ausschluss schwierigerer Deductionen, besitzen, sodass er einerseits die Naturerscheinungen im Grossen zu erklären, andrerseits elementare Aufgaben aus dem Gebiete der mathematischen Physik zu lösen vermag.

8) Chemie. Der Examinand muss die Kenntniss der wichtigsten theoretischen Grundlagen dieses Faches und der bedeutendsten chemischen Operationen besitzen und eine Uebersicht der Grundstoffe und ihrer unorganischen Verbindungen, die wichtigsten Reihen von Substanzen organischen Ursprungs und der charakteristischen Glieder derselben inne haben.

9) Darstellende Geometrie. Der Examinand muss auf dem Gebiete der orthogonalen Projection, einschliesslich der Schattenlehre, hinreichende Sicherheit in Lösung von Aufgaben darthun; insbesondere soll aus der gelieferten Clausurarbeit hinreichende Correctheit der Zeichnung und entsprechende Kenntniss der für den Techniker und praktischen Zeichner überhaupt unumgänglich nothwendigen Constructionen zu entnehmen sein. Aus der centralen Projection (Perspective) genügt ein die Anfangsgründe vollständig umfassendes Maass allgemeiner Kenntnisse.

Aus der 9. Generalversammlung des schweizerischen Lehrervereins in Aarau. 18. 19. 20. Aug. 1872.

Thema für die Lehrer der naturwissenschaftlichen Fächer.

A. Welches ist die Hauptaufgabe des naturwissenschaftlichen Unterrichts an Volks- und Mittelschulen: materielle Belehrung oder allgemeine Geistesbildung?

B. Wie ist demnach der naturwissenschaftliche Unterricht an diesen Schulen zu organisiren und methodisch zu ertheilen?

C. In welcher Beziehung soll derselbe zu den übrigen Lehrfächern stehen?

Thesen des Referenten: Prof. Mühlberg in Aarau.

Thesen zu A.:

1) Die Fähigkeit sich Güter zu erwerben ist höher zu schätzen als der Besitz eines Gutes selbst. Wirklicher und voller Besitz eines geistigen Gutes ist zudem ohne die Fähigkeit des Erwerbes desselben nicht denkbar. Deshalb ist auch die Fähigkeit, sich wissenschaftliche und speciell naturwissenschaftliche Kenntnisse zu erwerben, höher zu schätzen als eine bestimmte Summe dieser Kenntnisse.

2) Die Grundlage der Naturwissenschaft ist die Beobachtung. Die Wissenschaft selbst besteht in der Mittheilung und Combination der Beobachtungen und der daraus abgeleiteten Gesetze. Die Aufgabe des naturwissenschaftlichen Unterrichts ist daher vor Allem: Uebung im Beobachten des Einzelnen, Vergleichen des Aehnlichen und Verschiedenen, zunächst im bleibenden Zustand, sodann in dem der Veränderung, Uebung im genauen Beschreiben des Beobachteten, Anregung und Anleitung über die beobachteten Erscheinungen nachzudenken, aus einer Auswahl von Beobachtungen allgemeine Gesetze abzuleiten, auf die Ursache der Erscheinungen zurückzuschliessen und den Erfolg von Veränderungen richtig abzuschätzen. Hiedurch soll die Kraft der Sinne und des Verstandes geschärft, das Sprach-, Vorstellungs- und Denkvermögen vergrössert, die Freude an der Natur belebt, das Gemüth gebildet, der ästhetische Sinn geweckt und auf eine richtige Grundlage gestellt und der junge Mensch befähigt werden, später auch ohne Hülfe des Lehrers die Erscheinungen der Natur richtig zu beobachten, zu beschreiben und zu beurtheilen und sich in jeder gewünschten Richtung Kenntnisse zu erwerben.

3) Materielle Belehrung hat nur als Ausgangspunkt und als Produkt des in These 2 angedeuteten methodischen Unterrichts, also nur insofern Berechtigung und ist nöthig, als die Thatsachen von den Schülern selbst beobachtet oder als Basis zu geistigen Uebungen, allgemeinen Betrachtungen und zur Ableitung von Gesetzen benutzt werden, als deren Resultat die Erkenntniss: dass alle Erscheinungen durch bestimmte, ewige und unabänderliche Gesetze bedingt werden, dem Schüler in's Bewusstsein übergehen muss. Ebenso soll durch jene Verarbeitung des naturwissenschaftlichen Lehrstoffes im jungen Menschen die Freude an der Wahrheit geweckt, das Streben nach derselben durch Leitung auf den dahin führenden Weg gefördert, die Unzerstörbarkeit und siegende Kraft der Wahrheit nachgewiesen und die Anerkennung der Nothwendigkeit eines beständigen Fortschrittes der menschlichen Erkenntniss errungen werden. Endlich ist es eine wichtige Aufgabe des naturwissenschaftlichen Unterrichts den Schüler der richtigen Kenntniss seiner selbst, dem Verständniss der Natur, des Zusammenhanges der Erscheinungen und

seiner Beziehung zu denselben zuzuführen und ihn dadurch ebenso sehr vor dem Aberglauben als vor der Phrase zu bewahren.

4) Dagegen darf diejenige Art materieller Belehrung, welche in der blossen Mittheilung von Thatsachen und Gesetzen, oder sogen. praktischen Kenntnissen besteht, nicht Aufgabe des naturwissenschaftlichen Unterrichtes auf den Stufen der Volks- und Mittelschulen sein. Dieselbe beeinträchtigt nur die idealen Zwecke des Unterrichts und belästigt in schädlicher Weise das Gedächtniss, welches zu dieser Zeit ohnedies sehr in Anspruch genommen wird. Es ist besser, den Schüler fähig zu machen, die weit zuverlässigeren literarischen Hilfsmittel und Nachschlagewerke, welche heutzutage Jedermann reichlich zu Gebot stehen, für seine praktischen Zwecke zu verwerthen.

5) Dass unter allen Fächern der naturwissenschaftliche Unterricht bisher allzusehr auf die Befriedigung der Neugier und auf das „Praktische“ gerichtet war, ist ein begründeter Vorwurf. Der zweifelhafte Gewinn eines solchen Unterrichts geht meistens rasch verloren oder ist praktisch nicht verwerthbar. Er schadet aber auch dadurch, dass er den Sinn für wissenschaftlich strenges Denken zerstört. Gewöhnlich fehlt der Lehrer von Realien darin, dass er, um möglichst weit zu kommen, den Stoff systematisch statt methodisch behandelt, dass er viel Detail ohne Auswahl bietet und dasselbe nicht verarbeitet und dass er die fertigen Resultate gibt, statt dieselben von den Schülern selbst suchen zu lassen, wodurch er den Autoritätsglauben befestigt, statt zu selbständigem Denken anzuregen. Nebst dem Umstand, dass bisher im Allgemeinen die begabteren Schüler dem Gymnasium zugeschickt wurden, erklärt sich hieraus der Vorwurf, dass der Erfolg des Unterrichts an Realschulen hinter demjenigen der Gymnasien zurückstehe.

6) Wenn manchmal behauptet wird, der naturwissenschaftliche Unterricht erziele keine bleibenden geistigen Erfolge, so ist daran nicht das Fach selbst, sondern die unrichtige Methode, die Unzulänglichkeit der Lehrmittel und besonders des verwendeten Stundenmasses schuld. Von ebenso geringem, wenn nicht geringerem Erfolge, würde man bei andern, jetzt übermässig herrschenden Fächern sprechen, wenn denselben ein ebenso geringes Stundenmass, als bisher dem naturwissenschaftlichen Unterricht, zugetheilt würde. — Dass mancherorts der naturwissenschaftliche Unterricht geradezu absichtlich vernachlässigt wird, brauchen wir hier blos zu erinnern.

Thesen zur Frage B.

7) Der Unterricht in den naturwissenschaftlichen Fächern auf der Stufe der Volks- und Mittelschulen gehört zu den schwierigsten und anstrengendsten Aufgaben des Lehrers. Von Unkundigen und unmethodisch ertheilt, ist er nutzlos, ja kann er sogar schädlich wirken. Schon weil er gewisse technische Fertigkeiten absolut erfordert, soll und darf er an Fortbildungs-, Secundar-, Real- und Gymnasialschulen nur solchen Lehrern anvertraut werden, die sich speciell über ihre Befähigung hiezu ausweisen können.

8) An den Bildungsanstalten für Lehrer an Polytechniken und Universitäten ist zwar wohl in der Regel genügend für die Einführung der Candidaten in die Wissenschaft selbst, aber gar nicht für ihre Erkenntniss der Ziele und der Methode des naturwissenschaftlichen Unterrichts und Denkens gesorgt. Hieraus ergeben sich für den angehenden Lehrer mannigfache Missgriffe und Misserfolge, woraus häufig Entmuthigung zum Unterricht in diesem Fach entspringt. Es ist daher im höchsten Grade nothwendig, dass in den oben genannten Anstalten auch Collegien über die Methode des naturwissenschaftlichen Unterrichts gelesen und damit Uebungen verbunden werden. — Der praktische Lehrer wird sich vor Missgriffen schützen, durch sorgfältige Ueberlegung des Zweckes und der Methode dessen, was er in jeder Stunde behandeln will und durch

eine genaue Controle des Erfolges, den er durch jede einzelne Arbeit in den Lehrstunden erzielt hat.

9) Der richtigen Behandlung und Organisation des naturwissenschaftlichen Unterrichts pflegen der Reihe nach entgegen zu wirken: der Einfluss der Praktiker, welche für den Schüler eine Aufspeicherung möglichst vieler sogen. nützlicher und direct verwerthbarer Kenntnisse fordern, — unzweckmässige Vorschriften der Lehrpläne, unrichtig geleitete Prüfungen und unpassende Forderungen der Behörden, welche in allzu kurzer Zeit ein übermässig grosses Material behandelt zu sehen verlangen und dadurch den Lehrer zwingen, mehr durch Gedächtniss- als durch Geistesübung Erfolge zu erzielen; ebenso auch die falschen Ansichten vieler Vertreter der naturwissenschaftlichen Fächer auf Hochschulen, welche nur die sogen. gelehrten Ziele, aber nicht die bildenden Momente des Unterrichts in's Auge fassen. — Die Bestrebungen jener Praktiker werden jedoch in einer für den Pädagogen höchst bedeutsamen Weise für unberufen erklärt durch die einsichtigsten Geschäftsmänner, welche offenbar auf Grundlage bestimmter Erfahrungen, formal gebildete den sogen. praktisch abgerichteten jungen Leuten vorziehen.

10) Die Fächer der Naturgeschichte bieten zu jenen pädagogischen Zwecken, welche die Uebung der Sinne und der Vorstellungskraft, die Entwicklung des Ausdrucksvermögens und die ethische Bildung des Menschen überhaupt im Auge haben, ein weit reicheres, mannigfaltigeres, leichter zu beschaffendes und durchschnittlich für die Stufe der Volks- und Mittelschulen geeigneteres Material, als die Disciplinen der Naturlehre.

11) Auf der Stufe der Volksschule hat sich der naturwissenschaftliche Unterricht auf Anleitung im Beobachten und Beschreiben der Aeusserlichkeit der elementarsten Naturerscheinungen zu beschränken, wie solche dem Schüler am Himmel, an der Pflanzen- und Thierwelt und an den sichtbaren Theilen der festen Erdkruste vor Augen geführt werden können. Hiebei ist es gleichwohl schon seine Aufgabe, den Wortvorrath zu vergrössern und sammt der Sprachkraft den Geist zu erweitern. Eine systemgemässe Behandlung und Trennung der Erscheinungen ist hier durchaus verwerflich; im Gegentheil soll dem Schüler die Natur als Ein grosses Ganzes zum Bewusstsein kommen.

12) Auf der Stufe der Fortbildungs- und Secundarschulen sollen die Schüler zum scharfen Beobachten des Einzelnen und des Details der sie zunächst umgebenden Naturkörper (auch mit der Loupe) angeleitet und im Aufsuchen und in der richtigen Anwendung der Kunstausdrücke zum Beschreiben derselben geübt werden. Auch soll der Schüler angeleitet werden, die Beobachtungen zu combiniren, aus den gemachten Einzelbeschreibungen die Formen der verschiedenen Organe sowohl als die ganzen Körper selbst vergleichend und übersichtlich zusammen zu stellen. Zu diesem Zweck liefern während der ersten Jahre im Sommer die umgebende Pflanzenwelt, während des Winters (zum Theil auch im Sommer) die Thierwelt und eine Sammlung von thierischen Präparaten und Abbildungen, im letzten Jahr eine passend ausgewählte Mineraliensammlung und die in der Umgegend vorkommenden Mineralien und Gesteinsarten das nöthige und reichliche Material zur Beobachtung. Aus diesem reichen Material hat der Lehrer, vom Leichten zum Schweren fortschreitend, vorzugsweise diejenigen Objecte mit sorgfältiger Beschränkung zur Beobachtung auszuwählen, welche zum Menschen in irgend welcher directen Beziehung stehen, an welchen bestimmte Gesetze besonders deutlich zur Anschauung gebracht werden und welche günstig auf das Gefühl der Schüler einwirken können. Das ausgewählte Material soll gründlich und von verschiedenen Standpunkten aus verarbeitet werden. Haben auch alle Fächer der Naturwissenschaften das gleiche Ziel, so fordert doch jedes seine besondere Art der Behandlung.

Da eine richtige Beobachtung von Veränderungen erst möglich ist, nachdem der Schüler eine gewisse Sicherheit im Beobachten des Bleibenden

gewonnen hat, so soll unter allen Umständen der Unterricht in der Naturlehre erst in den letzten Jahren ertheilt und hiebei streng immer von der Thatsache, der Anschauung, dem Experiment ausgegangen und der Schüler nur angeleitet werden, daraus die richtigen Folgerungen zu ziehen.

13) An *Gymnasien* und *Realschulen* sollen die Uebungen im Beobachten an immer schwierigeren Objecten, im genauen Vergleichen und feinen Unterscheiden fortgesetzt und hierin eine gewisse Selbständigkeit erreicht, die Vorstellungskraft gestärkt, — durch Anleitung zum Sammeln und übersichtlichen Zusammenstellen von Naturobjecten die Sammellust angeregt oder Sinn für Ordnung gepflegt; — vollständige Fähigkeit, das Beobachtete geordnet, richtig und zusammenhängend in der Muttersprache zu beschreiben und aus einer Reihe bekannter Thatsachen allgemeine Schlüsse abzuleiten, erworben und zugleich eine allgemeine Uebersicht der wichtigsten Naturkörper, Erscheinungen und Gesetze gewonnen werden. In der obersten Classe sollen alle naturhistorischen Disciplinen in dem Fache der physischen Geographie vereinigt werden, durch welche die Erde als in entwickelnder Veränderung begriffene Einheit dargestellt wird. Dagegen bleibt es den Hochschulen vorbehalten, den Schüler in systematischer Weise in die specielle wissenschaftliche Kenntniss und Untersuchung der verschiedenen Gebiete der Naturwissenschaften einzuführen.

Anmerkung. Da es eine der wichtigsten Aufgaben des naturwissenschaftlichen Unterrichtes ist, die Entwicklung des *Sprachvermögens* zu fördern, so muss der Vorschlag, diesen Unterricht, so wie in andern Fächern, zu gleichzeitiger Uebung in einer fremden Sprache zu ertheilen, als ein durchaus verfehlter bezeichnet werden.

14) Als höchst schädlich muss die nur allzu oft hervortretende Tendenz bezeichnet werden, auf irgend einer Unterrichtsstufe der höhern *vorzugreifen*. Hiedurch wird die sachgemässe Entwicklung des Unterrichts unterbrochen, für den Weiterbau die nöthige Grundlage weggelassen, der Schüler durch eine seinem Alter und seinem Verstand unverdauliche Speise überreizt und durch die vielen sich zu Phrasen umgestaltenden Erklärungen stumpf und blasirt gemacht. Diesem Uebelstand sollte durch Aufstellung von *Minimal*- (statt Maximal-) Forderungen in einem streng gegliederten Lehrplan und durch eine scharfe Controle begegnet werden, welche nicht zugibt, dass im Unterricht weiter gegangen werde, bevor nicht jenes Minimum gründlich behandelt und von allen Schülern verarbeitet worden ist.

15) Der Besitz, wenn auch kleiner, aber richtig methodisch ausgewählter und zugänglich aufgestellter Sammlungen von Naturalien, Apparaten und Bilderwerken ist für den Unterricht in Fortbildungs-, Secundar-, Real- und Gymnasialschulen unerlässlich; der Besitz grösserer Sammlungen, namentlich alle Naturkörper der örtlichen Umgebung enthaltend, ist zur Anregung der Privatthätigkeit der Schüler höchst erwünscht. Ausserdem besitzen dieselben einen hohen Werth für die Belehrung des Publikums und für die wissenschaftliche Kenntniss der natürlichen Verhältnisse der Umgegend.

16) In den untern Classen der *Primarschule* kann von einem gesonderten naturwissenschaftlichen Unterricht noch nicht die Rede sein, indem dieser Unterricht mit dem Sprachunterricht Hand in Hand gehen soll; in den obern Classen dagegen sollen demselben je 4 selbständige Wochenstunden unter dem Titel *Anschauungsunterricht* und *Heimatskunde* zugewiesen werden.

17) In der *Secundarschule* sollen alljährlich während des Sommers vier, während des Winters drei Stunden per Woche für Naturbeschreibu[ng] und in den zwei letzten Jahren ausserdem noch drei Wochenstunden f[ür] Naturlehre verwendet werden.

18) An *Gymnasien* und *Realschulen* soll die Stundenzahl in de[r] Naturgeschichte vier Jahre lang je im Sommer 4 und im Winter 3 p[er] Woche betragen, wozu noch in den letzten Jahren je 3—4, in den Rea[l]schulen 6—8 Stunden Naturlehre kommen sollen.

Anmerkung. Bei der obigen Vertheilung des Lehrstoffes und des Stundenmaasses wurde speciell auf die aargauische Schulorganisation Bezug genommen, wo auf eine 6- (resp. 5-) classige Primarschule eine 4-classige Bezirks- (oder Secundar-) Schule, auf diese eine 3½ classige Gewerbschule folgen.

19) Der Unterricht soll sich übrigens nicht blos auf das Lehrzimmer beschränken, der Lehrer wird die Schüler höherer Classen von Zeit zu Zeit auf kleineren und grösseren Spaziergängen zu privatem selbständigem Beobachten und Sammeln anregen, zur Erkenntniss des Zusammenhangs des Ineinanderwirkens der Naturkräfte und Erscheinungen hinführen und zu einem richtigen Verständnisse der Verhältnisse der Umgebung anleiten.

20) Die naturwissenschaftlichen Lehrbücher für die Stufe der Volks- und Mittelschulen haben nicht den Zweck, gewissermassen an der Stelle des Lehrers oder mit Hilfe seiner weitern Erklärung zu unterrichten, sie sollen nicht blos vom Lehrer commentirt und von den Schülern auswendig gelernt werden, sondern sie haben den Zweck, nachdem der Stoff ohne Hilfe des Buches durch Demonstration von Seite des Lehrers behandelt und durch Discussion mit den Schülern klar geworden ist, dem Schüler als Nachschlagebuch zur Erleichterung der Repetition und namentlich dazu zu dienen, demselben, soweit als nöthig und möglich ist, das viele Zeit raubende Schreiben und Zeichnen zu ersparen. Die umgekehrte Verwendung ist geradezu schädlich. In der Volksschule und beim Unterricht in der Botanik an Secundarschulen erscheinen Lehrbücher mindestens als überflüssig.

Anmerkung. Weitaus die meisten der erschienenen naturwissenschaftlichen Lehrbücher können ihrem Zweck wenigstens für die untern Schulstufen nicht genügen, da sie nur ein möglichst populäres und leicht verdauliches, mehr oder minder gedrängtes Extract der fertigen Resultate der Naturwissenschaft in systematischer Behandlung zu bieten suchen und kein Fortschreiten vom Leichten zum Schweren erkennen lassen.

21) Es gehört zu einer richtigen Methode des naturwissenschaftlichen Unterrichts, die Schüler, auch wenn ein Lehrbuch benützt wird, Beschreibungen der vorgelegten Gegenstände bis zur vollendeten Uebung selbständig anfertigen, über alle gemachten Demonstrationen, als die einzigen positiven Grundlagen des Unterrichts, genaue Notizen und eventuell Zeichnungen zu machen und die vom Lehrer gegebenen Ableitungen von allgemeinen Gesetzen aus den vorgeführten Thatsachen, schriftlich darstellen zu lassen. Die Meinung, dass der naturwissenschaftliche Unterricht den Schüler nur in den Lehrstunden und nicht durch häusliche Arbeiten in Anspruch nehmen dürfe, ist ein aus der Misskennung der Natur dieses Faches und aus der abergläubischen Ueberschätzung anderer Fächer herrührender Irrthum.

Thesen zur Frage C.

22) Da die Aufgabe der Schule darin besteht, die Kräfte des jungen Menschen harmonisch zu guten Zwecken zu entwickeln und ihn für das praktische Leben soweit vorzubereiten, dass es ihm möglich wird, sich in jeder nach Belieben später gewählten Richtung seinen Anlagen entsprechend zurecht zu finden und sich empor zu arbeiten, so muss der Unterricht aller Schulfächer in inniger Beziehung zu einander stehen, so dass das geistige Gut des Zöglings Ein (zwar nicht abgeschlossenes, aber abgerundetes) Ganzes und nicht ein Aggregat von stückweisen Kenntnissen ist. Der naturwissenschaftliche Unterricht muss daher das allgemeine Ziel der Schule stets im Auge behalten, den Unterricht in Sprache, Geographie, Geschichte und Zeichnen unterstützen, während er selbst wieder durch jene Fächer und durch den mathematischen Unterricht gefördert wird.

23) Der naturwissenschaftliche Unterricht ist von demjenigen der übrigen Fächer nur dem Stoff und der Methode nach verschieden, hat aber das gleiche Ziel wie alle: formale, ästhetische und ethische (aber nicht gelehrte) Bildung des Menschen. Indem derselbe in den verschiedenen Stufen von der Anschauung zur Vorstellung, von der Beschreibung zur Specu-

lation hinführt, leitet er den Schüler den naturgemässesten und sichersten Weg zu jenem Ziele und macht die Erreichung desselben manchem Individuum möglich, dem es durch andere in der Schule noch bevorzugte Fächer nicht gelingt.

24) Die Fähigkeit, richtig zu beobachten, zu denken, sich über das Beobachtete und Gedachte richtig und geläufig auszusprechen, Verständniss der Schöpfung und seiner selbst, Theilnahme am geistigen Besitzthum und an den edlen Zielen der menschlichen Gesellschaft bilden die einzig richtige Grundlage der zukünftigen praktischen Thätigkeit und die wesentlichen Factoren wirklicher Bildung, soweit sie durch die Schule gewonnen werden können. Naturwissenschaft mit Inbegriff der Menschengeschichte, Mathematik und Sprachkunde sind daher die drei gleichwerthigen Wege, auf welchen der junge Mensch jener Bildung zugeführt wird und erfordern principiell auf allen Stufen des Unterrichts gleichmässige Anerkennung. Der naturwissenschaftliche Unterricht verlangt dieselbe ausserdem in Folge der hohen Bedeutung, welche die Naturwissenschaft durch ihre riesige Entwicklung, durch die Ueberflügelung anderer früher herrschender Wissenschaften und durch ihren Einfluss auf das Geistesleben überhaupt und auf die materiellen Verhältnisse der Menschen errungen hat und noch speciell deshalb, weil er die Schule einerseits mit dem Naturleben des Kindes und anderseits mit dem praktischen Berufsleben verknüpft. Durch die von ihm gepflegte Empirie bildet er zu den abstracten Fächern der Mathematik und der Sprachen ein wohlthätiges Gleichgewicht und lässt sich durch kein anderes Fach ersetzen.

25) Der Vorwurf: durch das „Vielerlei" der Naturwissenschaft werde an Gymnasien die „Einheit und Concentration des Unterrichts" gestört, ist eine Phrase, welche nur dazu dienen kann, Urtheilsunfähige zu bethören; denn die Einheit des Unterrichts besteht nicht im Stoff und nicht in der Concentration des Unterrichts auf ein einzelnes Fach, sondern in dem gemeinsamen Ziel und in der Harmonie der Unterrichtsfächer. Zur Herstellung dieser Harmonie ist der naturwissenschaftliche Unterricht auf allen Altersstufen und in allen Bildungsanstalten, am meisten an Gymnasien, unentbehrlich, weil schon aus der täglichen Erfahrung hervorgeht, dass sich gerade unter den sogen. „classisch" oder „humanistisch" gebildeten Menschen vorzugsweise die Träger der einseitigsten und ungesundesten Ansichten und Lehren, sowie des heftigsten Widerstandes gegen die Verbreitung der Wahrheit und die freie Forschung finden. Aehnlich verhält es sich mit dem andern Vorwurf, dass bei der ungeheuren Ausdehnung der Naturwissenschaft doch nichts Ganzes darin für die Schule geleistet werden könne, woraus die Folgerung gezogen wird, dass deshalb der naturwissenschaftliche Unterricht von den Gymnasien wegbleiben solle; denn einerseits ist aller Unterricht unvollständig und alles menschliche Wissen nur Stückwerk und anderseits strebt der naturwissenschaftliche Unterricht nicht sowohl darnach, die Wissenschaft mitzutheilen, als vielmehr darnach, den jungen Menschen zur Erforschung der Wissenschaft fähig zu machen.

26) Proportional dem Fortschritt in der Verarbeitung der Materialien der Naturwissenschaft zu pädagogischen Zwecken wird sich der naturwissenschaftliche Unterricht in allen Schulen eine zunehmende Bedeutung erwerben. Er hat sogar schon im Alterthum für die ästhetische und ethische Bildung gewirkt; er wird unter allen übrigen Lehrfächern eine weit hervorragende Stellung einnehmen, weil er für das praktische Berufsleben, f das Culturleben und auch für die politische Bildung des Volkes verwert bar ist.

Württembergische Auszeichnungen.

Auf der Internationalen Polytechnischen Ausstellung zu Moskau hat das Königlich württembergische Ministerium des Kirchen- und Schulwesens für die zu dieser Ausstellung gesandte Sammlung württembergischer Lehrmittel die grosse goldene Medaille erhalten.

Ausserdem hat Prof. Bopp in Stuttgart für seinen Antheil an dieser Sammlung, bestehend in dessen naturkundlichen Lehrmitteln (physikalischen, chemischen und metrischen Schulapparaten, physikalischen und metrischen Wandtafeln und Schriften, welche der Organisation des naturkundlichen Unterrichts in den württembergischen Volksschulen zu Grunde liegen) die grosse silberne Medaille erhalten.

Die grosse silberne Medaille erhielten ferner die Gravirschule zu Schwäbisch-Gmünd und die Webschule zu Reutlingen für die Ausstellung ihrer Schüler-Arbeiten.

Die silberne Medaille erhielt die Frauenarbeitsschule zu Reutlingen für die Ausstellung weiblicher Arbeiten.

Erwiderung.

Herr Chr. Scherling hat im 5. Hefte (III, 488) dieser Zeitschr. eine Recension meiner Anfangsgründe der neueren Geometrie gegeben, welche mich bezüglich einiger Punkte zu einer Erwiderung zwingt.

Schon aus dem Umstande, dass ich überhaupt ein elementares Buch über neuere Geometrie herausgab, hätte Herr Sch. schliessen können, dass ich nicht der Meinung sei, „es müsse oder werde in den unteren Classen noch immer nach dem alten Schlendrian überall, wie früher, fortdocirt;" wenn ich mein Werkchen als eine Brücke bezeichnete, um den Uebergang von der älteren zur neueren Methode zu erleichtern, so gilt dies natürlich nur für die im Augenblick leider meist noch herrschenden Zustände, deren baldige Verbesserung Niemand sehnlicher wünscht und hofft als der Verfasser.

Was nun das Urtheil des Herrn Sch. über meine Behandlung der Zeichen, insbesondere der Zeichen von Theilstreckenverhältnissen angeht, so kann ich an diesem Orte nur zu constatiren suchen, dass meine Bezeichnungsweise sich nothwendig aus der von Möbius angegebenen ergibt. Herr Sch. behauptet wörtlich: „Der Fall des Verfassers $ab + ba$ kann nimmermehr etwas anderes bedeuten, als von dem Punkte b, auf dem man angekommen war, nachdem man die Strecke ab durchwandert hatte, in derselben Richtung weiter wandern um eine Strecke ba. Soll es rückwärts gehen, muss man schreiben $ab + (-ab)$ oder $ab - ba = 0$." Ich habe bisher immer geglaubt und mit mir noch viele Andere, $ab - ba$ sei gleich $2ab$ und $ab + ba = 0$; so steht es wenigstens in dem § 1 des barycentrischen Calcüls von Möbius, ebenso in den Elementen der Mathematik Baltzer's II, pag. 104. 3. Aufl., wo man die Begründung nachlesen möge, wenn die von mir gegebene in § 1 meines Buchs nicht genügen sollte. Baltzer fährt dann fort: „Wie auch die Punkte A, B, C auf einer Geraden liegen mögen, immer ist $AB + BC + CA = 0$, $AB + BC = AC$, $BC = AC - AB$, u. s. w. Denn bei jeder Aufeinanderfolge der drei Punkte ist eine dieser Strecken der Summe der beiden andern entgegengesetzt."[1]) Wenn nun Baltzer's Ausführung wahr ist, so folgt nothwendigerweise aus der Gleichung $AB + BC = AC$, dass die Strecke AC in die Theilstrecken AB und BC zerfällt, wie auch B gelegen sein möge;

dabei hat BC dieselbe Richtung wie AB, wenn B zwischen A und C liegt, dagegen die entgegengesetzte, wenn B auf der Verlängerung von AC sich befindet.[2]) Das Verhältniss dieser Theile AB und BC zu einander ist also $\frac{AB}{BC}$; warum es $\frac{BA}{BC}$ sein solle, wie Herr Sch. behauptet, ist nicht einzusehen.[3]) Dieses Verhältniss $\frac{AB}{BC}$ aber ist positiv, sobald B zwischen A und C liegt, weil dann AB und BC dieselbe Richtung haben, aber negativ, wenn B auf der Verlängerung von AC liegt, weil dann BC die entgegengesetzte Richtung hat, wie AB.[4]) Ebenso muss man, wenn AB und BC die Theile einer Strecke AC sind, wie Herr Sch. ganz richtig aus meiner Schreibweise folgert, das Product derselben so schreiben $AB.\,BC$ und nicht $BA.\,BC$. Dass ich selbst auf S. 42 gegen diese Consequenz gefehlt habe, hat Herr Sch. richtig herausgefunden; ich verspreche ihm, es nicht wieder zu thun.[5])

Ganz nach diesen Grundsätzen ist nun von mir bei Aufstellung des Menelaus'schen und Ceva'schen Satzes verfahren werden. Sind c', a', b' die Theilpunkte der Dreieckseiten $ab, bc, ca,$ so ist

$$\frac{ac'.\,ba'.\,cb'}{c'b.\,a'c.\,b'a}$$

das Product der Verhältnisse der Theilstrecken; dass dieses beim Menelaus'schen Satze negativ sein müsse, ergibt sich daraus, dass entweder alle drei Theilpunkte oder blos einer auf der Verlängerung der zugehörigen Strecke liegt, also entweder alle Verhältnisse negativ sind oder blos eines. In ganz ähnlicher Weise gilt beim Ceva'schen Satze das Pluszeichen.[6]) Schreibt man übrigens obiges Verhältnissproduct nach der Anweisung des Herrn Sch. wie folgt

$$\frac{c'a.\,a'b.\,b'c}{c'b.\,a'c.\,b'a}$$

so hat es, weil $c'a = -ac'$, $a'b = -ba'$, $b'c = -cb'$ ist, für den Menelaus'schen Satz den Werth $+1$, so dass dann gar keine Verschiedenheit zwischen meiner Darstellung und der des Herrn Sch. besteht.

Zum Beweise für die Richtigkeit seiner Ansicht, wonach die beiden eben erwähnten Sätze das entgegengesetzte Zeichen bekommen müssten, als ich ihnen gegeben habe, führt Herr Sch. unter Anderem auch den Lehrsatz 7 des § 4 an, in welchem ich, wie er glaubt, das Zeichen — in den Verhältnissen nur gesetzt habe, um -1 und nicht $+1$ herauszubringen. Dabei scheint er jedoch nicht auf den Sinn, in welchem der Perimeter eines jeden der ähnlichen Dreiecke durchlaufen wird, Acht gegeben zu haben, was doch namentlich auch in Bezug auf die Flächeninhalte von Figuren von grosser Wichtigkeit ist (vgl. Baltzer a. a. O. pag. 65). Der fragliche Satz heisst:

Fällt man von einem Punkte d in der Peripherie eines Kreises Senkrechten auf die Seiten eines in denselben beschriebenen Dreiecks abc, so liegen die Fusspunkte a', b', c' derselben in gerader Linie.

Zum Beweis verbinde man den Punkt d mit den drei Ecken a, b, c des Dreiecks abc; dann entstehen drei Paare ähnlicher rechtwinkliger Dreiecke, nämlich dab' und dba', $da'c$ und $dc'a$, dbc' und dcb', deren Bezeichnung hier so gewählt ist, dass ihre Perimeter alle in einer Richtung, nämlich wie vom Zeiger einer Uhr oder umgekehrt je nach der Lage des Punktes d, durchlaufen werden. Dann finden aber, mit Beibehaltung dieser Richtung bei der Bezeichnung der Seiten, folgende Proportionen statt:

$$\frac{ab'}{ba'} = \frac{b'd}{a'd}, \quad \frac{a'c}{c'a} = \frac{da'}{dc'}, \quad \frac{bc'}{cb'} = \frac{c'd}{b'd},$$

Proportionen, welche man, weil $ba' = -a'b$, $a'c = -ca'$, u. s. w. auch schreiben kann

$$\frac{ab'}{a'b} = -\frac{b'd}{a'd}, \quad \frac{ca'}{c'a} = +\frac{a'd}{dc'}, \quad \frac{bc'}{b'c} = +\frac{dc'}{b'd}$$

Multiplicirt man diese 3 Gleichungen, so erhält man, wie zu erwarten war,

$$\frac{ab'.\,ca'.\,bc'}{b'c.\,a'b.\,c'a} = -1$$

Dass freilich der Beweis in dem Buche nicht so ausführlich begründet und deshalb vielleicht für den Uneingeweihten[7]) nicht recht verständlich ist und eine Willkür zu enthalten scheint, ist meine Schuld, die ich gern eingestehe.

Der Name „Punktsystem“ (nicht involutorisches Punktsystem) statt „involutorische Punktreihe“[8]) rührt von Jacob Steiner her (vgl. Schröter Vorlesungen pag. 51); Herr Sch. tadelt mich, dass ich dieser Autorität gefolgt bin.[9]) Darin hat er allerdings Recht, dass ich die Namen elliptisches und hyperbolisches Punktsystem hätte weglassen können; die Sache wäre auch ohne diese Namen verständlich gewesen. Was aber ihr Gebrauch schaden kann, wenn sich nur der richtige Begriff damit verbindet, kann ich nicht einsehen, zumal da mein Buch die Kegelschnitte zwar nicht speciell behandelt, aber oft darauf hinweist und dem Schüler, sobald er weiter fortgeschritten und in die Theorie der Kegelschnitte eingedrungen ist, die Bedeutung dieser Namen sofort klar wird.

Herr Sch. scheint es ferner nicht gern zu sehen, dass ich die Benennung „anharmonisches Verhältniss“ für ein Doppelschnittsverhältniss unpassend finde. Nun ist aber doch dieses das Allgemeine und Ursprüngliche, von dem das harmonische Verhältniss nur einen speciellen Fall bildet; ein Doppelverhältniss kann nämlich jeden beliebigen Werth haben und nur dann, wenn es gleich -1 ist, heisst es ein harmonisches. Das harmonische Verhältniss ist also auch ein Doppelverhältniss; nehme ich anstatt Doppelverhältniss den Namen anharmonisches Verhältniss, so wäre ein harmonisches Verhältniss, weil das Specielle in dem Allgemeinen enthalten ist, zugleich auch ein anharmonisches (auf deutsch nicht harmonisches) Verhältniss, was eine contradictio in adjecto ist.[10])

Was den Lehrsatz 12 des § 17 anlangt, welchen Herr Sch. für vollkommen unverständlich und überflüssig hält, weil aus der vorausgehenden Erklärung 3. hervorgehe, dass von entsprechenden Punkten nur dann die Rede sein könne, wenn die Reihen projectivisch seien, so würde Herr Sch. Recht haben, wenn sich jener Lehrsatz auf Punktreihen von vier Punkten, nicht aber, wie es in der That der Fall ist, auf solche von beliebig vielen Punkten bezöge. Nun stützt sich aber jener Lehrsatz auf Erklärung 5, nicht 3, desselben §[11]), in welcher gesagt wird, dass man Punktreihen von beliebig vielen Punkten projectivisch nenne, wenn jeder Punkt einer Punktreihe einem Punkte einer anderen Punktreihe so entspreche, dass das Doppelverhältniss von vier beliebigen Punkten der einen Punktreihe gleich dem Doppelverhältniss der entsprechenden vier Punkte der anderen sei. Daraus folgt nun aber noch lange nicht als selbstverständlich, dass zwei solche Reihen projectivisch sind, wenn sie in einer solchen Abhängigkeit zu einander stehen, dass einem Punkte der einen Reihe immer ein aber auch nur ein Punkt der anderen entspreche. Man muss vielmehr dann beweisen, dass je vier beliebige Punkte der einen Reihe dasselbe Doppelverhältniss haben, wie die entsprechenden vier Punkte der anderen.[12]) Dass der gegebene Beweis Herrn Sch. schwer oder gar unverständich vorkommt, kann ich nicht ändern; er ist von Chasles in dieser Form gegeben worden in dem traité de géométrie supérieure deutsch von Schnuse pag. 74.

Der Tadel wegen der vielen Druckfehler ist leider ein verdienter; jedoch ist durch ein nachträglich gedrucktes ausführlicheres Druckfehlerverzeichniss, welches die Besitzer von Exemplaren, denen es noch nicht beiliegt, von der Lehrmittelanstalt dahier beziehen können, auch diesem Mangel thunlichst abgeholfen, so dass ich zu hoffen wage, mein Werkchen werde auch in Schulen und nicht blos bei Lehrern der Mathematik Eingang finden.

Bensheim, den 9. Nov. 1872. Dr. Stoll.

Bemerkungen zu obiger Erwiderung.

Die verehrliche Redaction hat mir nur einen „möglichst kurzen“ Raum verstattet. Aus diesem Grunde und im Interesse der Leser dieser Zeitschrift beschränke ich mich auf einige wenige Bemerkungen.

1) Die aus Baltzers Elementen citirte Darstellung ist fast wörtlich dem Lehrbuch der Statik vom Möbius I, § 25 entlehnt. Möbius bedient sich dieser Bezeichnungsweise, um zunächst das Gesetz des Gleichgewichts dreier parallelen Kräfte durch die kurze Formel $P+Q+R=0$ auszudrücken. Dies berechtigt mich nicht, dieselbe in die Elementarmathematik einzuführen, wo sie zu Missverständnissen aller Art dienen kann. $AB+BC+CA=0$ gibt allerdings unzweideutig an, dass man nach Durchwanderung der drei Strecken AB, BC und CA wieder auf dem Ausgangspunkte A angekommen ist. Hat man aber den Ausdruck $AB+BC+CD=AD$, so sind unendlich viele Lagen für den Endpunkt D denkbar, wenn BC und CD ebensowohl vorwärts als rückwärts gedacht werden können. Dagegen gibt z. B. $AB+BC-CD=AD$ den Punkt D unzweideutig an, sobald die absoluten Längen der drei Strecken bekannt sind. Dass aber etwa $AB+BC-CD$ dasselbe sein soll, wie $AB+BC+DC$ wird einem Tertianer oder Secundaner schwer begreiflich zu machen sein. Man bleibe doch bei dem Einfachen und Natürlichen!

2) Ganz richtig! wenn man weiss oder sieht, wo der Punkt B liegt! Kehren Sie aber einmal die Sache um und fragen Sie, wo liegt der Punkt B, wenn $AB+BC=AC$ gegeben ist? Man vgl. Bemerk. 1).

3) Ich dächte, ich hätte den Grund weitläufig genug angegeben.

4) Ja freilich! nach Ihrer Ansicht, nach der meinigen ist es umgekehrt, weil ich die Richtungen der Strecken von dem ihnen gemeinschaftlichen Punkte aus rechne.

5) Dann ändern Sie nur an betreffender Stelle auch $-p^2$ in $+p^2$ und vice versa um!

6) S. Bemerkung 4).

7) Für Uneingeweihte schrieb Herr St. sein Buch, welches eine Brücke sein soll, die ihnen den Uebergang von der ältern zur neuern Behandlungsweise erleichtert?

8) Ich hatte geschrieben „involutorisches Punktsystem“ und so muss es entschieden auch heissen!

9) Von einem Tadel steht kein Wörtchen in meiner Besprechung, ich habe nur in Parenthese das Epitheton involutorisch als nothwendig bezeichnet.

10) Diesen Satz hätte Herr St. noch einige Male überdenken sollen, ehe er ihn zu seiner Rechtfertigung niederschrieb. Wo habe ich denn gesagt, dass man ein Doppelverhältniss allgemein ein anharmonisches Verhältniss nennen solle und dass Chasles dies thäte? Bei aufmerksamerem Lesen würde Herr St. gefunden haben, dass ich, nur mit etwas anderen Worten, gesagt habe: Wenn ein Doppelverhältniss $=-1$ ist, so heisst es ein harmonisches, ist es nicht $=-1$, so heisst es passend ein anharmonisches.

11) Allerdings habe ich mich darin geirrt, dass sich der Satz auf auf Erkl. 3) stütze. Der Irrthum würde nicht entstanden sein, wenn Herr St. in § 12 anstatt des einfachen Wortes „entspricht“ gesagt hätte: „so entspricht, wie in Erkl. 5 angezeigt ist.“ Das ändert indess in der Sache nichts. S. die folgende Bemerkung

12) In der Voraussetzung sagen Sie: Jedem Punkte einer Punktreihe solle ein Punkt einer andern Punktreihe so entsprechen, dass das Doppelverhältniss von 4 beliebigen Punkten (das soll doch wohl heissen: beliebig ausgewählten?) der einen Reihe gleich dem Doppelverhältniss der entsprechenden 4 Punkte der anderen Punktreihe sei, und nun wollen Sie

noch beweisen, dass je vier beliebige Punkte u. s. w. Wenn nun in § 11 schon bewiesen ist, dass zu 3 gegebenen Punkten a', b', c', die willkürlich als Punkte der zweiten Reihe angenommen werden können und drei beliebig ausgewählten a, b, c der ersten Reihe entsprechen sollen, der 4. d', welcher einem beliebigen 4. d der ersten Reihe entsprechen soll, nur zweideutig bestimmt ist: was will dann Ihr § 12 noch sagen?

Der von Ihnen hinzugefügte Chasles'sche Beweis, welcher nebenbei gesagt, nicht mir, wie Sie zu argwöhnen scheinen, unverständlich ist, sondern nur denjenigen, „welche mit analytischen allgemeinen Anschauungen noch nicht völlig vertraut sind," beweist nur, dass in 2 projectivischen Punktreihen einem jeden Punkte der einen nur ein Punkt der zweiten entsprechen kann. Dies aber ergibt sich schon, wie bereits erwähnt, aus § 11 und war es somit unnöthig, einen Beweis aus einer géométrie supérieur zu entlehnen.

Lübeck. Prof. Chr. Scherling.

Entgegnung

auf des Herrn Director C. Albrich zu Hermannstadt Bemerkung (6. Heft 1872 S. 537) über Dr. Hippauf's Abhandlung: „Trisection des Winkels" (3. Heft 1872 S. 125).

Wenn Herr Director Albrich es natürlich findet, dass sein im Programm des Gymnasiums A. C. zu Hermannstadt für das Schuljahr 1863/64 veröffentlichter Aufsatz: „Die Fusspunktlinie der Kegelschnitte und ihre Anwendung" mir, als dem Verfasser obengenannter Abhandlung entgangen ist, so habe ich dem nur noch zuzufügen, dass ich in der That so wenig eine Ahnung von jener Programm-Arbeit des Herrn Albrich gehabt, als beispielsweise auch diejenigen Herren Mathematiker vom Fach, deren Urtheil über meine Lösung des Trisections-Problems ich unten beizufügen mir erlaube.

In dem Wege aber, welchen ich zur Lösung der Aufgabe eingeschlagen, ist wohl kaum auch nur eine entfernte Aehnlichkeit mit der Methode des Herrn Albrich zu finden, zumal die Trisections-Curve, wie ich die Conchoide auf circularer Basis mit Radius-Abstand bezeichne, nach meiner Methode das Ergebniss von Massen-Trisections-Constructionen (geometrischer Ort des betreffenden Sehnen- und trisecirenden Radius-Schnittpunktes) ist.

Ausserdem hat Herr Albrich von seiner Fusspunktlinie des Kreises eben nicht nachgewiesen, dass sie die Trisections-Curve im allgemeinsten Sinne, d. h. für alle Fälle sei, und wie er selber sagt, kein besonderes Gewicht auf seine Mittheilung in jenem Aufsatz gelegt.

Wohl zweifle ich nicht, dass derselbe bei eingehenderer Prüfung der Natur der betreffenden Curve vielleicht zu demselben Resultat gekommen wäre, wie ich es gefunden.

Da übrigens das erwähnte Programm, welches ich nunmehr zur Einsicht erhalten, über die fragliche Aufgabe nur jenen von Herrn Director Albrich im 6. Hefte dieser Zeitschrift (1872) wörtlich mitgetheilten kurzen Passus enthält, so wird es jedem Leser leicht sein, durch Vergleich desselben mit meiner im 3. Heft (1872) veröffentlichten und ausserdem als Seperat-Ausgabe im Verlage von B. G. Teubner in Leipzig erschienenen Abhandlung sich ein eigenes Urtheil zu bilden. Dr. H. Hippauf.

Schlusssatz der vom Oberlehrer a. D. Dr. Garthe (Mitglied mehrerer gelehrten Gesellschaften, Ritter pp.) zu Köln in der Rheinischen Zeitung und in den Kölner Nachrichten (5. August 1872) veröffentlichten Kritik über Dr. Hippauf's Lösung des Problems der Trisection:

Gegen seine lichtvolle Behandlungsart ist wohl nichts einzuwenden, und ich unterschreibe mit Ueberzeugung seinen Ausspruch:

„dass die Conchoide auf circularer Basis mit Radius-Intervall die Trisection in allgemeiner und vollkommener Weise löse, und dass sie vor allen anderen Curven die ausschliesslich richtige und einzig wahre Trisections-Curve in des Wortes eigenster Bedeutung sei.“ Dr. Garthe.

Aus einem von dem Kaiserlich Russischen Wirklichen Staats-Rath Prof. Dr. Minding an der Universität Dorpat an den Rector Dr. Hippauf zu Halberstadt gerichteten brieflichen Gutachten vom 20. September 1872:

„Soweit meine Kenntniss reicht, scheint mir Ihr Verfahren, auf mechanisch geometrischem Wege zur Trisection des Winkels zu gelangen, unter allen ähnlichen Versuchen durch seine Einfachheit und Leichtigkeit den Vorzug zu verdienen.

Um Ihr Verfahren zur Trisection des Winkels allgemeiner bekannt zu machen, würde ich rathen, eine ganz kurze und einfache Darstellung desselben mit dem geometrischen Beweise einer mathematischen Zeitschrift zu übergeben; das würde die beste Anzeige sein.“ Prof. Minding.

Die wörtliche Uebereinstimmung vorstehender extractweiser Abschrift mit dem Originale beglaubigt

Halberstadt, den 10. Februar 1873. Der Stadtsecretär Biehl.

Bekanntmachung.

Die Unterzeichneten bitten ergebenst, nachstehende Mittheilung in den weitesten Kreisen verbreiten zu wollen.

Allen Fachgenossen an Realgymnasien, an Realschulen I. und II. Ordnung, sowie an höheren Bürgerschulen zeigen wir hierdurch an, dass die am 4. October v. J. in der Vorversammlung zu Eisenach beschlossene allgemeine deutsche Realschulmännerversammlung den 25.—27. September zu Gera stattfinden wird. Indem wir zu recht zahlreicher Betheiligung einladen, bemerken wir, dass die Anmeldungen zu Vorträgen über alle das Realschulwesen betreffenden Fragen an den mitunterzeichneten Director Ostendorf in Düsseldorf, die Anmeldungen zur Betheiligung an der Versammlung an den mitunterzeichneten Vorsitzenden des Localcomités, Director Lorey zu Gera erbeten werden. Wir werden später noch alles nähere bekannt machen, jedes Lehrcollegium besonders einladen und nach Möglichkeit Ermässigung der Fahrpreise auf den Eisenbahnen zu erlangen suchen.

Der Ausschuss zur Vorbereitung der ersten allgemeinen deutschen Realschulmänner-Versammlung.

Dr. Fischer, Bernburg. Dr. Krumme, Remscheid. Lorey, Gera. Dr. Niemeyer, Dresden.
Ostendorf, Düsseldorf. Dr. Richter, Eisleben. Prof. Dr. Runge, Berlin. Dr. Schauenburg, Crefeld.
Dr. Schellen, Köln. Dr. Schmidt, Königsberg. Dr. Stein, Giessen.

Eine erfreuliche Mittheilung.

Das (uns zugesandte) Ministerialblatt für Kirchen- und Schulangelegenheiten im Königr. Bayern enthält in Nr. 20 ds. Jahrg. (S. 209) folgende Verordnung:

An die sämmtlichen kgl. Regierungen, Kammern des Innern. Staatsministerium des Innern für Kirchen- und Schulangelegenheiten.

Im Verlage von B. G. Teubner in Leipzig erscheint eine von dem pp. I. C. V. Hoffmann, unter Mitwirkung von Fachlehrern herausgegebene „Zeitschrift für mathemathischen und naturw. Unterricht." Ausser der Methodik und Didaktik hat diese Zeitschrift insbesondere Beurtheilungen von Lehrbüchern und Programmen, desgleichen gedrängte Darstellungen des Fortschrittes und jeweiligen Standes der Mathematik und der Naturwissenschaft in das Bereich ihrer Behandlung gezogen.

Die sämmtlichen kgl. Regierungs-Kammern des Innern werden beauftragt, die Vorstände der humanistischen und technischen Mittelschulen auf diese Zeitschrift mit dem Bemerken aufmerksam zu machen, dass sich dieselbe zur Anschaffung für die Lehrercollegien und Anstaltsbibliotheken bestens empfehle.

München, den 9. Juni 1873.

Auf Sr. Majestät allerhöchsten Befehl Durch den Minister
der Generalsecretär
Dr. v. Lutz. Ministerialrath v. Bezold.

Wir freuen uns, dass endlich einmal wenigstens eine deutsche Regierung unser Organ, dessen weite Verbreitung das nicht geringe Verdienst der berühmten Verlagshandlung ist, den Schulbehörden empfiehlt. Die zwar sehr anerkennenden aber passiven Zuschriften, die wir in dieser Beziehung seiner Zeit von den preuss. und sächs. Cultusministerien empfingen, werden wir gelegentlich bekannt geben. Die Red.

Nekrolog.

Die Redaction erhielt aus Rawitsch (Posen) folgende Mittheilung: Am 27. Mai d. J. starb der Oberlehrer Dr. Hellmich im 35. Lebensjahre nach langem Leiden. Durch seine reichen Kenntnisse, seinen unermüdlichen Eifer und seine Pflichttreue hat er sich die Liebe seiner Schüler und Collegen in hohem Grade und um die hiesige Realschule grosse Verdienste erworben.

Wir fügen hinzu, dass die Arbeit „über den naturgeschichtlichen Unterricht," deren ersten Theil dieses Heft enthält, einen Beweis für die reiche Erfahrung und den Fleiss des Verstorbenen liefert und dass er sich durch sie einen schönen Denkstein in unserer Zeitschrift gesetzt hat. Friede seiner Asche! —

Herr Oberlehrer Dr. Beyer in Rawitsch bittet uns noch, Folgendes zu veröffentlichen:

Aus dem Nachlass des in Rawitsch verstorbenen Oberlehrers Dr. Hellmich ist eine grosse Zahl naturwissenschaftlicher Werke zu billigen Preisen abzulassen. Darunter befinden sich:

Muspratt. Chemische Technologie compl. mit allen Supplementen. 6 Bd. elg. geb. Ldpr. 57²/₃ Thlr. für 40 Thlr.
Graham-Otto. Ausführliches Lehrbuch der Chemie. 3. Aufl. 52—57. Ldpr. 16 Thlr. für 4 Thlr.
Wagner. Chem. Technologie. 5. Aufl. 65. Ldpr. 3 Thlr. für 1 Thlr.
Vogt. Lehrbuch der Geologie und Pretrefactenkunde. 2 Bd. 2. Aufl. 54. Ldpr. 7 Thlr. 15 Gr. für 2¹/₂ Thlr.
Quenstedt. Handbuch der Mineralogie. 55. für 1 Thlr.
Troschel und Ruthe. Handbuch der Zoologie. 5. Aufl. 59. Ldpr. 2¹/₄ Thlr. für 1 Thlr.
Schlossberger. Lehrb. der org. Chemie. 5. Aufl. 60. Ldpr. 4¹/₃ Thlr. für 1¹/₂ Thlr.
Fresenius Quantitative Analyse. 5. Aufl. 64. Ldpr. 5 Thlr. für 2 Thlr.
H. Rose. Ausführl. Handb. d. analytischen Chemie 2 Bd. 51. 1 Thlr.
Kopp. Geschichte der Chemie. 4 Bd. 43. Ldpr. 10 Thlr. für 4 Thlr.
Jacobsen. Chem. techn. Repertorium 8 Bd. 64—73 compl. Ldpr. ca. 16 Thlr. für 6 Thlr.
Verschiedene Lehrbücher der Chemie, beschreibenden Naturwissenschaften, Physik etc.

Für diejenigen Herrn Collegen, welche auf das eine oder andere Werk reflectiren sollten, bin ich zu jeder Auskunft bereit, würde denselben auf Wunsch auch ein ausführliches Bücherverzeichniss zusenden.

Rawitsch (Posen). Dr. Beyer, Oberlehrer.

Briefkasten der Redaction.

A. Allgemeiner.

1) Wir finden uns durch Einsendung verschiedener Beiträge zu der Erklärung veranlasst, dass nur solche Arbeiten in der Zeitschrift Aufnahme finden können, welche, gemäss der im Prospect klar ausgesprochenen Tendenz, ausgeprägte Beziehung zur Schule haben. Rein wissenschaftliche könnten nur als Lückenbüsser — deren wir aber nicht bedürfen — Aufnahme finden, mit Ausnahme kleinerer Mittheilungen. Wir bitten deshalb die Herren Fachgenossen, bei Ausarbeitung von Beiträgen als Leitstern die Praxis der im Prospect genannten vier Schulgattungen oder der Lehrbücher recht im Auge zu behalten und besonders auch das psychologische Element der Methodik und Didaktik zu berücksichtigen.

2) Wir haben bereits (Hft. 1 ds. Jahrg. allgem. Briefkasten) die Freunde und Leser dieser Zeitschrift in Universitätsstädten gebeten, uns über die mathematischen und naturw. Universitätsseminare genauere Mittheilungen zu machen. Wir haben aber bis dato nur von einer preuss. und von einer österr. Universität Nachricht erhalten.*) Wir haben uns sogar brieflich an Seminarleiter gewendet, sind aber — ohne Antwort (!) geblieben. Wir fragen: ist denn so wenig Interesse in Deutschland und Oesterreich für eine Angelegenheit, welche für die höhere Lehrerbildung von so hoher Wichtigkeit ist oder gibt es vielleicht gar keine mathem.-naturw. Universitätsseminare weiter? Wir erneuern also unsere dringende Bitte an alle Fachgenossen, Collegen und Freunde dieser Zeitschrift, welche das Glück haben, in Universitätsstädten Deutschlands, Oesterreichs und der Schweiz („so weit die deutsche Zunge klingt") zu wohnen:

uns über die mathem.-naturw. Universitätsseminare a) die wissenschaftlichen, b) die pädagogischen ihrer Universität (auch wenn solche nicht existiren) unverweilt Mittheilung zu machen, was am besten durch Einsendung der Statuten, Regulative und dergl. geschieht.

Wir können nicht eher über Universitätsseminare schreiben, als bis wir über den gegenwärtigen Zustand derselben genau unterrichtet sind.

3) Durch die grössere Pause, welche der Leipziger Buchdruckerstrike im Erscheinen unserer Zeitschrift nothwendig herbeigeführt hat, ist das rechtzeitige Erscheinen von Abhandlungen und namentlich Recensionen verspätet worden. Man wolle deshalb die Redaction entschuldigen.

B. Besonderer (alphabet. geordnet).

Herrn *A.* in Pisa: Sätze erhalten, bitte um Angabe Ihres ständigen Wohnorts. — *A.* in Hermannstadt: log. Tafeln und Beiträge erhalten. — Dr. *B.* in Rawitsch: Erhalten und befördert. — *B.* in Finnland: Lehre von den Parallelen erhalten. Das Thema ist so ausgetreten, dass die Geister zur Empfänglichkeit stumpf geworden sind. — *B.* in Lauenburg: es ist uns unmöglich, Ihnen die Zeitschrift zu besorgen, auch die Verlagshandlung befasst sich damit nicht. Wenden Sie sich an die nächste Sortimentsbuchhandlung Ihres Ortes auf Conto Ihrer Anstalt. Aus dem Milliardenstrome wird doch auch ein Tröpfchen in Ihre Lehrmittelcasse geflossen sein! — *D.* in Warschau: Die kleinen Mittheilungen sollen gelegentlich benützt werden. Eine Notiz über den mathem. und naturw. Unterricht in den polnischen (russischen) Mittelschulen dürfte nicht ohne Interesse sein. Vielleicht würde ein Vergleich mit dem deutschen Schulwesen den durchlauchtigsten Stolz der Panslaven wohl bekehren! — *D.* in Wesel: Wo bleibt das Werkchen über Determinanten? — *F.* in Hannover: Leitfaden erhalten, Besprechung desselben bereits besorgt. Dass Sie von der bekannt gemachten Göttinger M a t h e m a t i k e r - V e r s a m m l u n g*) nichts gehört haben sollten, ist unglaublich. Dass man im U.-Seminar zu X. Schulexperimente n i c h t lernt, ist zu bedauern. Solches Elend scheint aber auf vielen Universitäten zu herrschen. Ueber dieses Thema nächstens in der Zeitschr. — Dr. *F.* in Altona: Die Besprechung von Th.-T. wäre recht erwünscht. — Dr. *H.* in Halberstadt: Ihr Wunsch ist erfüllt. Sie werden jedoch von einem sehr verdienten Collegen in Schlöm. Ztschrft. den Nachweis zu erwarten haben, dass Ihre Trisection des Winkels „n i c h t s w e n i g e r a l s e i n e n e u e E r f i n d u n g s e i," dass vielmehr schon die Alten (Demetrius A.) selbst den Kern der Sache behandelt haben, was jedoch nicht ausschliesst, dass Sie (was ja in der Geschichte der Wissenschaft so oft passirt ist) auf anderm Wege selbständig zu demselben Ziele gelangt sind, und also Ihrer Ehre keinen Abbruch thut. Broschüre von Sidler in B. über dasselbe Thema soll erwähnt werden. Uebrigens meinen Glückwunsch! — *L.* in Stettin: Programm erhalten. — *L.* in Gera: Die „R e a l l e h r e r - v e r s a m m l u n g" in G. angezeigt. — *M.* in Coburg: Danke für die Winke. — Dr. M. in Göttingen: Senden Sie die Beschreibung Ihrer Apparate ein. Der beste Platz für solche Sachen würde die Wiener Lehrmittelausstellung sein. — Dr. *U.* in Halle: Eine zweckentsprechende P h y s i k f ü r M ä d c h e n s c h u l e n scheint es wirklich nicht zu geben. Die empfohlenen Bücher enthalten aber Stoff dazu. Sie würde am besten verfasst werden unter Beihülfe einer tüchtigen Hausfrau. — *Z.* in Witten: Sehr erwünscht! Wird hoffentlich ein Anregungsmittel für H. sein, das Versprochene endlich zu liefern und den S. tüchtig auf's Korn zu nehmen.

A n d i e R e d a c t i o n e n v o n 1) Nouv. Ann. des M., Mr. Brisse (Paris): Sie erhalten die Zeitschrift durch die Verlagshandlung (B. G. Teubner) in Leipzig. — 2) Revue de l'Instruction publique en Belgique. Dr. Keiffer, Gent: Ihr Blatt erhalten Jahrg. 1870. Livraison 2—6. (die 1. fehlt). 1871. 1—6. 1872. 1—4. Wir bitten um Vervollständigung und werden Ihnen dann von unserer Zeitschr. dieselben Jahrgänge zusenden. 3) Päd. Arch. Stettin: Wollen Sie noch auf Journaltausch eingehen?

---

*) Soeben gehen der Redaction während der Revision der Correctur zu: d i e S t a t u t e n d e s m a t h e m . - p h y s . S e m i n a r s u n d d e r B e r i c h t d e r M a t h e m a t i k e r - V e r s a m m l u n g i n G ö t t i n g e n .

Notiz.

Während der Wiener Weltausstellung hält sich der Herausgeber dieser Zeitschrift in Wien auf. Man wolle deshalb etwaige Briefe u. dgl. direct an ihn adressiren. Adr.: Wien, Wieden, Neumanngasse 5. III. Thür 63.

Eine Vereinigung der die Wiener Weltausstellung während der Sommerferien besuchenden Lehrer der Mathematik und Naturw. an Mittelschulen wäre sehr wünschenswerth und ist der Herausgeber ds. Zeitschrift zur Vermittelung gern erbötig. —

Lehrsätze, Beweise und Constructionen für einen Cursus der neueren Geometrie an Mittelschulen.

Von Fr. G. Affolter zu Solothurn.

(Mit 11 Figuren.)

I.

In den nachfolgenden Mittheilungen gedenke ich einige, theils alte geometrische Sätze nach einer, der Mittelschule angemessenen Methode zu behandeln, theils neue Sätze, die bis jetzt im Allgemeinen von der Schule ausgeschlossen waren, durch eine einfache Behandlung als nothwendigen geometrischen Lehrstoff der Schule zuzuführen.

In den Entwickelungen schliesse ich mich vollständig (mit Ausnahme einiger Bezeichnungen) an das ausgezeichnete Schulbuch: „Einleitung in die Synthetische Geometrie von C. F. Geiser“ an und verweise jedesmal durch (E. G. §.) auf dasselbe.

1. Vermischte Sätze.

a) Es seien in einer Ebene zwei Kreise K_1 und K_2 mit den gleichnamigen Mittelpunkten gegeben, so besitzen dieselben (E. G. §. 14) immer eine Potenzlinie. Diese Potenzlinie P geht durch die (reellen oder imaginären) Schnittpunkte s_1 und s_2 der beiden Kreise und steht zur Centrallinie normal. Bezeichnen wir die Radien der Kreise mit r_1 und r_2, die Centrallinie $\overline{K_1 K_2}$ mit e_{12}; den Schnittpunkt der Potenzlinie P mit der Centrallinie mit p_3 und endlich die Abschnitte $\overline{K_1 p_3}$ und $\overline{K_2 p_3}$ mit e_{13} und e_{23}, so haben wir den Fig. 1a und 1b entsprechend (E. G. §. 14)

$$1) \qquad e_{13} = \frac{e_{12}^2 + r_1^2 - r_2^2}{2\,e_{12}}; \quad e_{23} = \frac{e_{12}^2 - r_1^2 + r_2^2}{2\,e_{12}}$$

Bezeichnen wir insbesondere in Fig. 1a, wo sich die beiden Kreise K_1 und K_2 in den Punkten s_1 und s_2 schneiden, den

Schnittwinkel der beiden Kreise mit φ_3, so haben wir

$$e_{12}^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos \varphi_3,$$

und die Gleichungen 1 gehen in nachfolgende über

$$2) \qquad e_{13} = r_1 \frac{r_1 + r_2 \cos \varphi_3}{e_{12}}; \quad e_{23} = z_2 \frac{r_2 + r_1 \cos \varphi_3}{e_{12}}.$$

Ist $\varphi_3 = 90^0$, d. h. schneiden sich die beiden Kreise K_1 und K_2 rechtwinklig, so erhalten wir

$$3) \qquad e_{12} = \frac{r_1^2}{e_{12}}; \qquad e_{23} = \frac{r_2^2}{e_{12}}$$

Diese einfachen Gleichungen 1) bis 3), und insbesondere die Gleichungen 3) besitzen eine mannigfaltige Anwendung. Es möge hier vorerst nur eine Raum finden.

Haben wir irgend drei Kreise K_1, K_2, K_3, so besitzen je zwei davon eine Potenzlinie. Diese drei Potenzlinien schneiden das durch die drei Mittelpunkte K_1, K_2, K_3 gebildete Dreieck in den drei Punkten p_1, p_2, p_3 (Fig. 2). Diese Punkte bestimmen auf den drei Seiten dieses Dreiecks sechs Abschnitte, die durch folgende Gleichungen gegeben sind (siehe oben Gleichungen 1):

$$e_{13} = \frac{e_{12}^2 + r_1^2 - r_2^2}{2\, e_{12}}; \quad e_{23} = \frac{e_{12}^2 - r_1^2 + r_2^2}{2\, e_{12}}.$$

$$e_{21} = \frac{e_{23}^2 + r_2^2 - r_3^2}{2\, e_{23}}; \quad e_{31} = \frac{e_{23}^2 - r_2^2 + r_3^2}{2\, e_{23}}.$$

$$e_{12} = \frac{e_{31}^3 + r_3^2 - r_1^2}{2\, e_{31}}; \quad e_{32} = \frac{e_{31}^2 - r_3^2 + r_1^2}{2\, e_{31}}.$$

Bilden wir die Quadrate dieser Abschnitte und setzen

$$e_{13}^2 + e_{21}^2 + e_{32}^3 = S^2; \quad e_{23}^2 + e_{31}^2 + e_{12}^2 = S_1^2,$$

so finden wir

$$4S^2 = e_{12}^2 + e_{23}^2 + e_{31}^2 + \left(\frac{r_1^2 - r_2^3}{e_{12}}\right)^2 + \left(\frac{r_2^3 - r_3^2}{e_{23}}\right)^2 + \left(\frac{r_3^2 - r_1^2}{e_{31}}\right)^2 = 4S_1^2,$$

d. h. die drei Potenzlinien P_{12}, P_{23} und P_{31} gehen durch denselben Punkt (E. G. §. 3).

---

b) Die Entwicklungen der Eigenschaften von Pol und Polare eines Kreises werden gewöhnlich nach der alten Steiner'schen Methode durchgeführt. Diese Ableitungsweise ist auch in (E. G. §. 18) beibehalten, während mich der Herr Verfasser auf eine andere aufmerksam gemacht hat, die ich mir erlaube im Interesse der Schule hier mitzutheilen.

Die Beziehungen zwischen Pol und Polare ergeben sich aus dem Satze (E. G. §. 8, p. 47):

Schneiden sich zwei Kreise rechtwinklig und legt man durch den Mittelpunkt des einen eine beliebige Gerade, so schneidet diese die beiden Kreise in vier harmonischen Punkten, wo je die Schnittpunkte des einen Kreises zugeordnete Punkte sind. Und umgekehrt:

Legt man durch die zugeordneten Punktepaare von vier harmonischen Punkten einer Geraden je einen Kreis, wo der eine von beiden sich ergebenden Kreisen seinen Mittelpunkt auf der Geraden der vier harmonischen Punkten liegend hat, so schneiden sich beide Kreise rechtwinklig.

Es sei irgend ein Kreis K und ein Punkt p gegeben und zwar liege in Fig. 3a der Punkt p ausserhalb und in Fig. 3b innerhalb des Kreises K. Legen wir durch den Punkt p irgend einen Kreis M_x, der den Kreis K rechtwinklig schneide, so schneidet alsdann der Durchmesser des Kreises K, der durch den Punkt p hindurchgeht, den Kreis M_x ausser in p noch in einem zweiten Punkte p_1. Die Endpunkte dieses Durchmessers seien a und b. Die vier Punkte a, b, p und p_1 bilden nach dem obigen Satze eine Gruppe von vier harmonischen Punkten. Da nun aber der Punkt p_1 durch die drei andern Punkte a, b, p eindeutig bestimmt ist, so muss der Kreis M_x, wie er sonst auch liegen mag, immer durch den Punkt p_1 hindurch gehen, und wir haben so:

1) Alle Kreise, welche durch einen Punkt gehen und einen bestimmten Kreis rechtwinklig schneiden, gehen noch durch einen zweiten Punkt. Diese Punkte sind zugeordnete harmonische Pole in Bezug auf den gegebenen Kreis.

Ziehen wir in allen möglichen Lagen des Kreises M_x den Durchmesser $p M_x$, welcher den Kreis M_x zum zweiten Male in p_x und den Kreis p je in den Punkten a_x und b_x schneide, so sind die vier Punkte a_x, b_x, p und p_x nach dem oben angegebenen Satze vier harmonische Punkte, d. h. in allen Lagen des Kreises M_x sind p und p_x zugeordnete harmonische Pole in Bezug auf den Kreis K. Da die Kreise M_x durch die zwei festen Punkte p und p_1 gehen, so liegen ihre Mittelpunkte M_x auf der durch die Mitte von $p p_1$ hindurchgehenden und zu pp_1 normal stehenden Geraden. Es liegt also

der Endpunkt p_x des Durchmessers pp_x auf einer zweiten, mit der vorigen parallelen Geraden, die durch p_1 geht. Wir haben so:

2) Der Ort der zugeordneten harmonischen Pole irgend eines Punktes in Bezug auf einen Kreis ist eine Gerade. Diese Gerade steht zum Durchmesser des Kreises, der durch den Punkt geht, normal etc. etc.

Liegt der Pol p (Fig. 3a) ausserhalb des Kreises K, so schneidet die Polare dieser Punkte den Kreis in den Berührungspunkten t_1 und t_2 der von p nach dem Kreise gehenden Tangente pt_1 und pt_2. Beschreiben wir um p als Mittelpunkt den Kreis, dessen Radius gleich der Tangente pt_1 ist, so schneidet dieser Kreis jenen rechtwinklig und wir haben:

3) Schneiden sich zwei Kreise rechtwinklig, so ist ihre Potenzlinie die Polare des Mittelpunktes des einen Kreises in Bezug auf den andern, und umgekehrt ist der Mittelpunkt des einen von zwei sich rechtwinklig schneidenden Kreisen der Pol der Potenzlinie der beiden Kreise je in Bezug auf den andern etc. etc.

---

c) Der Kreis O schneide in Fig. 4 die zwei Kreise K_1 und K_2 rechtwinklig. Die Potenzlinien zu den Kreisen O und K_1 wie O und K_2 schneiden die Centrallinien $\overline{OK_1}$ und $\overline{K_1K_2}$ wie $\overline{OK_2}$ und $\overline{K_1K_2}$ je in den Punkten p_1 und q_1 wie p_2 und q_2. Bezeichnen wir die Radien der Kreise K_1, K_2 und O beziehlich mit r_1, r_2 und r, die Centrallinien mit d_1, d_2 und d_{12}, so dass je

$$d_1 = \overline{OK_1},\ d_2 = \overline{OK_2}\ \text{ und }\ d_{12} = \overline{K_1K_2}$$

ist, so haben wir nach den Gleichungen 3

$$\overline{K_1p_1} = \frac{r_1^2}{d_1},\quad \overline{K_2p_2} = \frac{r_2^2}{d_2}.$$

Aus Fig. 4 folgt aber

$$\overline{K_1q_1} = \frac{\overline{K_1p_1}}{\cos K_1} = \frac{r_1^2}{d_1\cos K_1},\ \overline{K_2q_2} = \frac{\overline{K_2p_2}}{\cos K_2} = \frac{r_2^2}{d_2\cos K_2}.$$

und

$$\overline{K_1q_2} = d_{12} - \frac{r_2^2}{d_2\cos K_2},\ \overline{K_2q_1} = d_{12} - \frac{r_1^2}{d_1\cos K_1}.$$

Setzen wir den Ausdruck

$$\frac{\overline{K_1q_1}\cdot\overline{K_1q_2}}{\overline{K_2q_2}\cdot\overline{K_2q_1}} = T,$$

so folgt

$$T = \frac{r_1^2 d_1 \cos K_1}{r_1^2 d_1 \cos K_1} \cdot \frac{d_{12} - \frac{r_2^2}{d_2 \cos K_2}}{d_{12} - \frac{r_1^2}{d_1 \cos K_1}}$$

oder

$$T = \frac{r_1^2 (d_{12} d_2 \cos K_2 - r_2^2)}{r_2 \ (d_{12} d_1 \cos K_1 - r_1^2)}.$$

Aus dem Dreieck $O K_1 K_2$ ergiebt sich mit Hülfe des Cosinussatzes

$$d_{12}\, d_1 \cos K_1 - r_1^2 = \frac{d_{12}^2 - d_1^2 - d_2^2 + 2r^2}{2} = d_{12}\, d_2 \cos K_2 - r_2^2.$$

Wir haben somit das Resultat

$$4) \qquad T = \frac{\overline{K_1 q_1} \cdot \overline{K_1 q_2}}{\overline{K_2 q_1} \cdot \overline{K_2 q_2}} = \frac{r_1^2}{r_2^2}.$$

Beachtet man, dass die Radien r_1 und r_2 gleich den Tangenten sind, die je von K_1 und K_2 an den Kreis O gehen und dass die Potenzlinien die Polaren der Punkte K_1 und K_2 in Bezug auf den Kreis O sind, so kann man die Gleichung 4) in nachfolgender Weise aussprechen:

4) Die Polaren zweier Punkte in Bezug auf einen Kreis schneiden die Verbindungsgerade dieser Punkte in zwei solchen Punkten, dass die Produkte der Abschnitte, je zwischen einem der gegebenen Punkte und den beiden Schnittpunkten liegend, in demselben Verhältniss stehen, wie die Quadrate der von den Punkten an den Kreis gehenden Tangenten.

Bemerkung. Dieser Satz bleibt auch noch gültig, wenn die Punkte K_1 und K_2 statt, wie hier, ausserhalb des Kreises O, beide innerhalb, oder der eine innerhalb und der andere ausserhalb liegen, nur treten an die Stelle der Quadrate der Tangenten die Potenz der Punkte K_1 und K_2 in Bezug auf den Kreis O. Dies kann in jedem dieser Fälle nach einem, dem obigen Verfahren entsprechenden Beweise als richtig dargethan werden. Wir haben somit den Satz:

5) Die Polaren zweier Punkte in Bezug auf einen Kreis schneiden die Verbindungsgrade dieser Punkte in zwei solchen Punkten so, dass die Produkte der Abschnitte, je aus einem der gegebenen Punkte und den beiden Schnittpunkten gebildet, in demselben

Verhältniss stehen, wie die Potenzen der beiden Punkte in Bezug auf den Kreis.

Bezeichnen wir (Fig. 4) die Schnittpunkte des Kreises O mit der Geraden $\overline{K_1 K_2}$ mit g_1 und g_2, so bilden je die vier Punkte g_1, g_2, K_1, q_1 und g_1, g_2, K_2, q_2 eine Gruppe von vier harmonischen Punkten. Die Potenzen p_1^2 und p_2^2 der Punkte K_1 und K_2 in Bezug auf den Kreis O sind beziehlich gleich den Produkten $\overline{K_1 g_1} \cdot \overline{K_1 g_2}$ und $\overline{K_2 g_2} \cdot \overline{K_2 g_1}$. Die Gleichung 4) lässt sich also in folgender Weise schreiben:

$$5) \qquad \frac{\overline{K_1 q_1} \cdot \overline{K_1 q_2}}{\overline{K_2 q_1} \cdot \overline{K_2 q_2}} = \frac{\overline{K_1 g_1} \cdot \overline{K_1 g_2}}{\overline{K_2 g_1} \cdot \overline{K_2 g_2}}.$$

Diese Relation zwischen den Strecken dreier Punktepaare, von denen zwei je in Bezug auf das dritte harmonisch liegen, lässt sich leicht in anderen Formen darstellen, auf das wir hier nicht eingehen. Diese Beziehungen haben eine mannigfaltige Anwendung in der Theorie von Pol und Polare eines Kreises (Kegelschnitte), von denen wir hier nur eine angeben wollen.

Haben wir irgend drei Punkte p_1, p_2, p_3 in der Ebene eines Kreises O. Es seien P_1, P_2, P_3 (Fig. 5) die Polaren jener Punkte in Bezug auf den Kreis O. Es bilden nun die drei Punkte p_1, p_2, p_3 ein Dreieck mit den Seiten S_1, S_2, S_3. Ebenso bilden die drei Polaren P_1, P_2, P_3 ein Dreieck mit den Ecken s_1, s_2, s_3. Es folgt nun aus der Theorie von Pol und Polare ohne weiteres, dass diese Punkte s_1, s_2, s_3 die Pole zu den Seiten S_1, S_2, S_3 sind. Diese beiden Dreiecke haben also die Eigenschaft, dass die Ecken des einen die Pole zu den Seiten des andern sind und heissen deshalb Polar-Dreiecke.

Bezeichnen wir den Schnittpunkt der Seiten P_x und S_x mit a_x, so erhalten wir die drei Schnittpunkte a_1, a_2, a_3.

Ueber die Lage dieser drei Punkte ergiebt sich Folgendes:

Liegen z. B., wie in Fig. 5, die drei Punkte p_1, p_2, p_3 innerhalb des Kreises O, so müssen die Polaren P_1, P_2, P_3 ganz ausserhalb des Kreises liegen, also auch die Punkte a_1, a_2, a_3, d. h. diese letzteren Punkte liegen auf den verlängerten Seite des Dreiecks p_1, p_2, p_3. Ebenso leicht findet man bei jede andern Annahme der Lage der drei Punkte p_1, p_2, p_3, das die Punkte a_1, a_2, a_3 entweder alle drei auf den verlangter Seiten des Dreiecks p_1, p_2, p_3 oder aber zwei auf den Seitei

selbst und nur der dritte auf der dritten verlängerten Seite des Dreiecks liegen. Die Situationsbedingung der drei Punkte a_1, a_2, a_3 ist also entsprechend der Situationsbedingung der drei Punkte einer Transversalen des Dreiecks.

Betrachten wir nun die Polaren P_x als Transversalen des Dreiecks p_1, p_2, p_3, so ergeben sich nachfolgende Gleichungen.

1) Mit Hülfe der Transversale P_1

$$\overline{a_1 p_2} \times \overline{b_{12} p_3} \times \overline{b_{13} p_1} = \overline{a_1 p_3} \times \overline{b_{12} p_1} \times \overline{b_{13} p_2}$$

oder

$$1) \qquad \frac{\overline{a_1 p_2}}{\overline{a_1 p_3}} = \frac{\overline{p_1 b_{12}} \times \overline{p_2 b_{13}}}{\overline{p_3 b_{12}} \times \overline{p_1 b_{13}}}.$$

Ebenso findet man mit den beiden andern Transversalen P_2 und P_3

$$2) \qquad \frac{\overline{a_2 p_3}}{\overline{a_2 p_1}} = \frac{\overline{p_3 b_{21}} \times \overline{p_2 b_{23}}}{\overline{p_2 b_{21}} \times \overline{p_1 b_{23}}}.$$

$$3) \qquad \frac{\overline{a_3 p_1}}{\overline{a_3 p_2}} = \frac{\overline{p_3 b_{31}} \cdot \overline{p_1 b_{32}}}{\overline{p_2 b_{31}} \cdot \overline{p_3 b_{32}}}.$$

Multipliciren wir die linken und rechten Seiten dieser drei Gleichungen je mit einander, so ergiebt sich

$$\frac{\overline{a_1 p_2} \cdot \overline{a_2 p_3} \cdot \overline{a_3 p_1}}{\overline{a_1 p_3} \cdot \overline{a_2 p_1} \cdot \overline{a_3 p_2}} = \frac{\overline{p_1 b_{12}} \cdot \overline{p_1 b_{32}}}{\overline{p_3 b_{12}} \cdot \overline{p_3 b_{32}}} \cdot \frac{\overline{p_2 b_{13}} \cdot \overline{p_2 b_{23}}}{\overline{p_1 b_{13}} \cdot \overline{p_1 b_{23}}} \cdot \frac{\overline{p_2 b_{21}} \cdot \overline{p_3 b_{31}}}{\overline{p_2 b_{21}} \cdot \overline{p_3 b_{31}}}.$$

Bezeichnen wir die Potenzen der Punkte p_1, p_2, p_3 in Bezug auf den Kreis O mit p_1^2, p_2^2 und p_3^2, so haben wir nach Lehrsatz 5)

$$\frac{\overline{p_1 b_{12}} \cdot \overline{p_1 b_{32}}}{\overline{p_3 b_{12}} \cdot \overline{p_3 b_{32}}} = \frac{p_1^2}{p_2^2}.$$

$$\frac{\overline{p_2 b_{13}} \cdot \overline{p_2 b_{23}}}{\overline{p_1 b_{13}} \cdot \overline{p_1 b_{23}}} = \frac{p_2^2}{p_1^2}.$$

$$\frac{\overline{p_3 b_{21}} \cdot \overline{p_3 b_{31}}}{\overline{p_2 b_{21}} \cdot \overline{p_2 b_{31}}} = \frac{p_3^2}{p_2^2}.$$

Unter Beachtung dieser Gleichungen geht obige Gleichung in nachfolgende über

$$\frac{\overline{a_1 p_2} \times \overline{a_2 p_3} \cdot \overline{a_3 p_1}}{\overline{a_2 p_3} \times \overline{a_2 p_1} \cdot \overline{a_3 p_2}} = \frac{p_2^2}{p_3^2} \cdot \frac{p_3^2}{p_1^2} \cdot \frac{p_1^2}{p_2^2} = 1,$$

oder

$$\overline{a_1 p_2} \times \overline{a_2 p_3} \times \overline{a_3 p_1} = \overline{a_2 p_3} \times \overline{a_2 p_1} \times \overline{a_3 p_2}.$$

Es liegen also die drei Punkte a_1, a_2 und a_3 in einer Geraden (E. G. §. 1).

Die Geraden $\overline{p_1 s_1}$, $\overline{p_2 s_2}$ und $\overline{p_3 s_3}$ sind die Polaren der Punkte a_1, a_2 und a_3, und weil diese letztern auf einer Geraden liegen, so gehen jene drei Geraden durch einen Punkt, durch den Pol dieser Geraden. Wir haben somit den Satz:

6) Irgend ein Dreieck liegt mit seinem Polardreieck immer projectorisch. Das Projectionscentrum ist immer der Pol zur Projectionsaxe.

---

d) Steiner giebt im 30. Bande des Crelle'schen Journals den nachfolgenden Satz.

Es sei ABC ein beliebiges Dreieck, H der Höhendurchschnitt seiner drei Höhen und abc seien die Mitten der den Ecken A, B, C gegenüberstehenden Seiten. Wird um H irgend ein Kreis beschrieben, welcher die die Seiten ab, bc und ca des Dreiecks abc beziehlich in den Punkten C_1, A_1, B_1 schneidet, so ist allemal

$$AA_1 = BB_1 = CC_1$$

Beweis. Aus Fig. 6 folgt:

$$\overline{AA_1}^2 = \overline{A\alpha}^2 + \overline{A_1\alpha}^2, \quad \overline{BB_1}^2 = \overline{B\beta}^2 + \overline{B\beta_1}^2.$$

Nun ist

$$\overline{A_1\alpha}^2 = \overline{HA_1}^2 - \overline{H\alpha}^2, \quad \overline{B\beta}^2 = \overline{HB_1}^2 - \overline{H\beta}^2.$$

Da $HA_1 = HB_1 = R$ gleich dem Radius des beschriebenen Kreises ist, so hat man

$$\overline{AA_1}^2 = \overline{A\alpha}^2 + R^2 - \overline{H\alpha}^2, \quad BB_1{}^2 = \overline{BB}^2 + R^2 - \overline{H\beta}^2,$$

folglich

$$\overline{AA_1}^2 - \overline{BB_1}^2 = \overline{A\alpha}^2 - \overline{B\beta}^2 - (\overline{H\alpha}^2 - \overline{H\beta}^2).$$

Für alle um H beschriebenen Kreise ist der Ausdruck rechts derselbe, weil er von dem Radius R des Kreises unabhängig ist. Es ist somit

$$\overline{A\alpha}^2 - \overline{B\beta}^2 - (\overline{H\alpha}^2 - \overline{H\beta}^2) = \text{Constant}.$$

Der Werth dieses Ausdruckes lässt sich, wie folgt, bestimmen. Beschreiben wir denjenigen Kreis, der durch C hindurchgeht, so geht in diesem Fall

$$AA_1 \text{ wie } BB_1 \text{ in } Ac = Bc \text{ über,}$$

und man hat

$$AA_1{}^2 - BB_1{}^2 = 0.$$

Es ist also auch für jede Grösse des Kreises um H

$$A\alpha^2 - \overline{B\beta}^2 - (\overline{H\alpha}^2 - \overline{H\beta}^2) = 0,$$

oder er ist immer

$$AA_1^2 - BB_1^2 = 0,$$

d. h. er ist $AA_1 = BB_1$ etc.

---

e) Als eine sehr schöne Specialisirung des Falls der perspectivischen Lage zweier Dreiecke mag nachfolgende Lage zweier Dreiecke gelten.

Es seien in Fig. 7 die Seiten des einen Dreiecks abc parallel mit den Seiten des andern Dreiecks ABC, oder mit andern Worten: Es seien drei Paare je paralleler Geraden gegeben. Fassen wir von diesen sechs Geraden je drei nicht parallele zu einem Dreieck zusammen, so sind seine Seiten mit denen des durch die drei übrigen Geraden gebildeten Dreiecks parallel, d. h. die Seiten des einen Dreiecks schneiden je die Seiten des andern Dreiecks im Unendlichen (E. G. § 8). Es liegen somit die drei Schnittpunkte in der unendlich fernen Geraden der Ebene (E. G. §. 9), und die Dreiecke sind somit perspectivisch gelegen.

Die Verbindungsgeraden der entsprechenden Ecken je der betrachteten Dreiecke gehen durch denselben Punkt p. So schneiden sich z. B. die Geraden $\overline{Aa}, \overline{Bb}, \overline{Cc}$ in dem Punkte p_1. Die drei Paare von Geraden lassen sich auf vier wesentlich verschiedene Arten zu je zwei auf obige Art perspectivisch liegenden Dreiecken zusammenstellen. Die Verbindungsgeraden der entsprechenden je zweier einander zugeordneter Dreiecke sind aber identisch mit den Diagonalen der drei durch die drei Paare Parallellinien gebildeten Parallelogramme. Diese Diagonalen schneiden sich also viermal zu je Dreien in einem Punkte, beziehendlich in den Punkten p_1, p_2, p_3, p_4.

Wir haben so das Resultat.

6) Die Diagonalen der drei Parallelogramme, die durch die drei Paare je paralleler Geraden gebildet werden, schneiden sich viermal zu Dreien in einem Punkte.

Haben die drei Geradenpaare gleiche Entfernungen, so sind die Parallelogramme Rhomben und die Diagonalen halbiren die Winkel der Dreiecke. Man erhält also auf diese Weise sehr einfach den bekannten Satz über die sechs Winkelhalbirenden eines Dreiecks.

Diese drei Paare paralleler Geraden besitzen ausser vielen andern die nachfolgende Eigenschaft: Nehmen wir die Endpunkte je einer Diagonale aller drei Parallelogramme zu entsprechenden Ecken je zweier Dreiecke so zwar, dass keine Seite dieser Dreiecke auf einer der gegebenen Geraden liegt, so sind diese zwei Dreiecke immer einander an Fläche gleich.

Beweis. Aus Fig. 8 folgt:

$$\triangle\, abc = \triangle\, aCd + \triangle\, adb + \triangle\, bCc + \triangle\, aCc$$
$$\triangle\, ABC = \triangle\, aCd + \triangle\, CAa + \triangle\, dCB + \triangle\, AaB.$$

Nun ist aber

$$\triangle\, aCc = \triangle\, AaC$$
$$\triangle\, adb + \triangle\, bCc = \triangle\, adb + \triangle\, dBC + \triangle\, bdB$$
$$\triangle\, BAa + \triangle\, dBC = \triangle\, adb + \triangle\, dBC + \triangle\, bdB.$$

Unter Beachtung dieser Gleichungen ergiebt sich, dass

$$\triangle\, abc = \triangle\, ABC.$$

Diesen Satz hat Herr Director Denzler in Band 2 der Zürcher Vierteljahrsschrift gegeben und annalytisch bewiesen.

Aus der Lehre der perspectivischen Lage zweier Dreiecke ergeben sich noch nachfolgende, einfache aber schöne Resultate.

Es sei Fig. 9 $e_1\, e_2\, e_3$ ein Dreieck, auf dessen Seiten die Punkte g_1, g_2, g_3 einer Geraden fixirt sind. Construiren wir die Geraden $\overline{g_1\, e_1}$, $\overline{g_2\, e_2}$, $\overline{g_3\, e_3}$, so bilden diese ein dem Dreiecke umschriebenes Dreieck $e_1^1\, e_2^1\, e_3^1$. Da aber diese Dreiecke perspectivisch liegen, so schneiden sich die Projectionsstrahlen $\overline{e_1\, e_1}$, $e_2\, e_2^1$, $e_3\, e_3$ in einem Punkte P. Diese drei Strahlen schneiden die Seiten des Dreiecks $e_1\, e_2\, e_3$ in den Punkten a_1, e_2, a_3. Die Dreiecke $e_1\, e_2\, e_3$ und $e_1^1\, e_2^1\, P$ liegen perspectivisch, weil die Projectionsstrahlen $e_1\, P$, $e_2^1\, e_3$ und $e_3^1\, e_2$ durch einen Punkt — durch den Punkt e_1^1 — gehen. Es liegen also die Schnittpunkte der entsprechenden Seiten dieser Dreiecke in einer Geraden, d. h. die Punkte g_1, a_2 und a_3 liegen auf einer Geraden. Ebenso beweist man, dass die Punkte $g_2\, a_3\, a_1$ und $g_3\, a_1\, a_2$ je auf einer Geraden liegen. Das Dreieck $a_1\, a_2\, a_3$ ist dem Dreieck $e_1\, e_2\, e_3$ einbeschrieben und seine Seiten gehen je durch die Punkte g_1, g_2, g_3. Wir können somit die nachfolgende Aufgabe lösen.

Aufgabe. Einem Dreieck ein Dreieck so einzubeschreiben, dass beide Dreiecke perspectivisch liegen, wobei das Projectionscentrum oder die Projectionsaxe gegeben ist.

Auflösung. 1) Ist das Projectionscentrum gegeben, so schneiden seine Verbindungsgeraden mit den Ecken des gegebenen Dreiecks je die Gegenseiten desselben in den Ecken des gesuchten Dreiecks.

2) Ist die Projectionsaxe gegeben, so construirt man das Dreieck, das dem gegebenen Dreieck umschrieben ist und dessen Seiten beziehlich durch die Schnittpunkte der Projectionsaxe mit den Seiten des gegebenen Dreiecks gehen. Die Projectionsstrahlen dieser beiden Dreiecke schneiden die Seiten des gegebenen Dreiecks in den Ecken des gesuchten Dreiecks.

Ueber den naturgeschichtlichen Unterricht auf Realschulen I. Ordnung.

Von Dr. Hellmich,
weiland Oberlehrer an der Realschule I. Ord. zu Rawitsch i. Posen.

II.*)

Beschaffung und Erhaltung des Lehrmaterials.

Ebenso wesentlich, wie eine richtige Vertheilung des abzuhandelnden Lehrstoffes, ist für einen guten Erfolg des naturgeschichtlichen Unterrichts eine geeignete Sammlung. Ich brauche wohl nicht weitschweifig die Behauptung zu erweissen, dass ein kleines, mit wenig Mitteln zusammengestelltes Naturalien-Kabinet für die Schule von viel höherem Nutzen sein kann, als ein mit Hunderten von Thalern zusammengekauftes grosses und prächtiges, welches mit der Seltenheit einzelner Exemplare und der Eleganz seiner Einrichtungen prahlt. Ich möchte sogar beinahe behaupten, dass eine zu grossartige und umfangreiche Sammlung oft den Schulzwecken schadet, indem sie den Lehrer leicht zu jener Lehrseligkeit verleiten kann, die Rossmässler in seinem „Naturgeschichtlichen Unterricht" mit Recht tadelt, weil sie oft das Wichtigste auf Kosten von interessanten Nebendingen versäumt; denn interessant ist ja für einen echten Naturwissenschaftler alles aus der Natur und darum die Gefahr des Abschweifens für den Lehrer so gross. Ich will damit nicht gesagt haben, man solle Geschenke von seltenen und kostbaren Naturalien zurückweissen, oder eine Schule solle trotz reicher Mittel solche Sachen nicht beschaffen. Ist das Nothwendige vorhanden,

---

*) S. Abschn. I. S. 85 ff. Der zweite Theil dieser tüchtigen Arbeit des leider zu früh verstorbenen Verfassers dürfte gerade jetzt wegen der Wiener Lehrmittelausstellung und für jene Collegen wichtig sein, welche sie besuchen. D. Red.

und sind trotzdem noch Gelder zu reicherer Ausstattung da, so beglückwünsche ich den Lehrer, der an einer so glänzend dotirten Schule angestellt ist, dass dieselbe auch ihm zu seiner weiteren Ausbildung Gelegenheit gewährt. Ich würde aber dann das für den Schulzweck und die angeordnete Vertheilung des naturgeschichtlichen Lehrstoffs Nöthige entschieden von dem Uebrigen sondern, um nicht in die Gefahr zu gerathen, einzelne weniger wichtige Gebiete auf Kosten wichtigerer zu bevorzugen.

Wie ich glaube, werden sich nur sehr, sehr wenige Schulen in dem eben angeführten Falle befinden, vielleicht einige Anstalten in den grossen, industriereichen Städten des Westens.*) Auch bei ihnen ist es dann noch fraglich, ob in der That schon alles für den Schulzweck Nöthige bereits da ist. Denn bei so reicher Dotation würde ich in grossen Städten verlangen, dass man von Mineralien, ferner von Insecten und andern niedern Thieren für jeden Schüler ein Exemplar beschaffe, da das Sammeln durch die Schüler zu viele locale Hindernisse findet. Die meisten Anstalten aber werden ihre etatmässigen Mittel noch lange Jahre hinaus darauf verwenden müssen, das für den Lehrzweck unbedingt Nöthige zu beschaffen. Und ist dieser Standpunkt erreicht, dann muss z. Th. schon wieder Defectes ersetzt werden u. dgl. m., so dass an ein Hinausgehen einer Sammlung über den Zweck der Schule bei geringen Mitteln so leicht nicht zu denken ist, zumal da, wie ich nach meinen Erfahrungen aussprechen muss, sich sehr wenige Sammlungen auf Realschulen I. Ord. schon jetzt in der Verfassung befinden, in der sie allein ihre Aufgabe erfüllen.

Der erste Vorwurf deswegen trifft die Universität. So hohen Respect die deutschen Hochschulen uns auch grade jetzt wegen ihrer wissenschaftlichen Leistungen abnöthigen, so tragen sie doch vielfach die Schuld, dass in den Hauptfächern der Realschule noch nicht das geleistet wird, was geleistet werden könnte. Wie wenig sich die Universitäten um die Einrichtungen, um das Wesen und die Ziele der Realschulen I. Ord. gekümmert haben, das konnte nicht schlagender bewiesen wer-

*) Unter den österreichischen Schulen sind es besonders die Wiener, welche reich an Lehrmitteln sind, die z. Th. auf der Weltausstellung in der österr. Abtheilung ausgestellt sind. D. Red.

den, als durch jene famosen Facultätsgutachten betreffs der Zulassung der Realschul-Abiturienten zu gewissen Facultätsstudien. Sie werden einst als ein kaum verständliches Zeichen unsrer Zeit gelten.*) Für die Chemie hat Dr. Rudolf Arendt in seinen Schriften (Leipzig bei Leopold Voss) nachgewiessen, wie wenig die Universität eine Vorbereitung für die Lehrer an Realschulen etc. gibt, indem sie dieselben zwar theoretisch tüchtig heranbildet, auch in der Analysis vielleicht recht sicher macht, aber grade in der Anstellung der nicht immer so gar leichten Schulexperimente ohne alle Vorübung lässt, Experimente, die der junge Lehrer dann unter den schwierigsten Verhältnissen, bei vielfach getheilter Aufmerksamkeit, vor gefüllten Klassen, mit oft ungenügenden Apparaten ausführen soll. Doch das hat sich schon zu ändern begonnen;**) Verfasser selbst ist durch eine bessere Schule auf der Universität gegangen, die ihn auch dafür (wenn auch nicht ganz direct) vorbereitete. Freilich bezweifelt er noch sehr, ob alle Universitäten schon jetzt eine solche Anleitung geben. In der Physik steht es nur scheinbar besser, wie in der Chemie; die obengenannten praktischen physikalischen Uebungen sind meist höchst unpraktisch für künftige Schulmänner.***)

*) Vgl. diese Zeitschr. I, 435—438, und I, 519—526. Päd. Arch. XII, S. 156 und Loth, Realschulfragen Lpz. 1870. D. Red.

**) Diese Aenderung dürfte aber nach dem, was wir von der mathem. und naturw. Lehrerbildung auf Universitäten theils aus eigener Anschauung, theils aus verbürgten Mittheilungen kennen, noch unendlich (oder verschwindend) klein sein. Der wahrhaft beklagenswerthe Zustand der meisten Universitäten in dieser Beziehung bedarf der kräftigsten Aufhilfe seitens der Unterrichtsministerien, wenn nur erst in diesen Corporationen sachverständige Männer sässen, d. h. Männer, welche das Wesen des mathem. und naturw. Unterrichts aus Studium und Praxis genau verstehen und die Bedürfnisse der Schulen kennen gelernt haben. D. Red.

***) Trotz alledem muss ich mich aber entschieden gegen den Vorschlag des Director Zehme erklären, die Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaften von polytechnischen Schulen zu nehmen, welchen er in einer Sitzung der pädagogischen Section in Kiel gemacht hat (s. ds. Zeitschr. I, S. 83). Wenn man, wie ich, auf solchen Anstalten gebildete Herren kennen gelernt hat, die so einseitig sind, dass z. B. einer derselben, der in Chemie recht gut beschlagen sein mochte, in der so nahe liegenden Mineralogie so unwissend war, dass er in einer Probelection trotz vorher gestatteter langer Vorbereitung mit dem Lehrbuch in der Hand dociren musste und seine Unwissenheit auf's kläglichste bekundete, so kann man sich für solche

Wie steht es nun mit der Vorbereitung der Lehrer für Naturgeschichte? Auch hier sind Anfänge vorhanden, aber zur völligen tüchtigen Ausbildung eines Lehrers fehlt noch viel. Vor allem müsste auf die Bestimmungsübungen ein viel grösseres Gewicht gelegt, viel mehr Zeit verwandt werden. Man bedenke, dass man bis vor kurzem nur Leute als Studenten der Naturwissenschaften bekam, die von der Schule so gut wie nichts mitbrachten; denn das wenige, was sie in VI, V, III gehabt, dürfte durch die 4 Jahre in II u. I durchaus wieder verraucht sein, da es ja noch nicht befestigt war und nicht befestigt sein konnte. Verfasser hat in seiner Jugend von VI bis IIIb, also ununterbrochen durch 4 Jahre naturgeschichtlichen Unterricht allerdings bei grossem Wechsel der Lehrkräfte, gehabt, brachte aber nach 5 Jahren durch IIIa, II, I sehr wenig mit zur Universität. Statt also möglichst bald mit Bestimmungsübungen nach kurzer Vorbereitung zu beginnen (der Unterrichtsgang ist für Leute von 20 Jahren natürlich ein anderer, als bei Kindern von 9 oder 10 Jahren), hört der Student Vorlesungen über Anatomie

---

Collegen nicht gerade begeistern. Wie dürfte es da erst gar mit der sprachlichen Bildung aussehen, da die meisten Polytechniker auf Provinzial-Gewerbeschulen der alten Art ihr Abiturienten-Examen gemacht. Ein solcher Lehrer wäre ja in den meisten Fällen nicht im Stande, im Nothfall einmal mit lateinischem oder französischem Unterricht in VI, V, IV auszuhelfen. Vielleicht ändert sich das, wenn Leute von den jetzigen reorganisirten Gewerbeschulen auf höheren polytechnischen Schulen studieren, da diese wenigstens französische und englische Sprachbildung haben; vorläufig dürften solche Lehrer für Realschulen I. Ord. sich durchaus nicht eignen. Anm. d. Verf.

Anm. der Red. Diese Bemerkung über die sprachliche Bildung der Reallehrer scheint uns sehr treffend. Wir verlangen gerade von dem Reallehrer eine tüchtige Gewandheit in der Muttersprache und womöglich noch Fertigkeit in einer neuern Sprache, also weit mehr, als die Philogogen auf Gymnasien zu leisten vermögen. Wir haben in einem deutschen Lande Gymnasialrectoren gekannt, die nicht einmal fähig waren, eine leidliche Entlassungsrede zu halten und die überdies das klägliche Product ihrer rhetorischen Kunst — ablasen. Freilich, wenn, wie in Oesterreich, die Reallehrer ihre Bildung auf der polyt. Hochschule erhalten, so ist es nicht zu verwundern, dass ihr Vortrag sprachlich meist mehr oder weniger unbefriedigend ist. Auch die Unklarheiten in sehr vielen mathem. und physik. Lehrbüchern haben oft ihren Grund in mangelhafter Sprachbildung. Aus allen diesen Gründen sind wir auch entschieden für das Latein auf den Realschulen. D. Red.

und Physiologie der Pflanzen u. s. w. und kennt womöglich von den als Beispiele genannten Pflanzen keine einzige. Die Excursionen ersetzen aber die Bestimmungsübungen nicht, weil doch der von einer grossen Zahl umschwärmte Professor in der Regel nur Zeit zum Nennen der Namen hat; Professoren aber, die wenig Zuhörer haben, machen meist nur selten Excursionen. Viel fruchtbringender scheinen die zoologischen und mineralogischen Uebungen auf Universitäten angestellt zu werden, besonders wenn der Professor der rechte Mann dazu ist, wovon der Verfasser ein Lied zu erzählen weiss. Der eine Herr, bei dem er solche Uebungen für hohes Honorar hatte, gab den Studirenden die Mineralien in ihren Kästen meist mit den Etiketten in die Hand und war sehr erfreut, wenn man ihm nach einiger Zeit den richtigen Namen sagte. Er selbst ordnete während dessen seine Sammlung. Ein zweiter Professor auf einer andern Universität hielt diese Uebungen mit grosser Strenge ab; von Etiketten war keine Spur zu sehen; der Herr war zuweilen beissend in seinen Bemerkungen, wenn man falsch bestimmt hatte, aber alle seine Schüler haben etwas Tüchtiges gelernt. Die zoologischen Uebungen, die ich nur auf einer Universität kennen gelernt, waren zweckmässig angeordnet: nur hätten sie, wie die mineralogischen, eine grössere Stundenzahl umfassen müssen. In der Botanik habe ich den grössten Nutzen aus dem persönlichen privaten Verkehr mit dem höchst liebenswürdigen und hochberühmten Professor der Botanik gezogen, der mein Lehrer war, nicht aus den öffentlichen, allen zugänglichen Einrichtungen. Kann aber ein Professor mit 100 Hörern in gleicher Weise verkehren? Es wird also dieses nicht genug zu schätzende Glück immer nur sehr wenigen zu Theil.*) Wenn nun schon bei der wissenschaftlichen Ausbildung der Naturgeschichtslehrer so manche Mängel abzustellen sind, so ist es

*) Um nicht undankbar zu sein, muss ich hinzufügen, dass ich auch den zwei andern Professoren der Botanik, bei denen ich gehört, zu grossem Dank verpflichtet, und mit ihnen auch in nähern Verkehr getreten bin, als mit den Professoren anderer Disciplinen, obwohl Botanik nicht mein Hauptfach war. Ich habe gefunden, dass merkwürdiger Weise es grade immer die Professoren der Botanik sind, die jenen für die Studenten so anregenden Verkehr pflegen, der an Universitäten in grossen Städten leider mehr und mehr verloren geht.

sehr erklärlich, dass niemand daran denkt, den Studenten der Naturwissenschaften für die spätere Verwaltung eines Naturalien-Kabinets vorzubereiten. Dazu haben ja die Universitäten ihre Conservatoren und Museumsdiener, so dass einem Professor der Gedanke daran durchaus fern liegt.*) Und doch will all dergleichen gelernt sein, doch verdirbt darum so vieles oft mit schwerem Gelde Erkaufte in unsern Schulsammlungen, doch ist das oft die einzige Ursache, dass einem Lehrer die Sammlung verleidet wird und er sie vollends dem Verderben anheim gibt, weil trotz zuerst vielleicht aufgewandter Mühe so vieles zu Grunde ging und immer wieder neu beschafft sein wollte. Ich erinnere nur an Insecten u. s. w. Als der Verfasser zuerst eine sehr vernachlässigte Sammlung übernahm, in der er z. B. sofort die einzigen 4 vorhandenen Säugethiere und von 48 Vögeln 32 wegen totalen Mottenfrasses wegwerfen musste, da blieb ihm, um ähnliches in Zukunft zu verhüten, und um zu lernen, wie man eine Sammlung nach jeder Beziehung hin in guten Stand bringe und, was viel wichtiger, in gutem Stande erhalte, nichts anderes übrig, als sich mit einem Universitäts-Conservator in möglichst lebhaften mündlichen und brieflichen Verkehr zu setzen. Denn auch Bücher oder nur kurze Anweisungen über diesen Gegenstand sind in neuererer Zeit wenig oder gar nicht geschrieben worden, die früher herausgegebenen aber meist veraltet; wenn nicht, so dienen sie doch oft grösstentheils anderen Zwecken (Belehrung über das Ausstopfen selbst u. s. w.) bei zuweilen sehr hohen Preisen. Ich kenne von neueren Werken zunächst Rossmässlers „Der naturgeschichtliche Unterricht“ (1860, 15 Gr.), worin recht viel Bemerkenswerthes besonders für botanische Sammlungen enthalten ist. Ueber die Praxis der Anlegung einer Sammlung gibt Rossmässler aber auch verhältnissmässig wenig; meist spricht er über die Anordnung

---

*) Aus dem mir erst am Schluss der Arbeit zugegangenen Schriftchen von Dr. Bernard Altum erfahre ich zum ersten Male, dass an einer Universität resp. Akademie (zu Münster) solche Vorlesungen gehalten worden sind (von Altum selbst). Ich habe auf zwei Universitäten keine Gelegenheit gehabt, solche Vorträge zu hören und nie von andern Hochschulen erfahren, dass sie dort gehalten wurden. Auch erklärt Altum selbst, dass er zu diesen Vorlesungen durch Anfragen und Klagen von Naturgeschichtslehrern auf Gymnasien etc. veranlasst worden sei.

und das absolut nöthige Material, was, da er in erster Linie für Volksschulen schreibt, für unsern Zweck wenig zu verwerthen ist*). In der schon erwähnten Encyklopädie von Schmid, Bd. 5. finden wir einen Aufsatz über „naturhistorische Sammlungen“ von Kirschbaum, der aber auch nicht das in ihm Gesuchte enthält. Denn ich will ganz specielle Vorschriften für die Conservirung der Thiere und überhaupt Naturalien, die der Lehrer vorzunehmen im Stande ist; wenn es da aber heisst, Reptilien hebt man in Spiritus auf, und ebenso bei den Würmern, ganz gleich, ob es Eingeweidewürmer oder freilebende etc., so nutzen solche Angaben dem in solchen Dingen noch unerfahrenen Lehrer nichts. Ich verlange da das genaue Mischungsverhältniss von absolutem resp. 90grädigem Alkohol mit destillirtem Wasser für jede Thiergattung zu wissen. Ich habe die gesuchten Daten einzig in der Praxis der Naturgeschichte von Philipp Leopold Martin, Weimar, I. Th. Taxidermie 1869, II. Th. Dermoplastik und Museologie 1870“ gefunden. Ich kann dabei diesem Werke kein unbedingtes Lob ertheilen; einzelne von andern (z. B. Dr. Jäger) bearbeitete Theile sind recht gut; andere aber von Martin selbst behandelte langweilen oft durch Wiederholungen und weitschweifige polemische Bemerkungen gegen seine Specialcollegen (Conservatoren und Ausstopfer), so dass es oft Mühe kostet, sich hindurch zu arbeiten, um das für unsern Zweck Brauchbare aufzufinden. Ausserdem sind grosse Theile des Werkes für den Lehrer nicht brauchbar; denn dass derselbe, namentlich bei vielen Stunden und Correcturen nicht noch Zeit hat, Säugethiere und Vögel auszustopfen, erhellt wohl von selbst, abgesehen davon, dass sich diese Fertigkeit nicht so leicht nach Büchern lernen lässt, sondern jetzt in der That lange Uebung und hohe Kunstfertigkeit verlangt. Genug, wenn der Lehrer nebenbei im Stande ist, zuweilen einen Schädel zu präpariren oder Spirituosa ordnungsmässig einzusetzen, Insecten zu sammeln etc., zumal er mit der Einordnung, Aufstellung, Etikettirung,

---

*) Die bereits erwähnte Schrift von Altum „Winke für Lehrer zu Hebung des zoologischen Unterrichts.“ Münster bei Aschendo[illegible] (10 Gr.) ist auch recht beachtenswerth; es stellt dieselbe aber wohl doch für eine Schulsammlung zu weit gehende Forderungen und gibt über die Arbeiten, die der Lehrer selbst in der Sammlung zu vollziehen hat, zu wenig specielle Anleitung.

mit Bestimmungen etc. viel zu thun hat. Dennoch hat mir Martins Werk noch die besten Dienste geleistet, obgleich ich allerdings das meiste meinem oben erwähnten Verkehr mit dem recht tüchtigen Conservator Friedrich Tiemann an der Breslauer Universität verdanke, dessen Arbeiten ich jeder Schule empfehlen kann, da er einmal selbst den Thieren gute Stellung gibt und auch andrerseits genau nach den ihm gemachten Angaben ausstopft. Ich habe zur Probe an andern Orten Naturalien gekauft, auch Skelette, Schädel und Spirituosa gut bekommen; die ausgestopften Thiere dagegen standen weit hinter denen von Tiemann zurück. Von ihm ist aber alles empfehlenswerth.*)

Wenn ich nun daran gehe, einiges über die Anlage und Erhaltung von Sammlungen zu sagen, so können das natürlich nur Winke sein, und ich würde schon genug erreicht zu haben glauben, wenn auch andre Collegen sich dadurch veranlasst sähen, über diesen so wichtigen Gegenstand Mittheilungen zu machen. Denn für mich steht es unumstösslich fest, dass ein wirklich guter Unterricht in der Naturgeschichte unweigerlich gebunden ist an eine zweckmässig aufgestellte und geordnete Sammlung. Der Lehrer muss das Material so zur Hand haben, dass er es nur zu greifen braucht. Kirschbaum verlangt, dass das Material für jede Classe in dem Locale derselben aufgestellt sei, damit es stets zur Hand sei. Das wäre allerdings das richtigste, wenn nur nicht aus vielen andern Gründen kaum durchführbar**) (Staub, Feuchtigkeit, Gefahr der Beschädigung durch die Schüler,

*) An mehreren Orten (Altum u. a.) finde ich als das beste über Sammlungen Geschriebene angegeben folgende Artikel im „Illustrirten Haus- und Familien-Lexikon von F. A. Brockhaus, Leipzig“ Bd. I. „Ausstopfen“ Bd. II. „Conservirmittel für naturhistorische Gegenstände“ Bd. III. Dermoplastik“ und „Eiersammlung“ welche mir aber nicht zugänglich waren. Da diese Artikel aber laut Martin Th. I, Taxidermie, S. 147 von Martin selbst geschrieben sind, so dürfte das genannte Werk desselben Verfassers wohl bedeutend mehr bieten, als diese gedrängten Artikel, die schwer zu erlangen sind.

**) Sehr richtig! Es empfiehlt sich hier die wohl bei Neubauten von Lehranstalten jetzt meist angenommene Einrichtung, dass (wie beim physikalischen Kabinet) das naturgeschichtliche Lehrzimmer an das Kabinet stosse. Wenn freilich bei solchen Neubauten der betr. Lehrer der Behörde oder dem Baumeister für die Anlegung dieser Zimmer nicht Winke gibt, dann wird schwerlich jemand daran denken. D. Red.

meist auch mangelnder Raum). Da die Sammlung sich nun in der Regel in besonderer Localität befindet, und schon Zeit dazu gehört, die Gegenstände jedesmal dahin zu bringen, wo sie gebraucht werden, so muss in derselben alles so übersichtlich aufgestellt und geordnet sein, dass auch ein neuer Lehrer die Gegenstände nicht lange zu suchen hat, sondern bloss zu greifen braucht. Dazu gehören aber viel Raum und geeignete Mobilien, Dinge, die oft nur mit Schwierigkeit von der Patronatsbehörde zu erreichen sind, weil sie dieselben nicht für nöthig hält; und doch müssen dieselben zu den nothwendigsten Erfordernissen einer Sammlung gezählt werden, will man nicht viele, oft sehr theure Sachen dem baldigen Verderben anheimgeben.

Was die Lage etc. des Locals selbst anlangt, so verweise ich auf Martin II. S. 178 ff., wo allerdings hauptsächlich grössere Museen (an Universitäten etc.) ins Auge gefasst werden; jedoch sind die Grundregeln bei Schulsammlungen natürlich dieselben. Auch was die Mobilien und Geräthschaften anlangt, kann ich auf Martin II, S. 188 ff. verweisen, wie überhaupt der ganze Abschnitt V in Martin II, S. 178—219 „Museologie“ empfehlenswerth ist und in gehöriger Weise auf Schulsammlungen übertragen von grossem Nutzen sein kann. Was die Schränke anlangt, so würde ich, wenn dieselben an der Wand stehen müssen und Platz genug da ist, solchen den Vorzug geben, die möglichst flach sind, da eine Tiefe von 0,6 bis 0,8 Meter oft schon nöthigt, zwei Reihen von ausgestopften Thieren hinter einander zu stellen. Das hat den Nachtheil, dass beim Herausnehmen von Thieren aus der zweiten Reihe die in der ersten Reihe angestossen ev. beschädigt werden können, wenn man dieselben nicht erst bei Seite setzt, was wieder zu viel Zeit wegnimmt. Bei der in nicht zu langer Zeit nöthig werdenden Aufstellung eines neuen Glasschrankes für hiesige Sammlung will ich die Einrichtung so treffen, dass derselbe (ähnlich wie Martin es vom Stuttgarter Museum anführt) mit seiner Breitseite zwischen zwei Fenster zu stehen kommt, während er mit der Längsseite ins Zimmer hereinsteht. Derselbe würde etwa 1 M. breit sein und auf beiden Längsseiten Glasthüren erhalten, so dass aus den zwei in demselben stehenden Reihen jedes Thier herausgenommen werden kann, ohne dass davorstehende dies hindern. Auch halte ich es für gut, in den Schränken bis zur Höhe von

60 bis 80 Centimeter etwa 4 Schubläden übereinander von ca. 15 Centim. Höhe und 50 bis 80 Centim. Breite anzubringen, die ebenso gut zu Mineralien, wie zu Insecten, Schnecken, Muscheln, Bälgen etc. verwerthbar sind und je nach dem Wachsthum der Sammlung bald diesem, bald jenem Zwecke dienen werden. Erfahrungsmässig werden solche untere Räume in Schränken (ohne Kästen) wegen ihrer Unbequemlichkeit wenig benützt, mit Kästen werden sie sehr gut verwerthet. Im Uebrigen bemerke ich, dass sich die Schränke am meisten nach dem Locale richten müssen, wesshalb hier besonders jeder Lehrer sein Geschick für dergleichen Anlagen durch die nöthigen Angaben bei der Bestellung zeigen kann. Für wesentlich halte ich, dass man alles, was irgend wie in Schränken untergebracht werden kann, auch wirklich hineinbringe und dabei die Kosten nicht spare, da die aussen herumstehenden Sachen meist zu sehr leiden. Auch lasse man im Winter öfter einmal heizen, damit die Spirituosa nicht einfrieren und theure Gefässe zerspringen. Das Feuern ist auch der Gesundheit des Lehres wegen dringend nöthig, der grade im Winter oft in die Sammlung gehen muss. Auch wird dadurch die Feuchtigkeit vertrieben, die sich sonst zum Schaden der Thiere häufig einstellt. Ebenso mache ich noch ausdrücklich darauf aufmerksam, dass man besonders das directe Sonnenlicht durch Rouleaux von starker Leinwand möglichst abhalte, da die Farben besonders der Säugethiere sonst sehr leicht in Weiss übergehen, wie ich in mehr als einer Sammlung gesehen.

Ehe ich nun zu Einzelheiten übergehe, möchte ich einige leider nur zu verbreitete Versäumnisse aufführen, deren man sich bei Sammlungen zum grossen Nachtheil derselben schuldig machen kann. Das erste Haupterforderniss ist, das jeder Gegenstand, der in die Sammlung, sei es durch Geschenk, sei es durch Kauf kommt, sofort so genau, als irgend möglich, etikettirt werde. Ich habe an hiesiger und an andern Anstalten zahlreiche Mineralien in den Sammlungen gefunden (oft nicht einmal ordentlich aufbewahrt) über die gar keine Angaben vorhanden waren. Dieselben lassen sich allerdings bestimmen, machen aber zunächst, wenn der Fundort unbekannt ist, so viel unnöthige Mühe und Arbeit mehr, da sie meist chemische Analysen erfordern, dass dem eifrigsten Lehrer auf die Länge die Lust dazu vergeht, abgesehen davon, dass er oft beim besten Willen nicht die Zeit

dazu hat.*) Endlich aber hat ein Mineral oft fast gar keinen Werth, wenn der Fundort fehlt, der, wenn nicht sofort notirt, unter 1000 Fällen kaum einmal noch zu ermitteln ist. Und doch ist es so leicht, dies zu vermeiden; der Lehrer braucht nur darauf zu halten, dass immer Pappkästen verschiedner Grösse vorräthig sind, um das geschenkte Mineral sofort in ein passendes Kästchen legen und einen Zettel mit Angabe des Gebers und des Fundorts (ev. auch des vermuthlichen Namens des Minerals) hinzufügen zu können. Solche Kästen mit leeren Zetteln vorräthig zu halten, ist durchaus nicht nebensächlich, sondern von grösster Wichtigkeit. Ueberhaupt aber muss jedem Lehrer, dem sein Unterricht und somit in erster Linie seine Sammlung am Herzen liegt, jedes noch nicht oder nicht zuverlässig bestimmte Stück in derselben ein Gräuel sein. Ist man nicht im Stande, alles selbst zu bestimmen, da man ja zuweilen Material von 10 Jahren vorfindet, so lasse man lieber erst das Vorhandene an irgend einer Universität bestimmen, wo genügende literarische Hilfsmittel und Material zum Vergleichen zur Hand sind, und verwende darauf die etatmässigen Mittel, ehe man Neues anschafft. Denn alle nicht bestimmten Gegenstände einer Sammlung sind nicht bloss unbrauchbar, sondern geradezu schädlich, da sie anderen nützlichen den Platz wegnehmen. Hat aber eine Schule bereits ausreichendes Material und bekommt doch noch grosse Mengen ähnliches geschenkt, was besonders bei Mineralien geschehen könnte, so thut sie sich selbst einen Gefallen und gleichzeitig ein gutes Werk, wenn sie das für sie Ueberflüssige andern Schulen überweist, die daran Mangel leiden, wie z. B. Mittel- und Stadtschulen. Denn diese bekommen nur selten dergleichen geschenkt und haben meist wenig oder gar keine etatmässigen Mittel dafür. Dabei sind ausserdem gute Lehrbücher mit Abbildungen für ihre Schüler meist zu theuer.

---

*) Verfasser hat fast die ganze freie Zeit eines Jahres incl. der grossen und Michaels-Ferien dem Bestimmen nur von Mineralien geopfert, die er in hiesiger Sammlung ohne alle Angaben vorgefunden; ein zweites Jahr musste dem Bestimmen von Schnecken, Muscheln, Versteinerungen, Insecten etc. gewidmet werden. Dabei mangeln einem in kleinen Städten meist die literarischen Hilfsmittel, die man sich aus Universitäts-Bibliotheken auch nur schwer verschaffen kann, wenn man dieselben nicht zufällig durch die grosse Güte eines Collegen bekommt.

Auch könnte man ja dann versuchen, eine Lehrsammlung der Art zusammenzustellen, dass bei Beschreibung eines Minerals die Schüler entweder jeder ein Exemplar oder doch zwei bis höchstens vier (zwei auf der einen und die zwei dahinter Sitzenden auf der nächsten Bank) je ein Exemplar zur Betrachtung in Händen hätten. Da die Mineralogie, wie oben ausgeführt, in II durchzunehmen ist, so ist hier auch das Zahlenverhältniss dafür günstiger, als in einer unteren Klasse mit vielleicht 60 Schülern und darüber. Dieselbe Einrichtung für Insecten zu treffen, halte ich nur in ganz grossen Städten, wie Berlin, Breslau etc. für gut; in Mittelstädten ist es besser, wie Dr. Müller in der Lippstädter Abhandlung (Pädag. Archiv 1866 S. 200 u. a. a. O.) vorschlägt, die Schüler im Sommer anzuhalten, das nöthige Material (besonders an Käfern) für den Winter in jedem Sommer neu zu sammeln. Denn abgesehen von der dadurch den Schülern gegebenen Anregung zum Sammeln sind hier Zergliederungen ebenso wünschenswerth, wie bei den Pflanzen.

Endlich liesse sich überschüssiges Material, was meist nur bei Mineralien, Insecten, Schnecken und Muscheln vorkommen wird, dazu benutzen, neben einer vollständigen Lehrsammlung, die sich möglichst genau an das Lehrbuch anschliesst und die besten und am meisten charakteristischen Exemplare enthält, eine Sammlung zu Bestimmungsübungen für die Schüler anzulegen.

Damit habe ich schon einen neuen sehr wichtigen Punkt berührt. Die meisten Schulen bedienen sich und mit Recht naturgeschichtlicher Lehrbücher. Wenn Lehrbücher überhaupt für jede Schuldisciplin nöthig sind, wie ich meine, nachdem man ja das Dictiren, und mit Recht, so sehr verpönt hat, weil es zu leicht übertrieben wird (denn in den nöthigen Grenzen ist es meist recht nützlich), so sind Lehrbücher für naturgeschichtlichen Unterricht unbedingt nöthig, da ja hier so vieles dem Gedächtniss eingeprägt werden muss und die Zeit wegen der zu betrachtenden Gegenstände u. s. w. ohnedies knapp ist. Gibt man dies zu, so muss auch die Sammlung in möglichst engen Zusammenhang mit dem Lehrbuch gebracht werden. Dem steht oft scheinbar die tiefe Gelehrsamkeit des Lehrers im Wege. Derselbe hält vielleicht von dem eingeführten Lehrbuch sehr wenig; sich demselben beim Unterricht anzuschliessen, erscheint ihm gar entwürdigend. Ich glaube aber, dass es die Pflicht jedes

Lehrers in jedem Gegenstande ist, sich an das einmal eingeführte Lehrbuch so eng wie möglich anzuschliessen; kann er dies nicht mit seinem Gewissen vereinigen, weil er das Buch für absolut unbrauchbar hält, so ist es wiederum seine Pflicht, für Abschaffung desselben und Einführung eines neuen, nach seinem Urtheil besseren mit allen Kräften einzustehen, oder ev. ohne Lehrbuch zu unterrichten. Offenbare Irrthümer in dem einmal eingeführten Lehrbuche braucht der Lehrer durchaus nicht zu verschweigen, ebensowenig wie ein tüchtiger Lehrer, der seiner Schüler sicher ist, Anstand nehmen wird, einen Irrthum seinerseits zu berichtigen, der allerdings bei ihm grade nicht so leicht vorkommen wird. Die Schüler sollen nicht zum blinden Autoritäts- und Buchglauben, sondern zum eignen Denken erzogen werden. Ich schliesse mich darum nach Möglichkeit an die eingeführten Lehrbücher von Schilling*) an. Natürlich bediene ich mich der Lehrbücher nicht so sclavisch, dass ich Seite 1 beginne und mit der letzten schliesse; muss man doch mit den einzelnen Thieren, Pflanzen und Mineralien anfangen, ehe man die Merkmale der Familien, Gruppen, Ordnungen und Klassen durchnimmt, aber immer wird genau auf das Buch Rücksicht genommen. Auch meine ich, dass Bücher, wie die von Schilling und Leunis, die so viele Auflagen erlebt, die von so begabten und tüchtigen Männern bearbeitet worden, und die an den meisten Anstalten eingeführt sind, doch das überhaupt zu bewältigende Material besser ausgeschieden und zusammengestellt darbieten dürften, als es der oder jener junge Lehrer zu thun im Stande ist; denn in der Regel sind es grade immer die jüngeren, eben erst von der Hochschule kommenden Collegen, die diese Schulbücher für unbrauchbar erklären, weil sie meist noch nicht zu unterscheiden verstehen, dass die Schule andere Bücher erfordert, als die Universität**). Legt man aber das Lehrbuch auch für die Sammlung zu Grunde, so wird dieselbe bald nicht mehr so ungleichmässig in den einzelnen Gebieten des Thierreichs u. s. w. sein, wie dies

*) Grössere Ausgabe Zoologie und Mineralogie. Statt der Botanik von Schilling wird „Garcke's Flora" von IIIb an eingeführt.

**) Sehr richtig! Sie haben das eben auf der Hochschule nicht gelernt und konnten es nicht lernen, weil es dort an Männern fehlte, welche die Bedürfnisse der Schule kennen, kurz — weil es an Universitätsseminaren mangelt. D. Red.

sonst so häufig der Fall ist, wo z. B. neben zahlreichen Vögeln wenig oder gar kein Material für den Unterricht der Säugethiere, wo Fische gar nicht vorhanden, Insecten sehr defect sind und von Kopffüssern, dieser für zahlreiche Strandbewohner so wichtigen Classe der Thiere nichts da ist, während Muscheln und Schnecken mehr als nöthig aufgespeichert sind. Man nimmt dann darauf Bedacht, zunächst für alle Thierclassen, dann für alle Ordnungen Repräsentanten zu haben. Hat man dies erreicht, so wird der so gewonnene Rahmen nach und nach gleichmässig ausgefüllt, indem man Repräsentanten für die Familien, Gattungen und zuletzt die einzelnen Arten beschafft. Man wird diesem Plane nicht immer ganz treu bleiben können, weil man manchmal das grade gesuchte Thier nicht, wohl aber ein anderes, dem Plane nach erst später zu beschaffendes, grade recht gut und billig bekommt. Das schadet aber auch nichts, sobald die Sammlung nur über die ersten Anfänge hinweg ist und der Plan im Ganzen und Grossen inne gehalten wird.

Da das Lehrbuch meist mehr Thiere aufführt, als sich in einem Jahrescursus besprechen lassen, so wird es zuerst Gesetz sein, nur die durchzunehmen, welche in der Sammlung vorhanden sind; hat man sämmtliche im Lehrbuch beschriebenen beschafft, so ist die für den Lehrer sehr angenehme und für die Lernenden nicht nachtheilige (für die das zweite Jahr in der Klasse sitzenden Schüler sogar vortheilhafte) Möglichkeit gegeben, das eine Jahr die eine, das nächste die andere Art einer Gattung herauszugreifen und zu beschreiben.

Dass die Sammlung nun auch in Schränken und Kästen möglichst so geordnet sei, wie es das Lehrbuch in seinen Abtheilungen vorschreibt, versteht sich von selbst. Naturgemäss wird dies aber bei Säugethieren und Vögeln nicht immer ganz durchzuführen sein, sehr leicht aber bei Mineralien, Insecten, Schnecken, Muscheln u. dgl. m.

Wenn man diesem Vorschlage allgemeine Folge gäbe, so würde es für die Lehrer der Naturgeschichte viel leichter sein, sich beim Wechsel ihrer Stellung mit der neuen Sammlung vertraut zu machen, zumal die meisten Anstalten dasselbe Lehrbuch gebrauchen.

Sehr wichtig ist ferner, dass in der Sammlung kein Gegenstand ein Etikett mit Namen etc. trägt. Es bestärkt das nur die

leidige Gewohnheit der Kinder, die übrigens auch sehr vielen erwachsenen Menschen noch eigen ist, zunächst immer nur nach dem Namen zu sehen und dann dem Gegenstande einen höchst flüchtigen Blick zu schenken. Es muss daher jeder Gegenstand nur einen Zettel mit dem betreffenden Buchstaben und der dazu gehörigen Nummer des Inventars tragen. Der Schüler ist dann genöthigt, sich den Gegenstand genau anzusehen, wenn er besprochen wird, um ihn bei der Repetition wiederzuerkennen. Meist findet sich für diesen kleinen Nummerzettel leicht eine passende Stelle. Bei Insecten spiesst man denselben unten auf die Nadel. Mineralien, Schnecken etc. machen hiervon nur eine scheinbare Ausnahme. Ich lege in die Kästen derselben Zettel mit dem lateinischen und deutschen Namen, Fundort etc. Jedoch bekommt jeder in einem Pappkasten aufbewahrte Gegenstand eine kleine Nummer aufgeklebt, und dieselbe Nummer wird in den Kasten und auf das Etikett geschrieben. Beim Gebrauch in den Classen werden die nöthigen Mineralien, Schnecken etc. aus ihren Kästen ohne Zettel herausgenommen und auf einem besonders dazu bestimmten Brett mit 2—4 Centim. hohem Rande an den Ort ihrer Bestimmung transportirt, so dass der Schüler das Etikett ebenfalls nicht zu sehen bekommt. Eine Verwechslung der Kästen und Zettel beim raschen Wiedereinordnen ist durch die Nummern verhütet. Dabei beugt man auch dem oft genug vorgekommenen Spielchen besonders intelligenter Schüler vor, welche die Zettel oder Mineralien vertauschten und dadurch einen weniger sicheren Lehrer zu langwierigen, einen durchaus sichern doch zuweilen zu momentanen Irrthümern verleiteten. Endlich aber leistet eine Sammlung ohne ein auf's sorgfältigste angelegtes und auf's peinlichste fortgeführtes übersichtliches Inventarium sicher nicht das, was sie leisten soll. Es ist aber diese freilich sehr geistlose Arbeit von der grössten Wichtigkeit. Es sollte eigentlich in einem Staate, wie Preussen, in dessen Heerwesen ebenfalls eine bis ins Kleinlichste gehende Ordnung aufrecht erhalten wird, welcher Einrichtung nicht zum wenigsten mit jene einzig dastehenden militärischen Erfolge der jüngsten Zeit verdankt werden, kaum nöthig sein, in irgend einem Verhältniss hinzuweisen auf das wahre Wort „Ordnung erhält die Welt.“ In der Regel ist es auch die erste Anlage eines wirklich guten Inventars, wovor man zurückschreckt; denn es ist ja

da nicht mit einem blossen Einschreiben alles Vorhandenen abgemacht; da muss Vieles erst bestimmt, neu etikettirt, anders gestellt werden u. s. w., so dass allerdings dem Lehrer keine geringe Arbeitslast erwächst. Ist dies aber einmal gemacht, so kann das richtige Weiterführen des Inventars nur in Folge unverzeihlicher Nachlässigkeit unterbleiben. Es muss dem Vorsteher einer Sammlung erstes Gesetz sein, Gegenstände, die gekauft werden und also wohl durchgehends genau bestimmt sind, sofort einzutragen, Gegenstände, die zu bestimmen sind, womöglich bald zu bestimmen und ebenfalls zu notiren oder wenigstens mit Etikett über Fundort, Geber etc. zu versehen und für freie Zeit zur Bestimmung zurückzustellen. Nur dann wird dem Lehrer die Sammlung Freude machen und anregend und belebend auf seinen Unterricht einwirken.

Die Eintragungen ins Inventar machen sich sehr leicht und dasselbe bleibt übersichtlich, wenn man die verschiednen Abtheilungen mit Buchstaben bezeichnet (wie bei einer Bibliothek), jede mit Nr. 1 beginnt und für sie eine genügende Anzahl Seiten freilässt. Ich beginne z. B. mit Skeletten und Theilen von Säugethieren, wie Hörnern, Geweihen, skelettirten Beinen (z. B. von Pferden, Rindern etc.) und nummerire diese Gegenstände A. 1., A. 2. etc. Die ausgestopften Säugethiere beginnen mit B. 1. etc., die Vögel mit C. 1. Zettel mit diesen Buchstaben und Nummern werden dann auf die Gegenstände an geeigneten Stellen aufgeklebt. So ist auch einem neuen Lehrer, der ohnedies noch mit genug Schwierigkeiten zu kämpfen hat, die Möglichkeit gegeben, sich rasch in einer Sammlung heimisch zu machen.

Nach Erörterung dieser allgemeinen Punkte wäre zunächst die Aufbewahrung der Mineralien zu besprechen. Dieselbe ist so einfach und selbstverständlich, dass hierbei wohl selten zweckwidrig verfahren wird. Doch kommt selbst das vor. So fand ich einst Mineralien in hölzernen, oben offenen Kästchen vor, die durch Zwischenwände in 5 Abtheilungen getheilt waren, in deren jeder 5—6 Mineralien aufgestellt waren, die jedoch über die Wände hervorragten. Solcher Kästen standen mehrere in einer ca. 30 Centim. hohen Schieblade über einander, wodurch die Mineralien natürlich gerieben und sehr stark mitgenommen wurden. Man lege also die Mineralien in passende Pappkästen (ev. eigens für selten vorkommende Grössen gemacht) mit etwa

2 bis 3 Centim. hohem Rande und stelle diese Kästen in Schiebladen von etwa 15 Centim. Tiefe, so dass die Mineralien nirgends anstossen und durch Reiben Schaden leiden können. Sind einzelne Mineralien zu hoch für diese Schübe, so bringt man sie in den Glasschränken unter. Dass man die Mineralien je nachdem erst mit einer weichen Bürste waschen muss, ehe man sie in die Sammlung bringt, müsste wohl auch jedem bekannt sein. Schränke mit Schüben, bloss zu Mineralien, wie sie vielfach im Gebrauch sind, lasse man ja nicht zu hoch bauen, womöglich nicht viel über 1 M., da die obersten Schubladen bei 1,5 bis 2 M. Höhe sehr schlecht zugänglich sind, leicht zu weit herausgezogen werden, dann herausfallen etc. Bei Krystallen lässt sich die Grösse natürlich nicht immer beliebig wählen, da man oft froh sein muss, gute Krystalle, wenn auch kleine, zu erhalten; bei krystallinischen und derben Mineralien suche man stets möglichst grosse Handstücke zu erwerben; kleine, wenige Centim. breite und lange Stücke sind für die Schule fast werthlos, ausser etwa, wenn man sie zu Bestimmungsübungen oder chemischen Analysen benutzt. Dass Holz- und Glasmodelle (für die hemiedrischen Gestalten) ein unumgänglich nöthiges Erforderniss sind, ist selbstverständlich.

Was die botanische Sammlung anlangt, so haben wohl die meisten Schulen ein Herbarium; dasselbe ist aber meist nur der allmählichen Verwesung anheimgegeben. Man fühlt im Allgemeinen das Bedürfniss einer Sammlung hier weniger, als in Zoologie und Mineralogie, da man sich ja das Material für jede Stunde und jede Classe frisch aus der Natur holen lassen kann. Man beschränkt sich daher meist auf Beschaffung von Abbildungen (z. B. die von Lüben, Leipzig bei Joh. Ambr. Barth; in neuester Zeit die von G. Elssner, naturwissenschaftliche Anschauungsvorlagen, Löbau in Sachsen, Selbstverlag; die botanische (colorirte) Wandkarte von Dr. F. Brüllow, Lehrer an der Realschule zu Posen für Anatomie und Physiologie der Pflanzen) und auf Holzsammlungen, letztere meist nicht in der rechten Weise angelegt. Da auch ich aus eigner Erfahrung nicht vie über botanische Sammlungen geben kann, so verweise ich deshalb auf die grade darüber ausführlicher handelnde, treffliche Schrift Rossmässlers „Der naturgesch. Unterricht“ S. 55—83. Ich hebe daraus nur hervor, dass Rossmässler vorschlägt, „Zu-

sammenstellungen getrockneter Pflanzen in einer Stufenfolge von den einfachsten bis zu den vollkommensten unter Glas und Rahmen zu bringen, ebenso die Theile einer Pflanze der höchsten Rangordnung, dass er ferner lebhaft für botanische Wandtafeln in einer Grösse agitirt, wie man sie bisher nur für die Geographie hatte. Ich glaube, dass dieser Wunsch Rossmässlers durch G. Elssners Unternehmen erfüllt werden wird, da zwar nicht die einzelnen Blätter die Grösse einer geographischen Wandkarte haben, die darauf befindlichen Zeichnungen aber so gross sind, dass sie von den entferntesten Stellen eines grossen Lehrzimmers gut gesehen werden können.

In einer Anmerkung S. 62 ff. gibt Rossmässler sehr hübsche Winke über Anfertigung von Modellen für Spiral-Ring-Treppengefässe etc. Nicht minder beherzigenswerth ist, was S. 70 ff. über die Anlage eines Schulherbariums und einer Holzsammlung angegeben ist. Damit will ich nicht sagen, dass man alles grade so machen muss, wie es dort angegeben ist; die Verhältnisse (Local etc.) erlauben einem das nicht immer; mir scheint, dass Rossmässler bei den Angaben über die forstliche Holzsammlung zu wenig den Professor an der Forstakademie zu Tharand vergessen, dagegen vergessen hat, dass er für Volksschulen schreiben wollte; dennoch aber sind grade seine Angaben hierüber massgebend und nach Möglichkeit die Ausführung in gleicher Weise anzustreben.

Ich mache auch besonders auf Dr. Müllers Angaben (Lippstädter Programm, Pädag. Arch. 1866 S. 204) über die Anlegung von Classenherbarien aufmerksam, welche nur alle die für eine Classe bestimmten Pflanzen enthalten, und mittelst deren man den Schülern die Pflanzen, die sie für das nächste Mal mitzubringen haben, vorher zeigen kann; dasselbe dient sowohl später zur Repetition, als auch im Anfange zum vorläufigen Kennenlernen der im Semester durchzunehmenden Arten*).

Auch will ich nicht zu erwähnen vergessen, weil es doch vielleicht nicht überall bekannt ist, dass man jetzt als vortreffliches Hilfsmittel für botanischen Unterricht auch Modelle angefertigt hat, z. B. Brendel in Breslau.**)

*) Vergleiche auch Kirschbaum in Schmids Encyklopädie Bd. V, S. 133 ff. über die Anlage eines Schulherbariums, einer Holzsammlung etc.

**) Ausgestellt auf der deutschen Lehrmittelausstellung in Wien. D. Red.

Die meisten Ansprüche und die grössten Schwierigkeiten bereitet die zoologische Sammlung, weshalb viele Schulen sich mit dem leichtesten, aber ich möchte fast hinzufügen, schlechtesten Aushilfsmittel, mit Abbildungen begnügen, wenn auch nicht durchgehends, so doch viel zu häufig für Erlangung guter Resultate. Wenn aber bei irgend etwas, so gehe man bei Beschaffung dieser vorsichtig zu Werke und kaufe nur evident Gutes. Ich habe wenigstens noch keine der gewöhnlich in Schulen benutzten sogenannten Wandtafeln für zoologischen Unterricht gesehen, die einmal durch die Grösse ihrer Zeichnungen den Namen Wandtafeln verdienten und zweitens durch Naturtreue das leisteten, was man von ihnen verlangen muss. Man stelle nur neben die besten Abbildungen das lebende oder gut ausgestopfte Exemplar, besonders bei Vögeln und man wird den Unterschied sehen. Die einzigen mir bekannten Abbildungen, die ich wenigstens zum grösseren Theil für gelungen und brauchbar halte, sind die in „Berge's Schmetterlingsbuch“ und die „4 Tafeln landwirthschaftlich nützlicher und schädlicher Thiere, herausgegeben und verlegt von F. Schreiber in Esslingen im Auftrage der Königl. Würtembergischen Centralstelle für Landwirthschaft.“ Aber auch hier fallen die Abbildungen der Vögel schon bedeutend ab im Vergleich mit den viel naturgetreueren der Säugethiere und Insecten. Man überlasse aber die Abbildungen den Schulen, die beim besten Willen anderes Material (ausgestopfte Thiere etc.) nicht beschaffen können, und wende das dafür nöthige Geld besser auf wenige, aber gut ausgestopfte Thiere an oder kaufe doch wenigstens Abbildungen nur dann, nachdem man sich überzeugt hat, dass dieselben in der That gut sind.

Dagegen muss ich Modellen, wie dieselben jetzt vorzüglich und äusserst billig auf Veranlassung und unter Anleitung von Professor Bock durch Bildhauer Steger in Leipzig für den Unterricht in der Anthropologie*) angefertigt werden, durchaus das Wort reden. Schon früher strebte ich danach, solche Modelle für den Unterricht in II zu beschaffen, wo ich die immerhin guten, aber natürlich gegen Modelle sehr zurückstehenden Abbildungen zu Schreber's Anthropos benutzte**). Doch konn

*) Gleichfalls in Wien ausgestellt. D. Red.

**) Abbildungen, wie diese zu Anatomie und Physiologie, bekommt man schon seit längerer Zeit gut; es widerspricht das nicht meinem obig

ich nicht daran denken, Modelle anzuschaffen, da die Preise derselben so enorm hohe waren, dass dadurch die Mittel unseres Etats auf viele Jahre verschlungen worden wären, und alles übrige ebenso Nöthige hätte zurückstehen müssen. So kostete das Modell des Ohres bei Fleischmann in Nürnberg $14^1/_6$, bei Zeiller in München $37^1/_2$ Thlr.

Auch muss sich der Lehrer bei so kostspieligen Gegenständen ja beinahe vor zu vieler Benutzung fürchten, da dieselben doch leicht beschädigt werden können, zumal sie aus immerhin ziemlich vergänglichem Material (Wachs etc.) verfertigt sind. Diese Uebelstände sind nun bei den Bock-Stegerschen anthropologischen Lehrmitteln nicht vorhanden. Dieselben sind äusserst billig und doch für den Schulzweck mindestens ebenso, wo nicht mehr brauchbar, als die vorerwähnten*).

Modelle von Thieren aus den höheren Classen, wie man sie in Wien ausgestellt hat, werden aber wohl kaum Eingang finden. Sehr wünschenswerth wäre es aber, solche von Quallen und Polypen, Schnecken, Muscheln etc., ev. auch zur Verdeutlichung des inneren Baues dieser Thiere zu bekommen. Dass für den anthropologischen Unterricht in der Sammlung ein Menschen-Skelett nicht fehlen darf, ist selbstverständlich.

Was nun zunächst die höhern Thiere anlangt, so muss man sich zur Regel machen, lieber wenig und gut, als viel und schlecht ausstopfen zu lassen. Wohnt man auch noch so weit ab von einer Universitätsstadt, so schone man doch nicht die Verpackungs- und Transportkosten und lasse alles bei einem tüchtigen Conservator ausstopfen, wenn man nicht etwa, was höchst selten vorkommen wird, einen renommirten und hinlänglich wissenschaftlich gebildeten Ausstopfer näher hat. Man kann dann darauf rechnen, am zuverlässigsten die Thiere naturgetreu ausgestopft, ferner dieselben vor Motten etc. so weit geschützt zu erhalten, als es überhaupt möglich ist, und endlich ist auch ein Conservator mit einer reichhaltigen Universitätssammlung ev.

Urtheil über die Abbildungen, da dort von solchen lebender Thiere die Rede war, die viel schwieriger naturgetreu wiederzugeben sind.

**) Die hiesige Anstalt besitzt jetzt das Modell des Herzens, Auges, Ohres, eins vom Gehirn, eins von der Lunge mit dem Herzen, 3 vom Kehlkopf, die für den Anfang genügen, und kostet deren Beschaffung im Ganzen ca. 15 Thlr.

auch dem Fachprofessor zur Seite im Stande, das Thier genau zu bestimmen, was dem Lehrer in einer Provinzialstadt bei beschränkten literarischen Hilfsmitteln sehr oft beim besten Willen und guten Kenntnissen nicht möglich ist. Selbstverständlich ist es, dass der Lehrer alles vor der Absendung zum Ausstopfen schon selbstständig bestimmt, der Conservator hat diese Bestimmung nur zu revidiren, und ev. zu bestätigen oder zu berichtigen. In allen drei Naturreichen alles selbst mit zweifelloser Sicherheit bestimmen zu können, ohne ausreichende Sammlungen zum Vergleichen zur Hand zu haben, dürfte bei der jetzigen Ausdehnung der Wissenschaft wohl nur sehr wenigen Lehrern möglich sein, abgesehen davon, dass in Provinzialstädten die nöthigen literarischen Hilfsmittel meist fehlen, da dieselben selbst für den Etat der Lehrerbibliotheken in der Regel zu theuer sind.

Thiere zum Ausstopfen schicke man sofort ab, oder verwahre sie, wenn man binnen kurzem andere erwartet, im Keller oder auch (im Sommer) auf dem Roste des ein wenig geöffneten Ofens auf, wo ein fortwährender frischer Luftzug herrscht. Verdorbene lasse man zu Skeletten verarbeiten. So viel als möglich halte man darauf, dass die Säugethiere mit geöffnetem Maule ausgestopft werden, damit man das Gebiss sieht.

Das schliesst nicht aus, dass man zur Vergleichung ausserdem die Schädel noch beschafft. Dass auch bei manchen Vögeln der geöffnete Schnabel charakteristisch sein kann, dürfte ein Hinweis auf die schwalbenartigen rechtfertigen. Auch vergesse man nicht, mehrere Vögel mit ausgebreiteten Flügeln ausstopfen zu lassen. Ueberhaupt möge der Lehrer dem Ausstopfer stets mittheilen, welche Merkmale er an dem ausgestopften Thiere besonders sichtbar gemacht haben will. Ein tüchtiger Ausstopfer kann dies sehr wohl hervorheben, ohne verzerrte Figuren zu liefern. Bei einem Affen muss es leicht zu zeigen sein, dass vordere und hintere Extremitäten in Hände endigen, dass er ein Baumthier ist etc., die eine Fledermaus muss fliegend, die zweite sitzend, die dritte hängend ausgestopft sein; Spechte müssen die Stellung haben, die sie beim Suchen ihrer Nahrung (senkrech am Baumstamm) einnehmen. Einen Bussard sollte man nie ohn Maus ausstopfen lassen, damit endlich einmal das ganz zweck lose Tödten dieser Thiere von den Schulen aus erfolgreicher be kämpft würde, als bisher. Gruppen von Thieren, (wie sie Martir

empfiehlt und für das Detmolder Museum geliefert hat), welche den Zweck haben, ein Bild von dem Leben des Thieres von der Jugend an zu gewähren, werden für Schulen wohl lange noch fromme Wünsche bleiben, und erscheint es mir auch, als ob sich derselbe Zweck billiger durch andere Mittel (Balgsammlungen aus verschiedenen Alters- und Jahreszeiten etc.) erreichen lassen wird. Für Schulen dürften solche Thiergruppen schon darum unpraktisch sein, weil sie meist nicht leicht transportabel sein werden.

Zur Conservirung der Säugethiere und Vögel streue man dieselben jeden Sommer beim Beginn der wärmeren Zeit mit frischem persischen Insectenpulver ein, indem man Prisen desselben zwischen die Finger nimmt und gegen die Richtung der Haare resp. Federn wirft. Das Pulver gelangt dann zwischen Haare und Federn an die Stellen, wo es besonders wirken soll. Vor der Wiederbenutzung im Winter kann man die Thiere durch sorgfältiges Ausklopfen reinigen; auch wenn sich schon Mottenfrass zeigt, klopfe man dieselben im Freien tüchtig aus, streue sie gehörig mit Insectenpulver ein und bewahre sie von den andern getrennt auf. Im Sommer setze man ein solches Exemplar womöglich einige Tage den heissesten Sonnenstrahlen aus.

Während bei Säugethieren und Vögeln der Lehrer also hauptsächlich nur darauf zu achten haben wird, dass alles dem Schulzwecke gemäss ausgestopft wird, kann er bei Amphibien und Fischen den grössten Theil des Lehrmaterials selbst beschaffen, da wir uns wenigstens in erster Linie auf einheimische Thiere beschränken. Zunächst sorge man für einen genügenden Vorrath geeigneter Glasgefässe. Das ist ebenso wichtig, wie der Vorrath von Pappkästen für Mineralien. Denn dann kommt der betreffende Gegenstand gleich in das passendste Gefäss, worin er nicht Schaden leidet, was bei vorläufiger Unterbringung oft geschieht; auch erspart sich dann der Lehrer die Arbeit des Umfüllens etc. Sehr oft bleiben auch die Sachen länger, als gut in den Geräthen, in denen man sie nur vorläufig aufbewahren wollte, sind mangelhaft etikettirt etc.

Die zur bleibenden Aufbewahrung bestimmten Glasgefässe dürfen nicht mit Kitt und Blase u. dergl. m. verschlossen werden, sondern müssen in jedem Moment zugänglich sein. Auch ist es nicht gut, die Thiere an einem am Stöpsel angebrachten Haken

zu befestigen. Dies ist nur ausnahmsweise anzurathen. Es hindert nämlich beim Herausnehmen der Thiere behufs der Demonstration in der Classe. Man bezieht die erwähnten Gläser sicher am am billigsten von „Warmbrunn, Quilitz u. Comp., Berlin, Rosenthaler Str. No. 40“ und habe ich die Formen Catalog-No. 95a, b, c, 96a, b, 97a, b, als die besten erprobt. Die Präparatengläser sub 95a, b, c u. 96a, b haben luftdicht schliessende eingeschliffene Glasstöpsel, die ersteren einen eingezogenen Hals, die letzteren nicht. Die Gläser sub 97a, b haben einen mattgeschliffenen Rand und aufgeschliffenen Deckel, können also mit etwas Talg auch luftdicht geschlossen und doch leicht geöffnet werden. (Dieselben sind meist von sehr starkem Durchmesser, daher kein Verschluss durch Stöpsel möglich.) Gläser ohne luftdicht schliessende Stöpsel (mit Korken oder durch Glasdeckel, Blase und Kitt geschlossen) taugen nichts, weil der Spiritus im Sommer verdunstet und dadurch die so schädliche Feuchtigkeit ins Kabinet kommt, aber auch, weil dann die Präparate aus Mangel an Spiritus verderben, abgesehen von dem Verluste an Spiritus, der bei oft nöthigem Auffüllen bedeutend genug werden kann. Glasgefässe mit parallelen Wänden (vierkantige nach Art der Aquarien, s. bei Martin) halte ich für überflüssig. Der durch Martin vorgebrachte Grund gegen die runden (cylindrischen) Gläser, dass sie nämlich das Bild des Thieres verzerren, ist für mich darum nicht stichhaltig, weil ich verlange, dass jedes Thier beim Unterricht aus dem Glase genommen und auf einem Teller den Schülern gezeigt werde. Dieselben nehmen dann gewiss ein besseres Bild von dem Thiere in sich auf, als wenn sie es selbst in einem parallelwandigen Gefässe gesehen hätten.

Man beschaffe sich also eine grössere Zahl oben erwähnter Präparatengläser besonders von der Form No. 96b. und fordere nun die Schüler oder einige derselben auf, alles, was sie von Reptilien, Fischen, Spinnen, Krebsen, Würmern, ev. auch von Schnecken und Muscheln auftreiben können, einzusammeln und der Schule zu überweisen. Natürlich sammelt der Lehrer auch selbst. Dass man alle Thiere, bei denen dies möglich ist, in Spiritus aufbewahrt, ist in neuerer Zeit immer mehr anerkannt; früher geschah dies jedoch nicht. So sah ich z. B. trocken aufbewahrte Seesterne, Seeigel etc., die so zerbröckelt waren, dass der Schüler nur noch die allgemeine Gestalt, aber nicht mehr

die feineren Organe beobachten konnte. Den Amphibien, Reptilien und Fischen stopft man etwas Watte ins Maul, damit der Spiritus durch dieselbe hindurch ins Innere dringe, da dieses sonst auch im Spiritus noch faulen kann. Zu gleichem Zwecke öffnet man den Leib der Fische oder grösserer Amphibien und Reptilien und verstopft die Oeffnung mit Watte. (Auch bei ihnen bringt man natürlich erst Watte ins Maul.) Zuerst setzt man die Thiere in gebrauchten Spiritus, da derselbe Farb- und andere Stoffe aus dem Thierkörper löst und sich färbt. Man muss daher den Spiritus so oft erneuern, bis derselbe farblos bleibt, was nicht zu viel kostet, da der gebrauchte immer wieder bei frischen Thieren verwendet wird. Zu Reptilien, Fischen, Krebsen, Seesternen, Seeigeln etc. mische man 4 Raumtheile 90grädigen Alkohol mit 1 Raumtheil destillirten Wassers, zu den sehr zartwandigen Eingeweidewürmern 1 Raumtheil 90grädigen Alkohol mit 9 oder 10 Raumtheilen Wasser. Im Ganzen und Grossen genügen diese heiden Mischungsverhältnisse; die Praxis ergiebt etwaige geringe Abweichungen. Ziehen sich die Thiere z. B. im Spiritus zu sehr zusammen, so war der Spiritus zu stark und muss durch verdünnten ersetzt werden u. dgl. m. Die Aufbewahrung und besonders die Conservirung von Insecten wird stets ein wunder Punkt für jede Sammlung bleiben. Die bisher meist befolgte Aufbewahrungsart in grösseren Holz- oder Pappkästen mit oben zu öffnendem Glasdeckel, in denen mindestens 50 bis 100 Insecten und darüber zusammen aufbewahrt wurden, wird wohl der jetzt beliebten mit Recht weichen müssen, wonach man die Insecten nur in Partien von 5 bis ca. 15 in Kästchen aufbewahrt, deren D e c k e l und B o d e n von Glas, deren Seitenwände von hartem Holze sind. Dieselben können nicht geöffnet werden, gestatten aber die Ansicht der an aufgeleimte Korke gespiessten Insecten von oben bis unten. Da früher ein einziges von Insecten bewohntes todtes Insect einer ganzen Schaar von 100 und mehr das Verderben brachte, so ist diess durch die jetzige Anordnung in den meisten Fällen auf eine geringe Zahl beschränkt; ausserdem sind die einzelnen Kästen, weil gut verschlossen und nicht zu öffnen, dieser Gefahr wohl weniger ausgesetzt. Doch befürworte ich diese Art der Aufbewahrung nur für die an's Lehrbuch sich eng anschliessende Lehrsammlung; bei allen sonst gesammelten Insecten möchte ich Kästen in der

bisherigen Weise wegen der grösseren Zugänglichkeit vorziehen. Das Conserviren mit Kampfer hat sich wohl durchgehends als nicht zuverlässig erwiesen. Martin schlägt vor, Fläschchen mit Schwefelkohlenstoff in die Insectenkästen zu stellen, durch deren Kork ein Haarröhrchen geht. Ich habe dieses Verfahren seit etwa $1^1/_2$ Jahren angewendet und gefunden, dass dasselbe entschieden allen andern Conservationsmethoden vorzuziehen ist, da in einer trotz aller bisherigen Gegenmittel vielfach vom Insectenfrass heimgesuchten Sammlung derselbe nur noch sehr vereinzelt aufgetreten ist, ev. also bei frisch gesammelten Thieren ganz verhindert werden dürfte. Natürlich muss der Schwefelkohlenstoff oft erneuert werden. Die Jugendzustände der Insecten werden meist in Spiritus aufbewahrt werden müssen, Raupen und Puppen von Schmetterlingen allerdings besser aufgeblasen und getrocknet; doch wird man diese Präparate wohl kaufen, da zu ihrer Anfertigung grössere Uebung zu gehören scheint. Hauptlehrer Brischke in Danzig liefert derartige Präparate von schädlichen und nützlichen Insecten nebst den durch dieselben erzeugten Pflanzendeformationen (Gallen u. s. w.) in Kästchen mit abhebbarem Glasdeckel 116 $\overline{m}$. br. 185 $\overline{m}$. lg. 38 $\overline{m}$. hoch (im Lichten). In jedem derselben liegt ein weisser Carton mit der Futterpflanze und den verschiednen Stadien des Insects. Ein Kästchen enthält je nachdem 1, 2 auch 3 Arten und kostet mit Insectenpräparaten 3 Thlr., mit Pflanzendeformationen 2 Thlr. (das Dutzend resp. 30 und 20 Thlr.). Diese Präparate sind im höchsten Grade empfehlenswerth, da sie äusserst geschmackvoll und vor allem durchaus naturgetreu angeordnet sind, so dass sie, wie nichts anderes, ein klares und richtiges Bild von dem Leben des Thieres in dem Betrachtenden zurücklassen. Sobald man sie gesehen hat, findet man den Preis im Dtzd. durchaus nicht zu hoch, wenn derselbe auch den meisten Schulen freilich nur eine allmähliche Beschaffung gestatten wird. Spinnen bewahrt man am besten in Spiritus von stärkerem Gehalt (4 Th. Alkohol, 1 Th. Wasser) auf*), desgleichen Krustenthiere, bei denen man jedoch die grösseren, wie Hummern und andere, trocken aufbewahr

*) Eine grosse Sammlung solcher auf Spiritus aufbewahrter Spinn aus Galizien (von Weigel) sieht man in der österr. Lehrmittelausstellu in Wien, eine noch grössere von Dr. Bökh in der ungarischen. D. Red.

muss, weil sie zu colossale und theure Gefässe erfordern würden. Auch dies kann der Lehrer noch selbst besorgen. Die grossen Crustaceen lassen sich nämlich ziemlich leicht entleeren, wenn man das Abdomen und die grossen Scheeren loslöst. Man entfernt das Fleisch etc., vergiftet die innern Theile durch Ausspülen mit arsensaurem Natron und leimt dann das getrocknete Thier wieder zusammen.

Bei Würmern, die man wohl nur in Spiritus aufbewahrt, achte man auf das Mischungsverhältniss von Weingeist und Wasser, was ich schon oben erwähnte. Die Kopffüsser muss man sämmtlich ankaufen, da sie bei uns nicht heimisch sind. Ich lasse mir alle in Spiritus aufzubewahrenden Gegenstände, die ich ankaufen muss, jetzt nur noch ohne Gläser und Spiritus (in Blase etc. verpackt) zuschicken, da deren Preis dadurch oft um mehr als die Hälfte geringer wird, und die Gläser entweder nicht zu denen der Sammlung passten, oder mit Blase und Kitt etc. verschlossen waren, so dass ich also die Thiere doch in andere für den Zweck der Schule geeignete Gefässe bringen musste.

Das Sammeln und Aufbewahren von Schnecken- und Muschelschalen ist einfach. Doch vergesse man nicht, auch einige Thiere von Schnecken und Muscheln in Spiritus aufzuheben. Die Thiere aus den noch übrigen Classen wird man meist, wenigstens grade die Hauptrepräsentanten, auch ankaufen müssen, weil sie bei uns nicht heimisch sind.

Was das Tödten der Thiere anlangt, so geschieht dies bei Amphibien, Fischen, Krebsen u. s. w. wohl am besten mittelst starken Spiritus; bei den Insecten konnte ich mich noch nicht zu dem Gebrauch des so sehr empfohlenen Cyankaliums entschliessen. Dasselbe bekommen ja Schüler überhaupt nicht in die Hand; es kann also ihnen gar nicht angerathen werden. Ich blieb daher bei Spiritus (für Käfer etc.) und Schwefeläther (für Schmetterlinge); vielleicht könnte man auch Chloroform anwenden. Spinnen tödte ich in Spiritus, Würmer, die sich dabei nicht zusammenkrümmen, ebenfalls. Solche, die dies thun, z. B. Blutegel, muss man, wie die Schnecken, unter Wasser absterben lassen und dann in Spiritus bringen. Die Schnecken ziehen sich freilich auch bei dieser Todesart noch immer genug zusammen. Aus den Gehäusen der Schnecken zieht man die Thiere leicht heraus, wenn man dieselben einige Secunden in kochendes Wasser

wirft, jedoch ja nicht zu lange, da die Thiere sonst zu weich werden und in der Mitte losreissen, so dass gerade der hintere Theil, der am schwersten zu entfernen, in der Schale bleibt.

Ein Hauptmittel aber, um eine Sammlung stets in gutem Zustande zu erhalten, ist, dass man dieselbe möglichst oft durchsehe und dies muss von jedem Lehrer verlangt werden. Zwar bei der mineralogischen und botanischen Sammlung wird dies kaum jemals nöthig sein, höchstens beim Herbarium; bei der zoologischen ist es unentbehrlich. Säugethiere und Vögel, wenn von einem zuverlässigen Conservator ausgestopft, werden so leicht nicht zu Schaden kommen, weil mit den jetzt als besten anerkannten Conservirungsmitteln präparirt. Im Winter werden Revisionen kaum nöthig sein, da ja das meiste Material in den verschiednen Classen gebraucht wird. Vor den grossen Ferien aber ist eine Revision durchaus anzurathen. Dass das Abstäuben und Abklopfen, resp. das Bürsten der Säugethiere mittelst einer weichen Bürste, mit der nöthigen Vorsicht, wo möglich stets in Gegenwart und unter Anleitung des Lehrers, durch Schüler oder Schuldiener geschieht, so dass nichts beschädigt wird, ist selbstverständlich. Die Spirituosa, wenn in oben erwähnten Gefässen, erfordern höchstens einmal ein Umfüllen des gefärbten Spiritus. Am häufigsten muss man die Insecten revidiren (etwa alle zwei Monate), und thut man da am besten, wenn man vom Insectenfrass heimgesuchte Exemplare geradezu wegwirft, um wenigstens die übrigen zu erhalten.

Zum Schlusse dieses zweiten Theiles noch eins, worauf gleichfalls das grösste Gewicht zu legen ist.. Die Sammlungen werden meist viel zu wenig benutzt. Sind dieselben nicht in Ordnung, besonders nicht genau bestimmt, so mag eine sehr gerechte Scheu davon abhalten, sie den Schülern vorzuführen. Statt dass diese Scheu den Lehrer antreiben sollte, die Sammlung mit allen gebotenen Mitteln in Ordnung zu bringen, begnügen sich leider sehr viele mit der Benutzung von Abbildungen, oft sogar recht schlechten, auf denen aber die Namen hübsch unter jedem Bilde stehen, was auch sehr nothwendig ist, da sonst oft die Naturkundigsten das Thier kaum als das erkennen möchten, was es nach dem darunter stehenden Namen sein soll.

Sind andrerseits die Sammlungen recht sorgfältig behandelt, so ist der Lehrer zuweilen so in sein Werk verliebt, dass er Be-

schädigungen bei häufigem Gebrauch mehr als nöthig fürchtet. Meist aber verfährt man eben einfach gedankenlos nach der alten, verbreitetsten Methode, ohne sich zu fragen, ob dieselbe nicht der Verbesserung fähig ist. Die Schüler müssen die durchgenommenen Gegenstände so oft und so lange vor Augen haben, als irgend ermöglicht werden kann. Ich bestimmte deshalb, dass in den unteren Classen jedesmal 3—4 Knaben dem Alphabete nach mit mir die gebrauchten Sachen aus dem Cabinet holten, so dass jeder Schüler in jeder Classe doch zwei bis drei Mal in die Sammlung kam, und sich dort umsehen konnte. Ich nahm aber ausserdem öfter bereits besprochene Säugethiere, Vögel u. dergl. m. wieder zur Repetition mit in die Classe. Beides sind nur schwache, aber immerhin empfehlenswerthe Aushilfsmittel. Seit einem Jahre habe ich Kästen mit Glasthüren*) in den Classenzimmern aushängen lassen, in denen ich der Reihe nach und etwa alle 3 Wochen wechselnd die durchzunehmenden resp. durchgenommenen Gegenstände unsrer Sammlung längere Zeit den Schülern vor Augen führe. Die Arbeit des Lehrers ist dabei keine zu grosse, da er nur alle halben Jahre einmal alle Kästen zu füllen hat, denn der zuerst in Sexta ausgehängte Kasten wandert nach je drei Wochen nach Quinta, Quarta etc. bis Prima, der aus I in umgekehrter Richtung, wozu nur nöthig ist, dass alle Haken in den Classen und die entsprechenden Ringe an allen Kästen in genau gleicher Entfernung angebracht sind. Natürlich müssen zu allen Gegenständen in diesen Kästen genaue und gross geschriebene Etiketts auf Cartonpapier gelegt werden. Ich kann allen Fachcollegen schon jetzt ähnliche Einrichtungen**) dringend anrathen, da ich mich überzeugt habe, dass die Resultate dieses Verfährens sehr befriedigende sind. Ich kann z. B. auch Mineralien von VI ab auslegen, obwohl Mineralogie erst in II gelehrt wird, und habe mich unter anderm

*) 1 M. hoch, 1,5 M. br. 15—30 Centim. tief mit z. Th. horizontal — für Säugethiere, Vögel etc. — z. Th. schief — für Mineralien, Schnecken etc. — zu stellenden Einlegebrettern.

**) Diese Einrichtung ist auch sehr empfehlenswerth für den Unterricht in der Geographie. Man hängt aus einem Bilder-Atlas (z. B. dem von Wend) eine Tafel über dasjenige Land, das man grade tractirt, in einen Rahmen unter Glas und lässt sie eine Woche lang zur Ansicht der Schüler hängen, alsdann vertauscht man sie mit einer andern. Die Red.

in IV, wo ich nicht unterrichtete, gelegentlich einer Vertretungsstunde überzeugt, dass die Schüler noch nach sechs Wochen eine grosse Zahl der ausgestellt gewesenen Mineralien sich gemerkt hatten und über das äussere Aussehen derselben (Farbe, Glanz etc.) sich auszusprechen wussten. Die Schüler kommen also nach II schon mit einer in den Pausen gewonnenen Anschauung von den gewöhnlichen Mineralien. Ich gedenke in ähnlicher Weise nächsten Winter die im Sommer besprochenen Pflanzen in jeder Classe unter Glasrahmen, die hinten zu öffnen sind, auszuhängen.*) Bis jetzt habe ich noch nicht wahrgenommen, dass unsere Sammlung durch diese Benutzung Schaden gelitten hat; der Nutzen derselben ist aber ein so sehr viel grösserer geworden, dass ich auch eine gewisse raschere Abnutzung glaube rechtfertigen zu können.

---

*) Ich fand die erste Anregung zu diesem Verfahren in einer Stelle in Dr. Müllers Aufsatz „Ueber den chemischen Unterricht,“ in dieser Zeitschrift II, 1871 S. 102, wo er die von Dr. E. Willigk an der Ober-Realschule in Prag aufgestellten Tableaux erwähnt. Ich schrieb an Herrn Dr. Willigk um genauere Auskunft, blieb aber ohne Antwort, so dass ich bei dieser Einrichtung mich allein nach meinen hiesigen Verhältnissen richten musste. (Die Tableaux waren auch nur für chemische Objecte bestimmt und auf den Corridoren der Anstalt ausgestellt, was ich nicht für zweckmässig halte, weil zu leicht durch Schüler oder andere Leute Beschädigungen vorkommen können, ohne dass der Thäter zu ermitteln ist.)

(Fortsetzung folgt.)

Kleinere Mittheilungen.

Naturwissenschaftliches in nicht naturwissenschaftlichen Schulbüchern.*)

Von Dr. Zerlang in Witten.

In der 15. Auflage des lateinischen Vocabulariums von Dr. E. Bonnell, Director des Friedrichs-Werder'schen Gymnasiums zu Berlin, befindet sich auf der 19. Seite ein Abschnitt mit der Ueberschrift: *Insecta et Amphibia*, welcher einige so bedenkliche Verstösse gegen die Eintheilung der Thiere enthält, dass eine Beseitigung derselben in der folgenden Auflage des weitverbreiteten und viel gebrauchten Buches sehr wünschenswerth erscheint. Ein Tadel solcher Vorkommnisse in dieser Zeitschrift ist um so gerechtfertigter, weil das Uebel sich auch in andern Schulbüchern recht häufig findet, die ich anderen Fachgenossen zur Berücksichtigung empfehle. Schon die Ueberschrift des Abschnittes ist bedenklich. Die umgekehrte Folge wäre ein besserer Anschluss an die voranstehenden Abschnitte, obgleich dadurch der Sprung über die Fische weg und die Zusammenstellung nicht zusammengehöriger Thierclassen noch nicht vermieden wäre.

Anstössiger ist jedoch der Inhalt. Zunächst findet sich die sogar einem ganz andern Thierkreise angehörige Schnecke in dem Abschnitte vor. Würmer und Spinnen gehören zwar in den Kreis, dem auch die Amphibien und Insecten angehören, aber in zwei andere Classen. Unter den Würmern ist der Blutegel namentlich angeführt, jedoch in der Orthographie Blutigel. Mögen nun auch Egel und Igel desselben Stammes sein (gr. ἀκή, lat. *acies*): der wissenschaftliche, besonders der naturwissenschaftliche Sprachgebrauch

---

*) Wir bitten auch andere Collegen um ähnliche Beiträge für die kleineren Mittheilungen. Namentlich soll eine lateinische Grammatik von einem gewissen Herrn Schulz derartige Verstösse in Masse enthalten. Sollte ein gewiegter Gymnasiallehrer der Naturwissenschaft sich das Ferienvergnügen machen wollen, auf diese Böcke zu jagen, so bitten wir, die gefangenen uns in unsere Zeitschrift zu überliefern, damit wir sie „ausstellen“ können. D. Red.

unterscheidet jetzt scharf zwischen beiden Formen, vor ihm gilt der Egel als Wurm, der Igel als Säugethier.

Auch die Ueberschrift des Abschnittes auf Seite 18: *Quadrupes*, vierfüssiges Thier, ist besser durch *Mammalia*, Säugethiere, ersetzt; denn solche sind gemeint und aufgezählt.

(Fortsetzung folgt.)

Eine arithmetische Lection über die Bruchrechnung in der Quarta eines Gymnasiums
oder
Was hat man von der Bruch-Divisionsregel zu halten?

Vom Herausgeber.

In meiner Lehrpraxis, in der ich oft Aufnahmeprüfungen mit angehenden Gymnasiasten abzuhalten hatte, begegnete mir es regelmässig, dass die Aspiranten, welche die Prüfung für Quarta ablegten und entweder von einer städtischen Bürgerschule oder einer Landschule kamen, die Divisionsregel mit Brüchen entweder — was immer noch besser war — gar nicht kannten, oder — falsch gelernt hatten. Ich wähle zur Demonstration die Aufgabe:

$$\frac{5}{7} : \frac{2}{3} \left(\text{lies } \frac{5}{7} \text{ div. durch } \frac{2}{3}\right)$$

Abgesehen davon, dass sie das Divisionszeichen (:) lasen: „dividirt in"*) und also den Divisor voranstellten, gaben sie die Regel ungefähr an wie folgt: „man multiplicirt den Zähler des einen Bruchs mit dem Nenner des andern" (oder „über's Kreuz" kürzer: „kreuzweis"). Ich trieb sie nun regelmässig in die Enge dadurch, dass ich ihnen begreiflich machte, der Quotient könne alsdann sowohl $\frac{15}{14}$ als auch $\frac{14}{15}$ sein und auf die Frage, welcher von beiden Quotienten denn dann der wahre sei, blieben sie mir in der Regel die Antwort schuldig. Dies geschah aber, wie gesagt, regelmässig bei jeder Aufnahmeprüfung, sobald ein Aspirant nach Quarta (oder Tertia) da war. — Hier war offenbar eine der vielen Schwächen jener Volksschul- und Seminararithmetik fühlbar, von der uns u. A. Herr Nissen in seinem Lehrbuch der Elementarmathematik (recens. von Reidt III, 402) und Herr Reinicke in seinem „Versuch einer vereinfachten Darstellung der Trigonometrie" (recens. ebenf. von Reidt I, 515) treffliche Proben gegeben

---

*) Es müsste beim „Enthaltensein" (= Messen) gelesen werden: „enthalten in" oder kurz blos: „in". Siehe meine Bem. I, 314 und II, 44, wo ich für das Enthaltensein das Zeichen $\div$ vorgeschlagen habe.

haben.*) Der mathematische Seminarunterricht scheint überhaupt noch recht im Argen zu liegen, und dies ist gar nicht zu verwundern, vielmehr sehr erklärlich, da man die Seminarlehrer in der Regel aus den Volksschullehrern nimmt, welche, wenn auch oft an sich sehr tüchtig, doch keine Muster guter und gründlich gebildeter Lehrer vor sich gehabt und tiefer gehende Studien nicht gemacht haben, auch nicht machen konnten. Der Seminar director aber, meist ein Theolog, versteht in der Regel so wenig von der Methode der Mathematik, dass er ausser Stande ist, seine Lehrer auf die Mängel ihrer Methode oder ihres Wissens aufmerksam zu machen. Es scheint mir daher nicht überflüssig zu sein, hier einmal diesen Punkt, wenn auch nur kurz, zu berühren.

Bei der Bruchdivision sind folgende zwei Regeln zu entwickeln:

I. Mache Divisor und Dividend gleichnamig, lasse die (gleichen) Nenner weg und dividire den Zähler des Dividenden durch den Zähler des Divisors.

II. Kehre den Divisorbruch um und multiplicire (mit ihm den Dividend).

Die erstere eignet sich mehr für's mündliche (*vulgo:* „Kopfrechnen“), die andere mehr für's schriftliche Rechnen.

I. Entwicklung der ersten Regel an obigem Beispiel.

$$\frac{5}{7} : \frac{2}{3} = \frac{15}{21} : \frac{14}{21} = 15 : 14 = \frac{15}{14} \left(= 1\frac{1}{14}\right)$$

$$\text{Probe: } \frac{15}{14} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{7} \text{ (Dividend)}$$

Bei der Entwicklung sind etwa folgende Fragen zu stellen:

1) Was ist mit Divisor und Dividend geschehen? — Antwort. Sie sind gleichnamig gemacht worden. (Die Operation des Gleichnamigmachens muss natürlich den Schülern bekannt und von ihnen früher vielfach geübt worden sein.)
2) Nach welchem Satze (oder arithmetischen Gesetze) darf man in $\frac{15}{21} : \frac{14}{21}$ die Nenner fortlassen? — A. Nach dem Satze: Wenn man Divisor und Dividend mit ein und derselben Zahl multiplicirt, so bleibt der Quotient derselbe (ungeändert).
3) Welche Zahl ist hier dieser Multiplicator? — A. 21.

*) Siehe hierüber auch Kober II, 121—122, wo den schlechten Seminarien überhaupt der Text tüchtig gelesen wird und zwar mit Recht. — Auch manche dort entstandenen und gebrauchten Lehrbücher verdienen scharfen Tadel. Das berühmte Rechenbuch von Hentschel in Weissenfels enthält u. A. durchgehends den Fehler, dass das Gleichheitszeichen vor den Zähler des Bruchs statt vor den Bruchstrich gesetzt wird z. B. $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$. Bewährtes Gegenmittel: Mache den Bruchstrich zuerst, sofort nach dem =!

4) Welcher Satz wird dabei noch angewendet? — A. Ein Bruch mit seinem Nenner multiplicirt gibt den Zähler, $\frac{15}{21} \times 21 = 15$.
5) Worein hat sich nun die Bruchdivision verwandelt? — A. In eine Division mit ganzen Zahlen.
6) Wie machst du die Probe? Und nach welchem Satze? — A. Probe: $\frac{15}{14}$ etc. (s. oben). Satz: Wenn man den Divisor mit dem Quotienten multiplicirt, muss man den Dividend erhalten. (Schon aus der Division mit ganzen Zahlen bekannt.)

Klarer noch wird dies Verfahren bei der Rechnung mit benannten Zahlen, z. B. Wie oft sind $\frac{3}{4}$ Pfd. in $\frac{2}{5}$ Pfd. enthalten? Auf die Nothwendigkeit die Brüche gleichnamig zu machen, wird man geführt, bei der Methode des Messens oder Enthaltenseins. Denn wenn ich frage, „wie oft ist $\frac{2}{3}$ enthalten in $\frac{5}{7}$?", so erfordert nothwendig die Antwort, dass man die Brüche gleichnamig mache, denn nur Gleichartiges lässt sich messen. Man muss also die Frage umwandeln in die: wie oft sind $\frac{14}{21}$ enthalten in $\frac{15}{21}$ (14 Pf. in 15 Pf.) und kann nun ebenfalls die Rechnung theilen und zuerst beantworten, wie oft $\frac{1}{21}$ in $\frac{15}{21}$ enthalten sei und dann wie oft $\frac{14}{21}$ darin enthalten seien.

II. Entwicklung der zweiten Regel.

Die andere sogenannte praktische oder Umkehrungsregel wird bei mangelhaftem Unterricht dem Schüler gewöhnlich „überliefert." Eine Regel aber, welche der Schüler nicht entwickelt oder zu entwickeln gelernt hat, um sie, falls er sie vergessen hat, jederzeit wieder zu finden, ist werthlos. Bei der Entwicklung dieser Regel kann man nun auf doppelte Weise verfahren:

Man nimmt, um nicht zu verwirren, als Dividend zuerst eine ganze Zahl, z. B.

$$10 : \frac{2}{3}$$

Entwicklung A): Durch $\frac{2}{3}$ dividiren heisst: durch den 3. Theil von 2 Ganzen dividiren. Man theilt nun die Rechnung in zwei Theile, indem man zuerst durch 2 (oder 2 Ganze) dividirt; dies gibt als Quotient 5. Hierauf stellt man folgende Fragen:

1) Das Wievielfache ist der Divisor (2) vom wahren Divisor ($\frac{2}{3}$). A. Das Dreifache.
2) Wie gross musste also der Quotient 5 werden im Vergleich zum wahren? — A. Der dritte Theil des wahren.
3) Nach welchem Satze? — A. Wenn man eine Zahl (z. B. 18) durch den 3. Theil einer andern (6), also durch 2 dividirt, so erhält man einen dreimal so grossen (oder den dreifachen) Quotient (9), als wenn man sie durch die Zahl selbst (6) dividirt; denn $\frac{18}{6} = 3$, $\frac{18}{2} = 9$.

Blickt jetzt zurück! Welche Rechnungen sind nacheinander gemacht worden? Erst wurde durch 2 dividirt dann mit 3 multiplicirt, dies erhält man auch so:

$$10 \times \frac{3}{2} \text{ oder } \frac{10.3}{2} = 15 \ldots\ldots (\#)$$

d. h. man kehrt den Divisorbruch ($\frac{2}{3}$) um ($= \frac{3}{2}$) und multiplicirt, w. o.

Entwickelung B): Man kann aber auch verfahren wie folgt: $\frac{2}{3}$ ist so viel als $2 . \frac{1}{3}$ folgl. ist $10 : \frac{2}{3} = 10 : (\frac{1}{3} \cdot 2)$. Aber $10 : \frac{1}{3}$ ist nach Regel I $= \frac{30}{3} : \frac{1}{3} = 30 : 1 = 30$. Oder: durch $\frac{1}{3}$ dividiren heisst mit 3 multipliciren. Man sollte aber durch zwei Drittel ($\frac{2}{3}$) dividiren, folglich ist der Quotient noch zu gross und zwar ist er das Doppelte des wahren und muss also halbirt werden; das gibt 15. Die Rechnung übersichtlich dargestellt, gibt:

$$10 : \frac{2}{3} = 10 : \left(\frac{1}{3} \cdot 2\right) = \left(10 : \frac{1}{3}\right) : 2^{*)} = 30 : 2 = 15.$$

Nach beiden Entwickelungen A) und B) muss man also den Dividend mit 3 multipliciren und das Product durch 2 dividiren und man erhält wieder die übersichtliche und kurze Rechnung, die in (#) dargestellt ist. Es ergibt sich also in jedem Falle die kurze Regel unter II.

Welche von beiden Methoden, ob die unter A) oder unter B) die bessere sei, überlasse ich dem denkenden Leser, es dürfte doch ein feiner psychologischer Unterschied stattfinden.

Hierauf nimmt man als Dividend einen Bruch, wobei Alles andere dasselbe bleibt, z. B.

$$\frac{4}{7} : \frac{2}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{14} = \text{etc.}$$

und wiederholt dabei das Aufheben, das bereits von der Multiplication her bekannt ist, z. B.

$$\frac{20}{49} : \frac{16}{21} = \frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{\underset{7}{\cancel{49}}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{4}{\cancel{16}}} = \frac{15}{28}$$

dabei wird man nicht unterlassen zu zeigen, dass man schon vor der Umkehrung des Divisors Abkürzungen anbringen kann, indem man Zähler und Zähler, Nenner und Nenner gegenseitig aufhebt, z. B.

$$\frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{\underset{7}{\cancel{49}}} : \frac{\overset{4}{\cancel{16}}}{\underset{3}{\cancel{21}}} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{28}$$

---

*) Man bemerkt leicht, dass bei der Division durch einen Bruch der allgemeine arithmetische Satz angewandt wird: $a : (c \cdot d) = \frac{a}{c \cdot d} = \frac{a/c}{d}$ d. h. dividire durch jeden Factor successive — ganz wie bei der Multiplication: $a \times (b \cdot c \cdot d) = a \cdot b \times (c \cdot d) = a \cdot b \cdot c \times d = a \cdot b \cdot c \cdot d$.

und wird noch auf specielle Fälle eingehen, z. B. wenn die Zähler, wenn die Nenner gleich sind. Endlich wird man die Operation auch an gemischten Zahlen üben. Als Anwendung dienen Beispiele wie das folgende: $\frac{3}{4}$ Elle kosten $\frac{7}{10}$ Thlr. Wie viel kostet 1 Elle?

Aufl.: $\frac{3}{4}$ Elle kost. $\frac{7}{10}$ Thlr.

$\frac{1}{4}$ " " $\frac{7}{10}:3=\frac{7}{10.3}\left(=\frac{7}{30}\right)$

folgl. $\frac{4}{4}$ (= 1 Ell.) $\frac{7.4}{10.3}=\frac{7}{10}\cdot\frac{4}{3}\left(\text{Also wieder } \frac{7}{10}:\frac{3}{4}=\frac{7}{10}\times\frac{4}{3}\right)$

Zum Schlusse führe ich noch die Verfahrungsweisen einiger mir zur Hand liegenden Bücher an.

Helmes in seinem vortrefflichen Lehrbuche der Mathematik I, §. 178 führt den Beweis durch die Probe. Er schreibt:

$$\text{Satz: } a:\frac{r}{s}=a\cdot\frac{s}{r}$$

$$\text{Bew.: } \left(a\cdot\frac{s}{r}\right)\cdot\frac{r}{s}=a\left(\frac{s}{r}\cdot\frac{r}{s}\right)=a$$

Er fügt aber (wohl im Gefühle der Schwäche dieses Beweises) noch zwei ursprünglichere Beweise in Form von Entwicklungen anmerkungsweise hinzu, eine für die eintheilende Division (6 Thlr. : $\frac{2}{3}$ = x Thlr.), den andern für die vergleichende Division (Enthaltensein, Messen). Beispiel: 6 Thlr. : $\frac{2}{3}$ Thlr. = x.

Pick in seinem Rechenbuche, Wien 1871*), S. 191 beleuchtet die Regel besonders durch Rechnung mit benannten Zahlen. Doch dürfte etwas mehr Uebersichtlichkeit der Darstellung nur nützen.

Schwarz, „Grundzüge für den Rechenunterricht" recensirt von Kober I, 423 drückt die Divisionsregel durch den Satz aus: „Division durch eine Zahl ist Multiplication mit der reciproken Zahl" (vielleicht für den Volksschulunterricht eine zu schwierige Form!). Am wenigsten befriedigt

Hesse (die vier Species, Leipzig 1872, S. 27), wo die Regel als „Definition" aufgestellt ist: „Wenn man zwei Zahlen als Brüche mit dem Nenner 1 auffasst, so erhält man den Quotienten der beiden Zahlen dadurch, dass man den Divisorbruch umkehrt, d. h. Zähler zum Nenner und Nenner zum Zähler macht und dann mit dem Bruche des Dividendus multiplicirt. Diese Bemerkung gibt Veranlassung zu folgender Definition, welcher sich der einzige Fall unterordnet, in welchem die Definition 35)**) noch einen Sinn hat, nämlich wenn der Divisor eine ganze Zahl ist:

---

*) Wir empfehlen dieses Rechenbuch (recens. von Kober III, 40) allen Lehrern der Arithmetik auf's Neue, wegen seiner klaren Darstellung und seiner scharfen Entwickelung.

**) Diese Definition heisst (Hesse S. 21): „Ein Bruch verlangt, dass man seinen Zähler in so viel gleiche Theile theile, als der Nenner Einheiten hat, und dass man einen von diesen gleichen Theilen nehme."

Der Quotient zweier Brüche ist wieder ein Bruch, den man erhält, wenn man den Divisorbruch umkehrt und ihn hierauf mit dem andern Bruche multiplicirt.

Ist das eine Entwicklung, welche den Schüler zur Einsicht in den wahren Grund des Divisionsverfahrens führt?

Am stärksten aber polemisirt Herr Kober gegen die Divisionsregel. In der Recension des obenerwähnten Buches von Schwarz (I, 423) sagt er: „Die Division durch einen Bruch wird nur nach der ziemlich verrufenen Umkehrungsmethode . . . gelehrt. . . . . Diese Umkehrungstheorie hat in den Schulen schon genug Unfug angerichtet, um den Untergang zu verdienen. Sie ist, wie die meisten mechanischen Regeln, eine Art Armuthszeugniss, dass der Lehrer darauf verzichtet, seinen Schülern wirklich Division beizubringen und sie daher jede Division in eine Multiplication verwandeln lässt. . . . Sonderbar! die „höhere Schule“ soll das Nachdenken der Schüler üben, die Realschule ganz wesentlich durch die Mathematik und der Lehrer sucht ihnen dasselbe zu ersparen!“ und weiter bei der Recension von Picks Rechenbuch (III, 41) „nur behagt uns die „„Umkehrung““ in der Division nicht recht.“ —

Wir bedauern, hier unserem geehrten Mitarbeiter entschieden widersprechen zu müssen und wiederholen, was wir schon dort (I, 423, Anm.) angedeutet haben: Eine praktische Regel, welche im Unterrichte klar entwickelt und vom Schüler völlig verstanden worden ist, ist nicht nur nicht schädlich, sondern sehr nützlich, da sie das rasche Rechnen der Praxis fördert. Dividiren nicht alle Mathematiker nach dieser Regel? Dadurch aber wird dem Schüler das Nachdenken durchaus nicht „erspart,“ was Herr Kober den Lehrern vorwirft. Vielmehr ist das Nachdenken bereits vorausgegangen und die praktische Regel ist nichts Anderes, wie jedes mnemotechnische Hilfsmittel bei jeglichem Unterricht. Ich glaube nicht, mich zu irren, wenn ich annehme, dass jene von mir Eingangs besprochene Unklarheit über die Bruchdivision, die ich bei verschiedenen Schülern Jahre lang beobachtete, einzig und allein aus jener verworrenen Demonstration eines Unterrichts hervorging, der es verschmähte, nach einer klaren Entwickelung gewissermassen als Krystallisationspunkt derselben an den Schluss eine Regel hinzustellen.

Literarische Berichte.

Worpitzky, Dr., (Lehrer der Mathematik am Friedrichs-Werder'schen Gymnasium in Berlin): Elemente der Mathematik für gelehrte Schulen und zum Selbststudium. Erstes Heft: Arithmetik. Zweites Heft: Algebra, Kettenbrüche, Combinationsoperationen nebst Wahrscheinlichkeitsrechnung, Kreisfunctionen nebst Trigonometrie. Berlin, Weidmann'sche Buchhandlung. 1872. Preis?

Durch dieses Buch beabsichtigt der Verfasser zunächst, seinen Schülern die Repetition seines mehrfach vom Herkommen abweichenden Vortrags zu erleichtern, er hofft aber auch, durch die Herausgabe desselben seiner Behandlungsweise mehr Freunde zu gewinnen. Pädagogische Rücksichten haben bei der Abfassung desselben nicht vorgewaltet; vielmehr hat es der Verfasser als die Aufgabe seines Lehrbuchs betrachtet, „in jeder einzelnen Disciplin aus den Grundbegriffen mit ununterbrochenem Schritt unter Berücksichtigung aller wesentlichen Momente zu dem Höchsten aufzusteigen, das dem Schüler überhaupt geboten werden soll." Der Verfasser lässt daher auch die Frage, ob die einzelnen Abschnitte des Buchs in der Classe, für welche sie bestimmt sind, ganz durchgenommen werden können, offen, „legt aber Werth auf die Auffassung eines einheitlichen Ganzen bei der Repetition in den oberen Classen." Obgleich wir bezweifeln, dass zu derartigen umfassenden und weitgehenden Repetitionen die nöthige Zeit auf Gymnasien vorhanden sein wird, wollen wir doch dem Verfasser die Berechtigung jener Ansicht zugestehen und nun zusehen, wie er seine Aufgabe löst.

In den ersten 6 Paragraphen behandelt der Verfasser kurz die allgemeine Grössenlehre, in welcher er den Begriff einer Grösse und Zahl durch ein Axiom, durch Definitionen mit einigen Zusätzen entwickelt. Ob er nun gerade hierbei glücklich gewesen, möchten wir bezweifeln. Wir überlassen das Urtheil dem Leser, indem wir einige Proben mittheilen. In §. 3 heisst es: „Jedes Ding, wenn man es für sich allein betrachtet, heisst ein Ganzes." Dasselbe Ding ist also kein Ganzes mehr, wenn es im Verhältniss zu einem andern Dinge betrachtet wird? In §. 4 heisst es: „Ein Ganzes heisst eine Grösse, wenn (?) es 1) theilbar ist, wenn 2) u. s. w.

demnach giebt es auch Ganze, die nicht theilbar sind, während doch der Begriff eines Ganzen den der Theilbarkeit einschliesst. In VII desselben §. erfahren wir, dass die Null ein Ding, sogar ein Quantum sei; es heisst: „Ein Ding, welches mit einer Grösse, als Theile, verbunden, ein mit den letztern gleichartiges und gleiches Ganzes gibt, heisst Null: — genauer sagt man: jenes Ding habe in der fraglichen Qualität das Quantum Null.“ Dem gegenüber bezeichnet der Verfasser in §. 8, III ganz richtig die Null als die Negation des Quantums! Eben so liest man kopfschüttelnd: VIII. „Die Art, wie eine Grösse aus einer oder mehreren Grössen entsteht, heisst ihre Form.“ IX. „Die blosse Form einer Grösse, nach Abstraction von ihrer Qualität, heisst eine Zahl.“ Nur derjenige, welcher weiss, was mit diesen Definitionen gemeint ist, wird sie verstehen, für ihn sind sie also überflüssig; ein anderer versteht sie nicht, wozu dienen sie also?

Wenn man vom Anfang an solche Sachen in einem Buche liest, so ist man leicht geneigt, dasselbe sofort bei Seite zu legen. Wollte man dies auch bei dem vorliegenden Buche thun, so würde man sehr unrecht handeln. Der Verfasser erscheint in einem ganz anderen Lichte, wenn man ihm weiter auf das Feld der mathematischen Praxis folgt.

In §. 9 gibt der Verfasser gewissermassen einen Stammbaum der Rechnungsarten und ihrer Zeichen und in §. 10 sehr gute Definitionen derjenigen arithmetischen Zeichen, welche sich nicht auf eine einzelne Rechnungsart beziehen, wie Klammern, Gleichheits- und Ungleichheitszeichen. Die Stammrechnungsarten werden mit ihren Umkehrungen in parallelen Columnen neben einander behandelt und zwar so, dass die Analogieen äusserlich möglichst hervortreten. Der Verfasser legt mit Recht ein grosses Gewicht auf die geometrische Veranschaulichung der Gebilde der Arithmetik durch Coordinatensysteme, „deren Benutzung man sich kaum früh genug sichern kann.“ Daher war es sehr auffallend, zu finden, dass er sich bei der Erörterung der Gesetze der Addition und Subtraction im Ganzen der Ohm'schen Behandlungsweise angeschlossen hat, anstatt die Zahlenreihe durch die Zahlenlinie darzustellen, an welcher ja die Gesetze der Grundoperationen mit grösster Einfachheit und voller Schärfe anschaulich entwickelt werden können und von welcher der Uebergang zur Zahlenebene und damit zu den complexen Zahlen so leicht ist. Es wiederstrebt unserm Gefühl, wenn wir von dem Gegensatz, der in den Worten Addiren und Subtrahiren liegt, in der Definition vom Subtrahiren kaum eine Spur finden. Die Ohm'sche Definition wird erst vollkommen klar, wenn an der Zahlenlinie nachgewiesen ist, dass man vom Subtrahend ausgehend zum Minuend gelangt, indem man so viele Stufen der Zahlenlinie vorwärts durchschreitet, als noch übrig bleiben, wenn man vom Minuend rückwärts so viele Stufen durchschreitet, wie der Subtrahend anzeigt. hnliches gilt von den höheren Rechnungsstufen. Naturgemäss

ergeben sich auch an der Zahlenlinie zunächst die negativen Zahlen und später die Irrationalzahlen; diese sind keine blossen „Erfindungen" der Mathematiker, wie der Verfasser in der Scholie §. 17 sagt, sondern naturgemässe Erweiterungen des Zahlenbegriffs. Durch sie werden die Zwischenräume auf der Zahlenlinie vollständig ausgefüllt, so dass für die complexen Zahlen wiederum eine Erweiterung der Zahlenlinie zur Zahlenebene eintreten muss.

Bei der parallelen Zusammenstellung der Multiplications- und Divisionsgesetze ist es störend, dass der Verfasser den Multiplicator vor den Multiplicandus stellt. Für das Auge, welches doch bei solchen Zusammenstellungen auch eine Rolle spielt, ist es jedenfalls vortheilhafter, wenn sich gegenüber stehen

$$(a+b)\cdot n = an + bn \text{ und } \frac{a+b}{n} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n}$$

anstatt, wie der Verfasser schreibt:

$$n\,(a+b) = na + nb \text{ und } \frac{a+b}{n} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n}$$

Warum dem Satze (§. 28) $(n+r)\cdot a = na + ra$ der Divisionssatz $\frac{a+b}{n+r} =$ u. s. w. gegenübergestellt ist, ist nicht ersichtlich, weil in der That keine Analogie stattfindet, was der Verfasser in einer Anmerkung, wiewohl nur schüchtern, selbst eingesteht. Diese Anmerkung wäre allein genügend gewesen, und dann hätte der der Division eigenthümliche Satz in der einfachern Form

$$\frac{a}{n+r} = \frac{a}{n} + \frac{a - \frac{a}{n}(n+r)}{n+r}$$

kommen müssen. Dass der Verfasser $\frac{a}{0}$ „unmöglich" nennt, können wir nicht billigen, weil diese Bezeichnung leicht zu Verwechselungen Anlass geben dürfte, wenigstens so lange, als man $\sqrt{-1}$ oder i noch die imaginäre Einheit nennt, wie der Verfasser es auch thut. Es ist zweckmässig, die vielen verschiedenen Regeln der Multiplication und Division mit und durch Brüche, womit die Schüler ihr Gedächtniss beschweren müssen, in die zwei zusammenzuziehen:

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \text{ und } \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}\text{*)}$$

nachdem vorher das sogenannte Erweitern und Heben eines Bruchs erläutert und bewiesen ist. Dem Satze §. 32 II. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}$ hätte können gegenübergestellt werden: $ab + cd = \left(\frac{a}{d} + \frac{c}{b}\right)\cdot b$ ein Satz, der für die Verwandlung von Ausdrücken im Product wichtig genug ist.

In §. 33 belehrt uns der Verfasser, dass man richtiger Alg

*) Vergl. unsern Aufsatz S. 222—227. D. Red.

rismus statt Algorithmus schreibt. In den §§. 34. 35 werden schon die Begriffe von Constanten und Variabeln, sowie die Bedeutung eines Grenzwerthes *lim x* angegeben. Dazu müssen wir bemerken, dass es doch wohl nicht zulässig ist und dem Sprachgebrauch zuwider läuft, eine Variable schon unendlich gross oder klein zu nennen, so lange sie noch im Wachsen oder Abnehmen **begriffen** ist. Die Gleichung in §. 34. IV, $a = \lim_{n=r} a$ ist dem Anfänger an dieser Stelle völlig unverständlich, da auf gar keine weitere Beziehung zwischen x und n hingedeutet worden ist. Dass die Variable x im Wachsen oder Abnehmen bis in's Unendliche begriffen ist, deutet der Verfasser an beziehungsweise durch $x = +\infty$ und $x = -\infty$.

Die §§. 36 und 37, welche eine „Verschmelzung der Multiplication mit der Division und Erweiterung des Zahlenbegriffs durch Einführung der gebrochenen und irrationalen Zahlen“ enthalten, werden von Schülern grösstentheils gar nicht oder missverstanden werden: andere Leute, die sich durch Selbststudium in der Mathematik aus diesem Buche unterrichten wollen — und für solche ist ja das Buch auch bestimmt — werden nach dem, was in §. 36 gelehrt wird, z. B. $\frac{5}{7}$ für eine Irrationalzahl halten, weil 5 und 7 keinen gemeinsamen Theiler haben. Es ist u. E. unzulässig, in der Arithmetik von Irrationalzahlen zu sprechen, bevor durch die Wurzelausziehung auf die Existenz solcher Zahlen hingewiesen ist. In der Geometrie führt die Betrachtung der Verhältnisse auf diese Zahlen; von denselben ist aber bis hierher in unserem Buche noch nicht die Rede gewesen. Daher dürften Definitionen, wie V. „die Bruchform, in welcher Zähler und Nenner incommensurabel sind (d. h. nach III keinen gemeinsamen Theiler haben), heisst eine irrationale Zahl“ an dieser Stelle nur zu Missverständnissen führen. Gut sind die §§. 38 und 39, insbesondere die Darstellung der Ausdrücke $\lim_{b=\infty} \frac{a}{b} = 0$; $\lim_{b=0} \frac{a}{b} = \infty$ u. s. w. Bei der Scholie zu §. 38, in welcher die „verschiedenen Bedeutungen, in denen das Wort Multipliciren bisher gebraucht wurde,“ zusammengefasst werden sollen, wird sich der denkende Schüler fragen, wie entsteht eine Irrationalzahl (vorausgesetzt, dass er an dieser Stelle den Begriff derselben wirklich klar erfasst hat) aus der Eins? Darüber wird er vergeblich nach Aufklärung suchen.

In §. 40 werden einige analytische Gleichungen mit ihren Umkehrungen und Schemata zu einigen nothwendigen Uebungen gegeben, wie $(a+b)^2$; $(a+b)(a-b)$; $(x+a)(x+b)$; $(a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \ldots + b^{n-1}) = a^n - b^n$, auf welche sich der Verfasser in späteren Abschnitten beruft. In den §§. 41—46 wird das Wichtigste aus der Proportionslehre abgehandelt. Hier wäre u. E. der passende Platz gewesen, den Begriff der Irrationalzahlen geometrisch zu erörtern.

Die Paragraphen 46—55 handeln vom Potenziren, Radiciren und Logarithmiren. Für das Logarithmenzeichen *log.* hat der Verfasser eine Deformation des lateinischen Buchstabens *l* eingeführt. Besonders zierlich sieht dieses nicht aus und es wäre vielleicht besser, eine Deformation des griechischen λ zu wählen, wie etwa λ_.*) Ziegler hat in seiner Trigonometrie das alterthümliche $\mathfrak{L}$ gewählt. Die Zweckmässigkeit eines besonderen, dem $\sqrt{}$ entsprechenden Zeichens geben wir sehr gern zu und wir würden uns freuen, wenn sich die Mathematiker darüber verständigen wollten.**) Es ist ohne Zweifel besser $\lambda\frac{a}{b}$ statt ${}_{\log a}^{\ b}$ zu schreiben, und Sätze wie

$$\lambda\frac{a}{b} \cdot \lambda\frac{b}{c} = \lambda\frac{a}{c} \text{ und } \lambda\frac{a}{b} \cdot \lambda\frac{a}{b} = 1$$

nehmen sich in dieser Bezeichnung sehr gut aus. Eine parallele Durchführung der Gesetze aller drei Rechnungen ist nur in sehr beschränktem Masse möglich und geht kaum über die Grundbegriffe hinaus. Das zeigen auch die vielen leeren Stellen in diesem Theile des Buches. Jedenfalls gehören auch nicht zusammen Sätze wie

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n \text{ und } \lambda\frac{ab}{n} = \lambda\frac{a}{n} + \lambda\frac{b}{n} \text{ (§. 51)}$$

sondern $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ und $\lambda\frac{mn}{a} = \lambda\frac{m}{a} + \lambda\frac{n}{a}$.

Von §. 56 an wird das Potenziren, Radiciren und Logarithmiren einer Summe abgehandelt, also der binomische Lehrsatz, die Convergenz und Divergenz der Reihen, die allgemeine Binomialreihe, die Reihe für e und die logarithmische Reihe entwickelt und erschöpfend durchgeführt. In den §§. 73—84 werden die complexen Grössen eingeführt, mittels derselben die Sinus- und Cosinusreihen mit dem Moivre'schen Satze entwickelt und zum Schluss der Werth von π bestimmt. Wenn wir auch der Darstellung der Gesetze der complexen Zahlen, wie sie Wittstein in seiner Analysis gegeben hat, entschieden den Vorzug geben, weil dieser sie in der Zahlenebene auf anschauliche Weise erörtert, so können wir doch gegen die Behandlungsweise unseres Verfassers keinerlei Ausstellungen machen, wie wir überhaupt von hier an nur Lobendes sagen können.

Als Anhänge zum ersten Hefte finden wir noch eine Veranschaulichung der Grössenformen durch geometrische Gebilde mittelst rechtwinkliger und Polarcoordinaten, woran kurz die Gauss'sche Darstellung complexer Grössen geschlossen wird, einige wichtige Reihen, wie die arithmetischen Reihen höherer Ordnung, die geometrische

*) Uns will scheinen, als sei *lg* kurz genug, dann könnte man auch das griechische λ für den *log. nat.* aufheben. Die Deformation will uns auch deshalb bedenklich erscheinen, weil der Deformationsstrich beim schnellen Schreiben leicht verloren geht. D. Red.

**) Wäre etwas für die „Mathematikerversammlung." D. Red.

Reihe mit der Zins- und Rentenrechnung, das Zahlensystem und die numerischen Rechnungen.

Das **zweite Heft,** die Algebra u. s. w. enthaltend, ist als ein vorzügliches Werk von vornherein zu bezeichnen. Nach einigen nothwendigen Definitionen werden die Gleichungen des 1. Gr. mit einer und mit mehreren Unbekannten behandelt, wobei auch der Methode der Determinanten kurz Erwähnung geschieht. Dann folgen die Gleichungen 2. Grads und solche, welche sich auf diese zurückführen lassen; die reciproken Gleichungen in vortrefflicher Ausführung. In §. 113 hätte der Deutlichkeit wegen hinzugefügt werden können, dass bei einem geraden n der mittlere Coefficient durch sich selbst dividirt werden muss. Als Anwendung wird die Bestimmung der Werthe von $\sqrt[3]{\pm 1}$, $\sqrt[4]{\pm 1}$ und $\sqrt[5]{\pm 1}$ gelehrt. Die Auflösung der cubischen Gleichungen (§. 118) wird, abweichend von der gewöhnlichen Methode, durch Einführung der Werthe von $\sqrt[3]{1} = \varepsilon$ gegeben. Die Entwicklung des sogenannten irreduciblen Falles ist einfach und praktisch. Von den Auflösungen der Gleichungen 4. Grads werden gelehrt: die Descartes-Lambert'sche Methode und die Methode der Reduction auf eine reciproke Gleichung. Vor den Gleichungen höherer Grade werden zunächst die Fundamentaleigenschaften der Wurzeln und der Newton'sche Satz über die Potenzsummen der Wurzeln einer Gleichung entwickelt; dann folgen: die Gräffe'sche Methode und die Annäherung nach der Secantenmethode, welche nur im Allgemeinen angedeutet werden; die Trennung der Wurzeln durch Maxima und Minima, welcher eine geometrische Anschauung vorausgeschickt ist, ein kleiner vortrefflicher Abschnitt. Die §§. 139—144 enthalten das Wichtigste aus der Theorie der Kettenbrüche mit Anwendungen auf die Quadratwurzelausziehung und die Lagrange'sche Methode zur Berechnung einer positiven Wurzel einer numerischen Gleichung, sowie auf die diophantischen Gleichungen.

In drei §§. werden die Combinationsoperationen kurz, aber ausreichend entwickelt. Als Anwendungen treten hinzu: der polynomische Lehrsatz und die Wahrscheinlichkeitsrechnung; letztere ist etwas zu kurz abgefertigt; ausführlicher hat sie Wittstein in seiner Analysis behandelt.

Den Schluss des ganzen Werks bilden die Kreisfunctionen auf geometrischer Grundlage nebst der ebenen und sphärischen Trigonometrie, jedenfalls eine überraschende Beigabe zur Arithmetik und Analysis. Der Verfasser äussert sich hierüber in der Vorrede folgendermassen: „ich gebe selbstverständlich zu, dass die Trigonometrie in consequenterer Weise einen Anhang zur Geometrie bildet, nehme aber, wenn mich Jemand ernstlich über dies Verfahren tadeln sollte, mit grösserem Ernste für mich in Anspruch, dass die Kreisfunctionen als integrirender Bestandtheil der Arithmetik beim Radi-

ciren und Logarithmiren erkannt sind und in der Trigonometrie keine ausschliesslichere Verwendung finden, als die geometrische Reihe in der Rentenrechnung.“ Dem Referenten fällt es nicht ein, wegen dieser Anfügung irgend einen Tadel auszusprechen, gesteht ihm vielmehr die grösste Berechtigung der Einreihung dieser Abschnitte an dieser Stelle zu und dies um so mehr, als er in den vorausgehenden Abschnitten vielfach mit den Kreisfunctionen operirt und von der geometrischen Veranschaulichung arithmetischer Gebilde durch Anwendung von Coordinaten den ausgiebigsten Gebrauch gemacht hat, so dass eine systematische Zusammenstellung und weitere Ausbildung der Gesetze der Kreisfunctionen mit ihren Anwendungen auf trigonometrische Berechnungen hier gerade recht am Platze sein dürften. Aber auch Einer, der hierüber anders denken sollte, wird nach genommener Einsicht in diesen letzten Theil des vorliegenden Buchs denselben als eine werthvolle Gabe hinnehmen.

Was die specielle geometrische Behandlung der Kreisfunctionen anbelangt, so verschmäht es der Verfasser, von vornherein sie auf Winkel zu beziehen. Er zeigt, wie man in einer Ebene zu einem Punkte P gelangen könne, entweder mittelst der Coordinaten eines rechtwinkligen Systems, oder, indem man den Bogen eines Kreises, dessen Radius die Entfernung jenes Punktes vom Anfangspunkte der Coordinaten ist, von der Abscissenaxe ausgehend, durchläuft, was in zwei Richtungen möglich ist. Diesen durchlaufenen Bogen nennt er die Kreisabscisse des Punktes — es wäre wohl passender, dafür circulare Ordinate zu sagen, denn während der Radius an die Stelle der Abscisse des rechtwinkligen Systems tritt, diese also constant wird, tritt der Kreisbogen an die Stelle der rechtwinkligen Ordinate — den Kreis selbst nennt er die circulare Axe. Dann ist

die Masszahl der circularen Ordinate = *arcus*
„ „ „ geradlinigen Ordinate = *sinus*
„ „ „ „ Abscisse = *cosinus*

des Bogens, alles im Verhältniss zu r genommen. Der Vortheil, welchen diese Definitionen für die Auffassung der betreffenden Gegensätze von Anfang an bieten, ist ersichtlich; auch sind Relationen, wie $\sin\alpha = \sin(\alpha \pm 2\,\varkappa\pi)$ sofort erkennbar. Auf dem eingeschlagenen Wege konnte der Verf., nachdem er den Satz $\frac{\text{chorda}}{2r} = \sin\frac{\text{arcus}}{2r}$ bewiesen hatte, ohne Schwierigkeit mit Hülfe des Ptolemäischen Satzes die allgemeine Gültigkeit der Relation

$$\sin\alpha \cdot \sin(\beta - \gamma) + \sin\beta \cdot \sin(\gamma - \alpha) + \sin\gamma \cdot \sin(\alpha - \beta) = e$$

darthun, und daraus die speciellen Gleichungen für $\sin(\alpha \pm \beta)$ u. s. w. ableiten. Die weiteren Relationen zwischen den Kreisfunctionen sind in grosser Vollständigkeit und Allgemeinheit abgehandelt. Erst im 2. Abschnitt, der ebenen Trigonometrie, treten die Winkel in ihr Recht an Stelle der Kreisbögen, durch die sie gemessen werden. Wie

Ziegler, so führt auch unser Verfasser mit Recht von vornherein den Durchmesser des umschriebenen Kreises als wichtige Hülfsgrösse in die Betrachtung ein und stellt an die Spitze der Lehrsätze den Satz $a = d \cdot \sin \alpha$, woraus sich der Sinussatz als blosse Folgerung ergibt. Mit Hülfe eben dieses Satzes und der Relation $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \cos \frac{1}{2} \gamma \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ergeben sich die Gauss'schen Formeln mit grösster Einfachheit, woraus wiederum der sogonannte Tangentensatz eine blosse Folgerung ist. An den Projectionssatz $a \cdot \cos \beta + b \cdot \cos \alpha = c$ hätte der Verf. den von Brockmann so genannten „separirten" Tangentensatz*) $\operatorname{tang} \beta = \frac{b \cdot \sin \alpha}{c - b \cdot \cos \alpha}$ reihen können, der, wenn auch im gewöhnlichen Sinne nicht logarithmisch, sich doch in der Form $\cos \beta = \frac{c}{b \cos \alpha} - \operatorname{tang} \alpha$ sehr gut eignet, um mit Hülfe der Gauss'schen Logarithmen einen Winkel aus 2 Seiten und dem eingeschlossenen Winkel zu berechnen. Wie Ziegler, so legt auch unser Verf. ferner ein grosses Gewicht auf die Benutzung des Radius ϱ des eingeschriebenen Kreises in Verbindung mit dem halben Perimeter s, hier sowohl, wie in der sphärischen Trigonometrie. Die Beziehung dieser beiden Hülfsgrössen zu dem Durchmesser d des umschriebenen Kreises sind gegeben in den zwei Gleichungen:

$$s = 2d \cos \tfrac{1}{2} \alpha \cdot \cos \tfrac{1}{2} \beta \cdot \cos \tfrac{1}{2} \gamma$$
$$\varrho = 2d \sin \tfrac{1}{2} \alpha \cdot \sin \tfrac{1}{2} \beta \cdot \sin \tfrac{1}{2} \gamma.$$

In der sphärischen Trigonometrie beginnt der Verf. sogleich mit dem allgemeinen Dreieck und gibt die Napierschen Regeln als specielle Fälle. Wir ziehen es vor, die Relationen zwischen den Seiten und Winkeln des rechtwinkligen Dreiecks, welche sich an einem leicht anzufertigenden Modell mit ungemeiner Einfachheit und in kürzester Zeit erläutern lassen, an die Spitze zu stellen, und statt der Napierschen Regel das Zieglersche Complementardreieck zu benutzen, wobei die Schüler nur die drei leicht zu behaltenden Grundgleichungen zu merken brauchen:

$$\sin A = \frac{\sin a}{\sin c}, \ \cos A = \frac{\operatorname{tang} a}{\operatorname{tang} c}, \ \operatorname{tang} A = \frac{\operatorname{tang} a}{\sin b},$$

welche sich, wiewohl ohne erheblichen Gewinn, sogar auf zwei reduciren liessen. Statt der halben Winkelsumme σ ist es praktischer, schon bei den Ausdrücken für $\cos \frac{1}{2} a$, $\sin \frac{1}{2} \alpha$ und $\cot r$ den sphärischen Halbexcess ε einzuführen. Im Uebrigen müssen wir der Behandlung der sphärischen Trigonometrie, die der ebenen völlig analog ist, unsern vollen Beifall zollen.

Wir haben den Inhalt des vorliegenden Werkes ziemlich vollständig angegeben, um die Leser dieser Zeitschrift auf den grossen Reichthum des Inhalts aufmerksam zumachen, und haben uns hie und

---

*) S. II, 421 ff. II, 144 und 377. D. Red.

da eingehender in Einzelheiten eingelassen, um dem Verf. unser grosses Interesse an seiner vortrefflichen Arbeit zu bezeugen. Die lebhafte Anerkennung, die wir hiemit ausgesprochen haben, wird nicht beeinträchtigt durch die Ausstellungen, die wir im ersten Theile des ersten Heftes zu machen uns veranlasst fanden. Diese beruhen auf Ansichten, über die sich eben streiten lässt. An Vollständigkeit und Uebersichtlichkeit lässt dieses Buch nichts zu wünschen übrig; auch verdient die äussere Ausstattung von Seiten des Herrn Verlegers alles Lob. Wir möchten daher dieses Werk namentlich allen angehenden Studiosen der Mathematik, für welche vor Beginn ihrer akademischen Studien immerhin eine Repetition des ganzen Gebietes der niedern Analysis von erheblichem Nutzen ist, auf das dringendste empfehlen: sie werden nichts vermissen, was in dieses Gebiet gehört und finden den Stoff von einem höhern Gesichtspunkte aus behandelt und in einer Weise dargeboten, welche die Lust zu weiteren eigenen Forschungen rege macht. Aber auch in Amt und Würden stehende Lehrer der Mathematik dürften namentlich die zweite Hälfte des ersten Heftes und das ganze zweite Heft gern zur Hand nehmen, um hie und da sich an der Behandlungsweise des Verfassers zu erfrischen.

Eine andre Frage ist die, ob sich das Buch zu einem wirklichen Schulbuche eigne? Da müssen wir aufrichtig bekennen, dass es für Gymnasien doch des Guten ein wenig zu viel bietet, zu dessen Bewältigung kaum die doppelte Zeit, die der Mathematik eingeräumt ist, ausreichen würde, und junge, noch unerfahrene Lehrer der Mathematik müssen wir geradezu warnen, dass sie meinen, sie müssten Alles, was in diesem Buche steht, auch ihren Gymnasialschülern beibringen; an eine Verdauung des ganzen dargebotenen Stoffes würde nicht zu denken sein. Das gibt auch unser Verf. implicite zu, wenn er in der Vorrede sagt: „Ob die einzelnen Hefte in der Classe, in welcher sie zuerst beschafft werden müssen, ganz durchgenommen werden können, wie amerikanische textbooks, das spielt keine Rolle gegenüber der Auffassung eines einheitlichen Ganzen bei der Repetition.“ Weise Beschränkung in dieser Hinsicht thut hochnoth!

Lübeck. Chr. Scherling.

Heilermann, Dr. H. (Director der Realschule zu Essen), Lehr- und Uebungsbuch für den Unterricht in der Mathematik an den Gymnasien, Real- und Gewerbeschulen, I. Theil, Geometrie der Ebene. Zweite Auflage. Koblenz, Rudolph Friedrich Hergt. 1872. IV. und 156 S. in gr. 8. Preis $18^3/_4$ Sgr.

Ein in seiner Art vortreffliches Buch, welches sich durch streng wissenschaftliche Darstellung auszeichnet und allen Anhängern der

synthetischen Unterrichts-Methode empfohlen werden kann. Als besonderer Erwähnung werth sind dem Referenten namentlich die frühe und ausgedehnte Anwendung des Begriffs der Symmetrie, der Symmetrie-Axen u. dgl., die Heranziehung der leichteren Partien der neueren Geometrie und ein ausserordentlich reichhaltiges Uebungs-Material erschienen. Die Behandlungsweise im Einzelnen ist eine ausführliche; alle wichtigeren Sätze sind vollständig bewiesen, wobei immerhin noch Manches für die selbstständige geistige Thätigkeit des Schülers übrig geblieben ist. Die Uebungs-Aufgaben sind auf die einzelnen Abschnitte des Buches vertheilt; sie enthalten nur Constructionen, denen fast jedesmal eine Reihe von zur Anwendung kommenden geometrischen Oertern vorausgeschickt ist. Sonstige Anleitung zur Behandlung derselben, wie z. B. Hinweise auf specielle Lehrsätze oder auf frühere Aufgaben fehlen; nur die Anzahl der Auflösungen ist angegeben. Die Methode der geometrischen Oerter scheint hiernach auf Unkosten anderer Verfahrungsweisen allzusehr begünstigt. Es ist nicht unwichtig, dass der Schüler — wenigstens in den oberen Classen — lerne, denselben Gegenstand von verschiedenen Seiten her anzufassen und einsehe, dass dasselbe Ziel auf ganz verschiedenen Wegen zu erreichen sei; namentlich liegt darin ein erheblicher Antrieb zu wetteifernder selbstständiger Thätigkeit. Dazu aber dürfte eine gewisse Anleitung auch ausserhalb des mündlichen Unterrichts, also durch das Lehrbuch, zu wünschen sein. Am meisten ist es Referenten aufgefallen, dass von der geometrischen Construction algebraischer Ausdrücke und der Lösung von Aufgaben durch algebraische Analysis in dem ganzen Werke nicht gehandelt wird. Selbstverständlich fehlt es unter der grossen Anzahl von 1663 Aufgaben für diese Methode, ebenso wie für die übrigen, nicht an zu ihrer Uebung brauchbaren Stoffen.

Hamm. REIDT.

WINKLER, F. L. (Oberlehrer am Seminar zu Friedrichstadt-Dresden), **Methodik des geographischen Unterrichts nach erprobten Grundsätzen. Mit specieller Beziehung auf die Schullehrerseminare und deren Uebungsschulen.** Dresden, L. Wolf's Buchhandlung (G. Salomon) 1872. 58 S.

Auf einem so vielfach bearbeiteten Gebiete, wie dem der Methodik des geographischen Unterrichts, nimmt man einen Aufsatz von so allgemeinem Titel und doch so geringem Umfang, wie sie der vorliegenden Schrift eigen sind, nur mit einem gewissen Zagen in die Hand, und ein Recensent muss sich vor Allem die Frage vorlegen, für welches Publicum dieselbe geschrieben ist. Denn es steht doch gewiss fest, dass auf besagtem Gebiete ungleich mehr geschrieben wird, als dem jetzigen Lesebedürfniss entspricht. Eine Bestä-

tigung dieser Behauptung möchte sich Jedem aufdrängen, welcher unsere deutsche Programmen-Literatur überblickt. Sind unter derselben nicht zahllose Abhandlungen vorhanden, in denen ein Lehrer der Geographie ganz ab ovo beginnt, die verschiedenen Stimmen seiner Autoritäten anführt und einige Winke und Rathschläge aus seiner eigenen Praxis hinzufügt? Ganz besonders erblicke ich die Richtigkeit jener Behauptung in der wunderlichen Thatsache, dass man, wie gesagt, in allen diesen Schriften Massen von wörtlichen Citaten früherer Gewährsmänner begegnet, welche denselben oft einen so mosaikartigen Anstrich geben, dass die etwa neuen Ansichten der Verfasser meist spurlos verschwinden. Es wäre gewiss ein Unglück, wenn eine solche Schreibweise, wie sie — um ein recht charakteristisches Beispiel zu nennen — I. Spörer in seinen verschiedenen Artikeln „Zur historischen Erdkunde" angewendet hat, in unserem Fache zur allgemeinen Geltung kommen sollte. Auch Herr Winkler scheint von der Ansicht auszugehen, dass diejenigen, für welche er schreibt, mit den bezüglichen Schriften eines Ritter, Humboldt, Lichtenstern, Lüdde, Peschel etc. unbekannt sind. Es scheint uns daher, dass es sich für ihn lediglich um Verbreitung richtiger Grundsätze für die Methodik dieses Unterrichts bei solchen Männern handelt, welche dieser Disciplin bisher rathlos oder feindlich gegenüberstanden und nur durch die Umstände gezwungen waren, sich mit derselben zu beschäftigen. Ist unsere Vermuthung richtig, so sollte es uns sehr leid thun, wenn diese Schrift ungelesen an ihnen vorübergehen würde. Denn sie enthält eine solche Fülle beherzigenswerther Aussprüche, zeigt fast überall ein so gesundes Urtheil und bekundet fast auf jeder Seite, dass der Verfasser dem speciellen Punkte ein eingehendes Studium gewidmet hat, dass man sich aufrichtig freuen müsste, wenn die darin niedergelegten Grundsätze überall zur Geltung kämen. Natürlich geht der Verfasser nicht davon aus, dass es eine einzige absolut richtige Methode für den geographischen Unterricht gäbe, eben so wenig, wie es etwa dem Referenten einfallen könnte durch Gegenbemerkungen andeuten zu wollen, dass er im Besitz einer solchen sei. Eine jede Methode des Unterrichts hat stets einen stark subjectiven Charakter. Auch der Verf. hebt an einer Stelle den Werth der Persönlichkeit des Lehrers hervor. Sehen wir von allen den Abschnitten ab, in denen sich Herr Winkler als ein begeisterter Lehrer kundgibt, dem ein Ideal seiner Thätigkeit noch nicht verloren gegangen ist, — welche Abschnitte jedoch fast ohne Modification der Methodik jedes anderen Unterrichtszweiges beigegeben werden könnten, — so möchte Ref. hervorheben, dass er im Allgemeinen ganz auf dem Standpunkt des Autors steht. Man gestatte mir hier einig der Punkte namhaft zu machen, denen auch ich freudig meine Zustimmung geben möchte. Dazu rechne ich, um den Gang der Schrift einzuhalten, im ersten Abschnitt „Auswahl des geographischen Stoffes" die Betonung der ausserordentlichen Schwierigkeit, welche in dieser Auswahl liegt und die Hervorhebung der Nothwendigkeit, das phy

sikalische Element bei jeder Stufe des geographischen Unterrichts ganz besonders zu berücksichtigen. Im zweiten Capitel entscheidet er sich mit Recht für eine modificirte synthetische Methode beim ersten Unterricht in der Geographie. Aus der tabellarischen Uebersicht der Vertheilung des Unterrichtsstoffes auf die sechs Classen eines Seminars und eine Vorbereitungsclasse geht zur Genüge hervor, dass der Verfasser aus jedem Theile der Geographie gewisse Grundanschauungen sorgfältig ausgewählt hat, welche er auf den einzelnen Stufen erörtert wissen möchte. Natürlich liesse sich über einzelne Punkte streiten, und mancher Lehrer würde erstaunen, was man selbst in einer untern Classe zur Sprache bringen kann, Er, der gewohnt ist die Vertheilung des Lehrstoffes mit den Worten „in Sexta wird allgemeine Uebersicht über die Erde, in Quinta Europa speciell, in Quarta Deutschland u. s. w.“ bezeichnet zu sehen. Aus den beherzigenswerthen Worten, welche Herr Winkler über die Stellung der mathematischen Geographie im Unterricht ausspricht, und in denen er besonders betont, dass der Lehrer sich nicht damit begnügen dürfe, dieselbe bloss vorzutragen, sondern dass er nicht eher ruhen dürfe, als bis er sich völlig von dem Verständniss der Thatsachen von Seiten der Schüler überzeugt habe, aus diesen Worten, sage ich, geht zur Genüge hervor, dass der Verf. mit seinem detaillirten Lehrplan kein blosses Wortgeklingel machen will, sondern sich von der Möglichkeit, die bezeichneten Punkte dem Verständniss der verschiednen Altersstufen nahe zu bringen, überzeugt hat.

Am anregendsten ist der Abschnitt „Form des geographischen Unterrichts“ geschrieben. Auch dem Ref. erscheint dies als ein Hauptpunkt. Die meisten Lehrer dociren viel zu viel. Diesen gegenüber dringt der Verf. darauf, dass man durch geschickte Fragen die Schüler das Wichtigste aus der Karte herauslesen lassen müsse. Er resumirt seine Rathschläge in dieser Hinsicht mit folgenden Worten: 1. Gehe stets von der Anschauung aus! 2. Studire die Karte so gründlich als möglich mit deinen Schülern! 3. Trage bei Betrachtung eines Landes wenig vor, sondern entwickele viel, aber schliesslich fasse alles in ein lebensvolles, harmonisches Charakterbild zusammen! 4. Ziehe häufig Parallelen und setze stets das Einzelne in Beziehung zum Einzelnen und zum Ganzen! Wir wüssten diesen Worten in der That nichts hinzuzufügen, wenn wir auch nicht gerade mit allen gewählten Beispielen uns einverstanden erklären können. Wie soll z. B. der Schüler aus den Endungen der rechts und links vom Lech gelegenen Städte auf den Gedanken kommen, dass dieser ein Grenzfluss zwischen zwei Volksdialekten sei, wenn er z. B. im Sydowschen Atlas von charakteristischen Namen nur „Memmg.“ und „Freisg.“ findet.

Hinsichtlich aller Zahlenangaben hebt der Verf. den weit grössern Vorzug der Verhältnisszahlen vor den absoluten Zahlen hervor. Auch darin möchte ich ihm Recht geben, nur sind die von ihm gewählten Beispiele gewiss nicht geeignet etwaige Gegner dieser Ansicht zu über-

zeugen, dass diese Methode eine Erleichterung für des Schülers Gedächtniss bezweckt. Denn reicht es nicht völlig für jede, auch die höchste Stufe des geographischen Unterrichts aus, sich für das Verhältniss des Wassers zum Lande auf der Erdoberfläche die Zahlen 8 : 3 zu merken, statt 73 : 27, wie Winkler will? (Wer verbürgt uns heute die Richtigkeit dieses genauen Verhältnisses?) Um die Küstenentwickelung der einzelnen Continente in Zahlen zu fixiren will der Verf. folgende Ausdrücke einführen: Die Küstenlänge verhält sich zum Flächeninhalte in Europa wie 1 : 37, in Nordamerika wie 1 : 56, in Neuholland wie 1 : 73, in Südamerika wie 1 : 94, in Asien wie 1 : 105, in Afrika wie 1 : 152. Ist es diesen Zahlen gegenüber nicht viel einfacher und instructiver den Ritterschen Ausdruck beizubehalten, nach welchem der Rumpf Europas 2 mal, der Asiens 4 mal, der Nordamerikas 10 mal und bei den übrigen Continenten 100 mal die Glieder an Oberfläche übertrifft? (Auch würde es zu bedauern sein, wenn ein so unlogischer Ausdruck wie „das Verhältniss einer Linie zu einer Fläche" noch als ein unbedenklicher gebraucht werden sollte.)*)

Endlich müssen wir unsere völlige Uebereinstimmung aussprechen zu den Bemerkungen, in denen der Verf. den Werth des Kartenzeichnens auf das richtige Mass zurückführt. Es ist wirklich unbegreiflich, wie weit die Ueberschätzung der sog. constructiven Methode heutzutage noch geht.

Nicht deutlich geht aus den Worten des Verfassers hervor, ob er die Stössnersche Art mit Hilfe von Normalen zu zeichnen empfehlen will. Das S. 50 im Detail skizzirte Beispiel möchten gewiss Viele mit dem Ref. geradezu als ein abschreckendes betrachten.

Mit diesen Bemerkungen habe ich das Gute, was ich in der vorliegenden Schrift finde, durchaus noch nicht erschöpft. Wie richtig ist das Verlangen, dass bei weitem der grösste Theil des Stoffes in der Schule selbst gelernt werden soll, dass das Lehrbuch auf keiner Stufe des Unterrichts in den Lehrstunden selbst eine Rolle spielen soll, ja dass ein solches für die untern Classen ganz zu entbehren ist! Mit völligem Recht hebt der Verf. die beiden Lehrbücher von Pütz und Guthe aus der Masse der vorhandenen ganz besonders hervor.

Es sei uns nun gestattet noch mit wenigen Worten anzudeuten, was wir als Schattenseite des Werkchens betrachten. Sehen wir den specielleren Titel an, so könnte man nach ihm erwarten, dass die Methodik des geographischen Unterrichts für Schullehrerseminare durchgeführt worden wäre. Diese Frage hätte auch für einen weitern Kreis Interesse gehabt, da es sich ja in den Seminaren darum handelt, Lehrer heranzubilden. Es wäre also gerade Gelegenheit gegeben, eine so wichtige pädagogische Frage, wie die Bildung von Lehrern d[illegible] Geographie, auf dem speciellen Gebiete des Volksschullehrerwese[illegible]

*) Vergleiche darüber die Controversen und Vorschläge von Kebe[illegible] Bothe, Schumann, Steinhäuser, v. Prondzynski in Petermann's Geograp[illegible] Mittheilungen 1863 und 1864.**)

**) S. 1863. Seite 309 u 406. — 1864. S. 91. D. Red.

ihrer Lösung entgegenzuführen. Nach dieser Hinsicht befriedigt die fragliche Schrift nicht. Sucht man ferner dem Titel entsprechend für alle einzelnen Fragen in der Behandlung des geographischen Unterrichts in ihr Auskunft, so wird sie uns ebenfalls öfters im Stich lassen; sie ist zu fragmentarisch gehalten und nicht erschöpfend genug. Dieses bedauern wir besonders deshalb, weil Herr Winkler gewiss eine geeignete Persönlichkeit wäre, um unsere pädagogische Literatur mit einer ganz detaillirten Methodik des geographischen Unterrichts zu bereichern. Das ist es, was uns vor allen Dingen fehlt, ein Buch etwa wie Kehrs „Praxis der Volksschule," hier nur mit Anwendung auf höhere Schulen, oder, wenn es Herrn Winkler näher liegt, auf Schullehrerseminare und Beschränkung auf den einen Unterrichtszweig. Ob nicht manche Punkte aus dem mitgetheilten Lehrplan für Seminare zu hoch sind, wage ich nicht zu entscheiden, so lange nur so kurze Andeutungen vorliegen.

Am dürftigsten ist der Abschnitt über geographische Lehrmittel ausgefallen. Von Schulatlanten z. B. ist darin mit keinem Wort die Rede, während gerade die Erfordernisse, die man an einen solchen stellen muss, durchaus noch nicht zur Genüge hervorgehoben sind. Wozu in diesem Abschnitte die langen historischen Erörterungen über die zum Theil längst überwundenen Methoden der Bergzeichnung, die detaillirte Beschreibung der Projections-Arten und nun gar der verschiedenen Kreise, welche zu einem vollständig montirten Globus gehören, vom Verf. gegeben werden, vermag man schlechterdings nicht einzusehen. Gewiss erwartet man unter dem Titel „Hilfsmittel für den geographischen Unterricht" etwas ganz anderes. Offenbar ist dieser Abschnitt am wenigsten gründlich bearbeitet. Der Verf. hätte bei grösserer Sorgfalt gewiss nicht ein so wenig empfehlenswerthes Buch, wie die Theorie des Landkartenzeichnens von Wenz benutzt und aus ihm so manche verfehlte Ausdrücke mit herübergenommen, wie z. B. den: „diese Schichten nennt man Curven oder Horizontalen." Wie kann man eine Raumgrösse, wie die Schicht, mit dem Namen einer Linie bezeichnen u. s. w.

Sehen wir jedoch von diesen Ausstellungen ab, so müssen wir zum Schluss unsern Wunsch wiederholen, dass die Winklersche Schrift recht viele Leser finden möge, die alsdann den Geist derselben in ihren Unterricht übertragen.

Gotha. Prof. Dr. Herm. Wagner.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. dergl.)

Die Vor-Ausstellung von Unterrichtsmitteln österreichischer Schulen (April 1873) im Realgymnasium der Rossau zu Wien,

veranstaltet vom österr. Unterrichtsministerium.

(Aus der neuen freien Presse.)

Vorbemerkung der Redaction: Der Vollständigkeit halber in der geschichtlichen Darstellung der Lehrmittelausstellungen und weil wir uns in der Folge darauf beziehen werden, dürfen wir nicht unterlassen, einen Bericht über die vom österr. Unterrichtsministerium veranstaltete Vor-Ausstellung von Lehrmitteln, die im April d. J. in Wien stattfand, mitzutheilen. Wir bedauern, dass dieser Bericht — wegen der unfreiwilligen Ferien unserer Zeitschrift — post festum kommt, doch kommt er für die Geschichte der Schule immer noch zeitig genug und für diejenigen, die Alles „brühwarm aufgetischt" haben wollen, taugt unsere Zeitschrift überhaupt nicht. Wenn er auch nicht österr. Lehrer interessirt (welche diese Ausstellung bereits vergessen haben dürften), so ist er doch jedenfalls für deutsche Collegen von Interesse. Denn diese Vorausstellung im Vergleiche mit der gegenwärtigen grossen beweist, wie immer bei einer Ausstellung das Land, wo sie stattfindet, im Vortheil ist. Die Nähe des Orts und die daraus folgende Billigkeit des Transports, die Disposition über die Raumvertheilung, die einheitliche Leitung in Anordnung und Vertheilung der Ausstellungsobjecte sind ebenso viele Vortheile. Wir wissen nicht, in welchem Kopfe der erste Gedanke zu diesem Project gekeimt ist, aber klug war es jedenfalls von einigen massgebenden Persönlichkeiten der österr. Unterrichtsleitung, diese Ausstellung zu veranstalten, um so die Spreu vom Weizen zu sichten, das Unternehmen erst einem Läuterungsprocess zu unterwerfen; sie war gewissermassen die „Hauptprobe vor der Aufführung." Desshalb steht auch jetzt die österr. Lehrmittelausstellung als vorzüglich da, und wir zweifeln nicht, dass sie im Allgemeinen den Preis erringen werde. Wäre die Weltausstellung in Dresden, so würde vermuthlich Sachsen, wäre sie in Berlin, würdePreussen im Vortheile sein. — Genug! Jeder Lehrer, welcher die österr. Ausstellung besucht, und ihr die gebührende Anerkennung nicht wird versagen können, mag diese Andeutungen bei seinem Urtheile wohl berücksichtigen.

Wir theilen den Lesern hier den Bericht eines bedeutenden österr. Schulmannes in der ersten österr. Zeitung mit, und erlauben uns nur einige kleine redactionelle Aenderungen, sowie eine Anmerkung, zu der wir durch eigene Anschauung der Ausstellung veranlasst worden sind.

„Bei einem Gange durch die Ausstellungsräume des Rossauer Gymnasiums konnte dem aufmerksamen Beobachter nicht entgehen, dass der

naturwissenschaftliche Unterricht in Oesterreich auf allen Stufen einer sorgfältigen Pflege sich gegenwärtig erfreut, und daher für die Zukunft zu den besten Hoffnungen berechtigt. Freilich darf man sich nicht verhehlen, dass das Gebotene bei Weitem jenes Mass an Lehrmitteln übersteigt, über das die meisten österreichischen Schulen zur Stunde noch verfügen, und noch weniger ist hiemit der Beweis geliefert, dass diese Lehrmittel auch dort, wo sie vorhanden sind, zu Nutz und Frommen der Schule gehörig ausgebeutet werden; doch lässt sich in den ausgestellten Gegenständen das Ziel des naturwissenschaftlichen Unterrichtes auf den einzelnen Lehrstufen verfolgen, und hierin dürften die österreichischen Schulen bei dem grossen Wettkampfe aller Culturstaaten im Prater keineswegs zurückstehen. Von nicht geringem Interesse ist es ferner zu sehen, wie derselbe Unterricht, von seinen ersten Elementen als Spiel im Kindergarten bis zur selbständigen Pflege der Wissenschaft auf den Hochschulen, in der Ausstellung stufenweise auftritt und dadurch ein anschauliches Bild des Entwicklungsganges des Individuums, wie des ganzen Volkes darstellt.

Dort, wo die Kindergärten und Schuleinrichtungs-Gegenstände ausgestellt sind, fand man in den Spielen der kleinen, noch nicht schulpflichtigen Kinder im Alter von 3—6 Jahren bereits die ersten Spuren des Anschauungsunterrichtes, welcher sich auf Grundlage von Naturobjecten, Modellen und Bildern aufbaut und in den zierlichen, netten Spielarbeiten der Kinder gipfelt, bei welchen diese durch Ausstechen, Ausnähen, Ausschneiden, Malen und dergleichen, allerliebste einfärbige oder bunte Bilder von allerhand Thieren, Blumen, Obst u. dgl. erzeugen. Ungleich höheren Werth hat allerdings der Schulgarten, der keinem sogenannten Kindergarten und keiner Schule, am wenigsten der Volksschule einer grossen Stadt fehlen sollte. Die Fülle von Anregung, welche ein gut eingerichteter Schulgarten geben kann, gestaltet denselben zu dem hervorragendsten Unterstützungsmittel des naturkundlichen Unterrichtes, abgesehen von den sanitären Vortheilen, die er gewährt, und die allein schon jeden Schulmann und Schulfreund für denselben gewinnen. Freunde des Schulgartens konnten in dem instructiven Modelle des Aussiger Lehrers, R. Selber, eine plastische Darstellung desselben im Grossen sehen, welche einen klaren Einblick in das Wesen eines solchen Schulgartens gab.

Unter den naturkundlichen Lehrmitteln für Volks- und Bürgerschulen fielen zunächst die verschiedenen Bilder für den Anschauungsunterricht in die Augen, welche theils einheimischen, theils fremden Ursprungs waren. Obgleich ein mustergiltiges Bilderwerk für die unteren Classen unserer Volks- und Bürgerschulen noch nicht vorhanden ist, so werden doch gegenwärtig die im Verlage von Tempsky in Prag und Hartinger in Wien, von Schöne in Frankfurt, Schreiber (Tienewarn) in Stuttgart und Winkelmann in Berlin herausgegebenen Bilderwerke für den naturgeschichtlichen Anschauungsunterricht vielfach und mit Vortheil benützt. Welch' schweren Stand nichtdeutsche Schulen in dieser Beziehung haben, wenn sie nicht einmal deutsche Abbildungen benützen wollen, lehrt der Vergleich mit den czechischen Wandtafeln oder mit den slovenischen Erstlingsversuchen naturgeschichtlicher Abbildungen, wie sie in der Ausstellung vorlagen. An Fitzinger's Bilderatlas der Wirbelthiere besitzt Oesterreich ein hervorragendes Bilderwerk für die oberen Classen der Volks- und Bürgerschulen und die unteren Classen der Mittelschulen.

Unter den naturgeschichtlichen Objecten sind zuert gewisse Zusammenstellungen erwähnenswerth, welche als Belege einzelner Lesestücke dienen und dem Schüler das Naturproduct, sowie dessen technische Verwerthung veranschaulichen sollten. Hierher gehören des Volksschullehrers J. Grimmel in Baden Versinnlichungen der Lesestücke: das Schaf, die Baumwolle, der Lein, die Seidenraupe, die Biene. Jede gute Schule sollte Aehnliches zur Anregung und Belehrung der Schüler besitzen.

Andere kleine Schulsammlungen lagen in grosser Anzahl vor, nament-

lich war die Bienen- und Seidenzucht in instructiven Tableaux (erstere von A. Thuma in Chrudim, letztere von F. Dochnahl in Zborowitz in Mähren) vertreten. Hieran reihten sich auch die Sammlungen von Früchten und Sämereien, Holzarten, Insecten, ferner technologische Sammlungen, Modelle von Schwämmen und zahlreiche Schulherbarien. Unter den letzteren hatte die evangelische Volksschule in Graz eine Reihe von Octavbänden ausgestellt, welche kleine, von Schülern selbst gesammelte, getrocknete und beschriebene Pflanzensammlungen enthielten. Von der Lehrerbildungsanstalt in Jicin waren präparirte Fische (schwimmend) und Holzmuster sammt Rinde, von der Lehrerinnenbildungsanstalt zu St. Anna in Wien die bekannten vorzüglichen, botanischen Modelle von F. Brendel in Breslau und die anatomischen Präparate von Professor Bock in Leipzig (wohl nur als Lehrmittel der Lehrerinnenbildungsanstalt selbst) ausgestellt. Am spärlichsten waren unter diesen Schulsammlungen die Wirbelthiere und die Mineralien vertreten; unter letzteren verdiente nur eine locale Sammlung von H. Wiedl, Vorkommen vom Erzberg bei Eisenerz, hervorgehoben zu werden.

Während die naturgeschichtlichen Schulsammlungen grösstentheils nur durch den Sammelfleiss einzelner Lehrer entstehen, werden die physikalischen Lehrmittel in der Regel von Mechanikern bezogen und sind Gegenstand des Handels. Beides hat seine Vortheile und Schattenseiten. Der Lehrer, der zugleich ein Freund der Natur ist, weiss sich bald ein seinen Localverhältnissen angepasstes und daher sehr instructives Material für den Unterricht aus dem unerschöpflichen Born der Natur selbst zu verschaffen. Hingegen ist die Natur manchem Lehrer selbst ein versiegeltes Buch und wird es daher um so mehr auch seinen Schülern bleiben. Andererseits ist es selbst für den begabtesten und eifrigsten Lehrer oft nicht möglich, sich das gesammte Material für den Unterricht selbst zu sammeln, abgesehen davon, dass man demselben nicht zumuthen kann, nebst Zeit und Mühe auch noch die Kosten des Unterrichtes zu bestreiten. Die physikalischen Lehrmittel lassen sich viel leichter beschaffen, wenn nur die Geldmittel vorhanden sind. Sie können dem Lehrziele besser angepasst und für alle Schulen gleichmässiger hergestellt werden. Allein es dürfte noch geraume Zeit vergehen, bis alle Lehrer mit denselben hinreichend vertraut geworden sind, um sie mit Vortheil zu benützen und im Nothfalle sich einfachere Objecte selbst herzustellen. Dass letzteres nicht unmöglich ist, hat schon auf der Vorausstellung die Lehrerbildungsanstalt in Königgrätz bewiesen, welche kleine physikalische Apparate, von Schülern hergestellt, eingesandt hatte. Vom k. k. Hofmechaniker M. Hauck in Wien wurde im Auftrag des Ministeriums eine Sammlung physikalischer Lehrmittel für Volks- und Bürgerschulen zusammengestellt, welche allen billigen Anforderungen in dieser Richtung entspricht, und als complete Mustersammlung für diese Stufe, Apparate im beiläufigen Werthe von 300 fl. enthält.

Herr Hauck hatte ferner einen vollständigen Lehrapparat für Physik und Chemie an Mittelschulen im Auftrage des Ministeriums zusammengestellt. Darin waren systematisch geordnet sämmtliche für Mittelschulen erforderliche Apparate zur Statik, Dynamik, Akustik, Optik, Wärmelehre, Magnetismus, Reibungselektricität und Galvanismus, sowie die nöthigen chemischen Apparate für Schulversuche, qualitative, quantitative und organische Analyse enthalten. Diese wahre Mustersammlung gab ein deutliches Bild von dem Umfange, in welchem Physik und Chemie an den österreichischen Mittelschulen betrieben wird. Der Preis derselben dürfte auf 5—6000 fl. veranschlagt werden.

Die Mittelschulen selbst hatten nur spärlich physikalisch-chemische Lehrmittel ausgestellt. Ein paar Wellenapparate, ein Stabilitätsapparat und eine Anzahl Wandtafeln und Tableaux waren so ziemlich alles, was von dieser Seite vorlag. Dr. E. Wittigk, an der k. k. Ober-Realschule in Prag, hatte in zwei Tableaux den Gehalt an plastischen Nahrungsstoffen

und Wasser in je 10 Grammen Nahrungsmittel, zur Anschauung gebracht, so dass beispielsweise der geringe Nährwerth des Commissbrotes im Vergleich von Sardellen, Fleisch u. dgl. in die Augen sprang. Ebenso anschaulich waren die Mengen verschiedener Beleuchtungsmaterialien bei gleichem Lichteffect und die Mengen verschiedener Heizmaterialien bei gleichem Wärmeeffect zusammengestellt. In dieser Anschaulichkeit liegt der hohe Werth ähnlicher Zusammenstellungen für die Schule im Vergleiche von Tabellen und Ziffern.

Trat schon in den physikalisch-chemischen Lehrmitteln die höhere wissenschaftliche Behandlung des naturwissenschaftlichen Unterrichtes an Mittelschulen deutlich hervor, so war dies nicht weniger bezüglich der naturgeschichtlichen Lehrmittel bemerkbar. Auf der Vorausstellung fielen zunächst die umfangreichen Sammlungen der pharmaceutischen Schule des allgemeinen österreichischen Apotheker-Vereines auf, welche wegen Raummangels auf dem Corridor untergebracht werden mussten. Diese reichen, dem Publikum übrigens schon bei verschiedenen Gelegenheiten zur Schau gebotenen Sammlungen gelten in manchen Richtungen, wie in Bezug auf Hölzer, Chinarinden, die grosse Zahl der Brendel'schen Blüthenmodelle u. dgl. in Wien als unübertroffen.

Unter den naturhistorischen Lehrmitteln hatte Dr. Eger Proben seines reichen Lagers von Naturalien gegeben. Schaustücke von Mineralien, Krystall-Modelle von Pappe, ganz vorzügliche Skelette, ausgestopfte Säugethiere und Vögel füllten zwei Kästen käuflicher Objecte. Die folgenden Kästen gehörten Wiener Mittelschulen an. Die Rossauer Communal-Oberrealschule in Wien ist mit einem zoologischen Schaukasten aufgetreten, der äusserst instructive Sammlungen von Hymenopteren und deren Bauen (zusammengestellt von Prof. G. Mayr, einem Specialisten in diesem Fache), ferner Dr. Bock's anatomische Präparate, nachgebildete Petrefacte und Foraminiferen enthielt. Es zeigte sich hiebei die ausserordentliche Wichtigkeit plastischer Nachbildungen solcher Objecte aus Gyps für die Schule. Dr. Bock's anthropologische Lehrmittel für Schulen, vom Bildhauer G. Steger in Gyps gebildet und von Goldfuss mit Oelfarbe gemalt, übertreffen an Schönheit, Correctheit und Billigkeit weitaus die bisherigen kostspieligen und ungenauen Nachbildungen aus Papiermasse. Die Münchener und Prager Gypsmodelle von Petrefacten sind nicht minder lehrreich und billig und ein vortreffliches Ersatzmittel der Originale. Das Leopoldstädter Communal-Real- und Ober-Gymnasium in Wien hatte einen Glaskasten und einen zerlegbaren Pultkasten für Schulmuseen ausgestellt. Der Glaskasten mit seinen verschiebbaren Querfächern von ungleicher Breite und seinen entsprechenden Dimensionen eignet sich vorzüglich zur Unterbringung ungleich grosser Gegenstände und gestattet eine schöne Uebersicht bei bequemster Handhabung und grösster Raumersparniss. Er war hier mit zoologischen Objecten einer Schulsammlung ausgefüllt, eignet sich aber ebenso gut zur Aufbewahrung physikalischer Lehrmittel. Der ausgestellte Pultkasten war mit mineralogischen Schulsammlungen erfüllt. Krystallmodelle, künstliche und natürliche Edelsteine, eine complete Mustersammlung für Untergymnasien, terminologische, geognostische und paläontologische Sammlungen zeigten den Reichthum der Lehranstalt an Lehrmitteln. Von allgemeinem Interesse für Wien war die den Boden von Wien illustrirende Zusammenstellung ausgewählter Gesteine und Versteinerungen nach Professor Suess' bekanntem Werke und seiner elementaren Darstellung in Pokorny's Mineralogie, von dem verstorbenen Director des k. k. Hof-Mineralien-Kabinets, Hoernes, mit grosser Sorgfalt und Umsicht ausgeführt. Wenn wir noch erwähnen, dass das Mariahilfer Communal-Real- und Ober-Gymnasium in Wien eine sehr werthvolle und schöne Sammlung im Laboratorium dargestellter Krystalle, das Schottengymnasium Skelet-Photographien, die Ober-Realschule in Leitomischl von Schülern ausgeführte zoologische und botanische Wandtafeln und E. Erxleben in Landskorn vier geologische Bilder, mit Gesteinen und Petrefacten belegt, ausgestellt hatte, — so haben

wir so ziemlich alle naturgeschichtlichen Lehrmittel der Ausstellung für Mittelschulen angeführt, wobei nicht übersehen werden darf, dass die Wiener Communal-Mittelschulen sich am stärksten betheiligten. Sie gehören aber auch, Dank der liberalen Vorsorge des Wiener Gemeinderathes, zu den bestdotirten Lehranstalten des Reiches, wie denn beispielsweise das Leopoldstädter Gymnasium seit seinem achtjährigen Bestande bereits eine Summe von 20,000 fl. für Lehrmittel verausgaben konnte.

Der wissenschaftliche Geist, der sich schon in den Lehrmitteln der Mittelschule offenbarte, trat bei den Lehrmitteln der Hochschule als selbstständige Förderung der Wissenschaft durch neue Entdeckungen, Erfindungen und Erweiterungen auf. Leider haben sich die österreichischen Hochschulen nur wenig an der Vorausstellung betheiligt; was aber in dieser Richtung vorlag, war in der Regel von hohem Interesse.

Vor Allem stehen Hyrtl's anatomische Präparate obenan. Sie bildeten den Hauptanziehungspunkt der ganzen Ausstellung und werden zweifelsohne zahlreiche Besucher aus der ganzen Welt herbeilocken, die sonst vielleicht die österreichische Unterrichtsausstellung nicht betreten würden. Der Meister war diesmal hauptsächlich mit Injections-Präparaten aufgetreten. Ein Glasschrank enthielt auf der Vorderseite 57 Corrosionen, auf der Rückseite 24 Präparate über den normalen und abnormen Placenta, Verlauf. Auch der Laie stand bewundernd vor diesen Präparaten, die in ihren erstarrten, buntgefärbten Harzmassen die genauesten Abdrücke der Hohlräume in den Gefässsystemen einzelner Organe darstellten und so den wunderbaren Bau dieser Organe dem Auge bleibend enthüllten. Der Fachmann bewunderte ebenso die technische Ausführung, welche die grössten Schwierigkeiten überwand, wie die wissenschaftliche Bedeutung des vorliegenden Materiales. Am meisten fand Nr. 3 der Corrosionen (Wundernetze aus dem Dickdarm des Schweines) Anerkennung. Hofrath Hyrtl hatte sieben Tableaux, aber auch Skelette von Fischen und Amphibien ausgestellt, die in ihrer Art nicht minder bewundernswürdig waren. Um nur auf Einiges aufmerksam zu machen, was leicht übersehen werden kann, so erwähnen wir hier die Skelette von jungen Krokodillen und Riesenschlangen im Ei, letztere mit kleinen Vorderzähnen zum Durchbeissen der Eischale bewaffnet; den japanesischen Riesen-Salamander, den jetzigen Nachkömmling von Scheuchzer's Sündfluthmensch; die prachtvollen Schmelzschuppen und so fort. Wer noch nicht Hyrtl's Gehörknöchelchen und Labyrinthe von 180 verschiedenen Arten und Individuen bewundert hatte, fand hiezu gleichfalls noch Gelegenheit, da die zwei Tableaux derselben, welche bereits die Londoner Weltausstellung zierten, auch hier wieder ausgestellt waren.

An Hyrtl's Präparate schlossen sich zunächst Ettingshausen's tertiäre Pflanzen-Petrefacte. In gewisser Beziehung sind auch diese als von der Natur angefertigte, oft wunderbar erhaltene Präparate anzusehen, deren richtige Deutung jedoch nicht geringe Schwierigkeiten macht, da sie zum grössten Theile nur aus Blätterabdrücken bestehen, die Botaniker aber ihre Systeme auf die Blüthen und Früchte der Pflanzen hauptsächlich stützen. Es setzt daher die Pflanzenpaläontologie ein genaues, vergleichendes Studium der recenten Pflanzenblätter voraus, umsomehr als die fossilen Abdrücke in der Regel von den zahlreichen Merkmalen der Blätter hauptsächlich nur Umriss und Nervation deutlich enthalten. Es muss als ein glücklicher Zufall bezeichnet werden, dass vor 20 Jahren, als Ettingshausen seine erfolgreichen pflanzen-paläontologischen Arbeiten begann, durch die Staatsdruckerei das Verfahren des Natur-Selbstdruckes erfunden und hiedurch ein einfaches Mittel entdeckt wurde, ähnliche Blätterabdrücke lebender Pflanzen zu erzeugen und zu vervielfältigen, wodurch erst ein genaues Studium der Pflanzenblätter ermöglicht wurde. Es ist begreiflich, dass dabei manche frühere Ansicht über die Bedeutung fossiler Blätter berichtigt wurde. Während man vor 20 Jahren nur europäische und nordamerikanische Formen unter den Tertiärpflanzen zu finden glaubte, wies Ettingshausen

zuerst echte neuholländische Pflanzen unter denselben nach, bis endlich das wissenschaftliche Vorurtheil besiegt und „Neuholland in Europa" zur Tertiärzeit ein geläufiger Begriff wurde, während jetzt der Mischlings-Charakter der tertiären Flora allgemein anerkannt ist. Die Belegstücke für diese wichtige Thatsache sind so lehrreich zusammengestellt, dass selbst der Laie über die Richtigkeit der Bestimmung der fossilen Blätter durch die daneben liegenden Abdrücke recenter Blätter sich überzeugen kann.

Durch den Naturselbstdruck hängen noch zwei andere Ausstellungs-Objecte mit dem eben besprochenen enge zusammen. Das Eine ist die Fortsetzung des *Physiotypia plantarum austriacarum* von Ettingshausen und Pokorny, deren erste Serie (500 Foliotafeln) bereits vor 18 Jahren auf der ersten Pariser Weltausstellung erschienen ist und deren zweite Serie gegenwärtig im Verlage von F. Tempsky in Prag herausgegeben wird. Das Werk, welches die öterreichischen Gefässpflanzen in Naturselbstdruck gibt, umfasst gegenwärtig bereits 10 Foliobände mit 1000 Kupfertafeln, auf welchen etwa 1200 Arten österreichischer Pflanzen abgebildet sind. Ein zweites, hieher gehöriges Object ist mein Blätterherbar zu den „Holzpflanzen Oesterreichs," von dem mir chronistisch gestattet sein wird, zu sprechen. Während nämlich Ettingshausen fossile Blätter mit Hilfe des Naturselbstdruckes zu erläutern und zu bestimmen versucht hat, unternahm ich es, lebende Pflanzen auf diese Weise aus ihren Blättern zu erkennen und wählte als eine besonders wichtige und lehrreiche Gruppe die österreichischen Holzpflanzen, deren Blätter in Natur und im Abdrucke zum Vergleiche auflagen, wodurch der wichtige Nachweis geliefert wurde, dass in der That das Blatt hinreichend viele und sichere Merkmale zur Bestimmung der Art besitzt.

Professor Hochstetter hatte wahre Prachtstücke seiner Miniatur-Vulkane aus Schwefel ausgestellt. Hier ist es das Experiment, welches die neuere Aufschüttungs-Theorie der Vulkane glänzend bestätigt. Diese Miniatur-Vulkane haben sich in der Hruschauer Sodafabrik unter Leitung des Dr. Opl gebildet. — Professor Simony war abermals mit seiner herrlichen, idealen Gletscherlandschaft erschienen. Nicht so effectvoll, aber nicht minder lehrreich waren die gleichzeitig ausgestellten Proben von recentem und altem Gebirgsschutt. Die Indentität des Moränen-Schlammes mit der Bergkreide und dem Berglöss wird dadurch nachgewiesen, ebenso eine sehr interessante schwarze Erde vom Karls-Eisfeld, als letzter Rest einer früher daselbst bestandenen Vegetation.

Die k. k. zoologisch-botanische Gesellschaft hatte ihre sämmtl. Schriften, die Genera der österreichischen Insecten und die österreichischen Mollusken, sowie eine Anzahl von Sammlungen ihrer Mitglieder, darunter das schon besprochene Blätterherbar von Pokorny und die niederösterreichischen Holzpflanzen von Woloszezak ausgestellt. Zum Schlusse und zur Vervollständigung des Berichtes über die naturwissenschaftlichen Objecte der Abtheilung „Hochschule" seien noch bemerkt: Dr. Pollitzer's Gehörorgane, Professor Lang's Spiegel-Galvanometer, die mikroskopischen Präparate von Dr. Schwarz, Professor Heschl und de Petri aus Cherso, Professor Niemtschik's werthvolle Krystall-Sammlung, Weigel's galizische Spinnen und Jeitele's Gypsabgüsse der vorgeschichtlichen Olmützer Reste. Die Ausstellung bot trotz zahlreicher, empfindlicher Lücken so viel des Merkwürdigen und Beachtenswerthen, dass es nur bei wiederholtem Besuche möglich war, auch nur Eine Hauptrichtung einigermassen gründlich zu verfolgen. Als Wegweiser, der auf das Wichtigste in naturwissenschaftlicher Beziehung aufmerksam macht, dürfte das in diesem Berichte Erwähnte genügen.*)

Wien. Alois Pokorny.

*) Als Führer diente ein Catalog: Collectiv-Ausstellung von Schul- und Unterrichts-Gegenständen veranstaltet vom k. k. Ministerium für Cultus und Unterricht. Wien 1873. Ueberreuter'sche Buchdruckerei. D. Red.

Nachschrift der Redaction. Da dieser Bericht sich nur über die naturwissenschaftl. Lehrmittel verbreitet, so sei uns gestattet, noch Weniges über einige Ausstellungsobjecte aus dem mathematischen Gebiete nachzutragen. Hier sind besonders zu nennen: Modelle für die darstellende Geometrie, von verschiedenen Lehrern eingesendet und in verschiedener Weise ausgeführt: Wir werden dieselben im Bericht über die grosse Ausstellung besprechen. Die von den gewerblichen Fortbildungsschulen eingesandten Arbeiten im Zeichnen und Modelliren waren ausserordentlich zahlreich, wie denn überhaupt im technischen Zeichnen und in der darstellenden Geometrie Oesterreich eine hohe Stufe im Unterrichtswesen einnimmt. Leider war das Ganze nach Schulen, Städten und Ländern geordnet, so dass eine Vergleichung der gleichartigen Objecte dadurch erschwert wurde. So standen z. B. die oberwähnten Modelle, jede Gruppe an einem andern Orte, ganz derselbe Mangel, welcher gegenwärtig bei der grossen Weltausstellung die Vergleichung so sehr erschwert. —

Die mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtsmittel auf der Weltausstellung zu Wien im Jahre 1873.

Motto: Prüfet Alles und das Beste behaltet.

I. (Zur Orientirung.)*)

Wohl noch nie war eine solche Fülle von Unterrichtsmitteln an einem Orte zusammengehäuft, als auf der Wiener Weltausstellung. Leider hat das Princip der geographischen Anordnung der Ausstellungsobjecte, welches die ganze Ausstellung beherrscht, die Uebersicht und Vergleichung der Objecte sehr erschwert. Ob derjenige, dessen Kopfe der Gedanke dieser Anordnung entsprang, dem Grundsatz „divide et impera" huldigen wollte, wissen wir nicht, aber soviel wissen wir, dass das hier so nöthige Vergleichen ausserordentlich erschwert wird und es liesse sich mit demselben Rechte als Seitenstück zu obigem Sprichwort sagen: „conjunge et compara" d. h. stelle das Gleichartige zusammen und du wirst es besser vergleichen können. Man muss in jedem einzelnen Lande herumsuchen, um „die Schule" zu finden. Dann bleiben immer noch übrig die Schulhäuser, welche auf dem Ausstellungsplatze zerstreut liegen. Den Leitern der Ausstellung scheint die schöne Anordnung der Pariser Weltausstellung nicht eingeleuchtet zu haben, nach welcher die geogr. Anordnung nach Radien, die sachliche nach concentr. Kreisen vorliegt oder umgekehrt. Dasselbe lässt sich erreichen durch das Gittersystem. Den Nachtheil der geogr. Anordnung würde man jedoch noch in den Kauf nehmen, wenn nur nicht auch innerhalb einzelner Länder eine Zerrissenheit der gleichartigen oder verwandten Objecte sich fühlbar machte. Dies wird ganz besonders den Physiker und Mathematiker stören, wenn er neben den Unterrichtsmitteln vergebens nach der verwandten Gruppe der Präcisions- und physikalischen Instrumente sucht.

Bevor wir nun zur speciellen Orientirung übergehen, müssen wir zwei allgemeine Bemerkungen vorausschicken. Die erste ist eine Warnung, die eigentlich an alle Besucher der Ausstellung gerichtet werden könnte. Man überschätze nicht den Werth der Ausstellung! Man gehe nüchtern an die Beurtheilung derselben und lasse sich nicht zu üb

*) S. die beigegebene Skizze.

schwenglichen Lobpreisungen hinreissen. Dies sagen wir sowohl denen, welche die Ausstellung noch zu besuchen gedenken, als auch denen, die sie bereits besucht haben. Wenn man bedenkt, dass der Aussteller, um nicht von Andern übertroffen zu werden, vielmehr hervorzuragen, alle seine Kräfte anstrengte und anstrengen musste, um sein Bestes zu geben, so wird man aus der Güte der ausgestellten Objecte nur auf die Leistungsfähigkeit schliessen können, nicht aber auf die Durchschnittsleistung, die doch im Leben die Hauptrolle spielt. Mit andern Worten, man wird sagen müssen: das könnt ihr leisten, ihr habt es hier geleistet, ob ihr's aber in der Regel so leistet, das ist eine andere Frage. Man lasse sich ja nicht dupiren. Wir kennen z. B. in einigen Staaten Deutschlands den Durchschnittszustand der Lehrmittel aus eigener Anschauung ziemlich genau. Wollte man nun aus dem Ausgestellten folgern, dass alle oder auch nur die meisten Anstalten solche Lehrmittel besässen, wie die ausgestellten, so würde man in einen groben Irrthum verfallen. Aehnlich dürfte es bezüglich der Schülerleistungen sein, von denen natürlich nur die ausgezeichneten ausgewählt werden. —

Die zweite Bemerkung betrifft die Möglichkeit einer gründlichen Beurtheilung auf Grund genauer Untersuchungen. Es ist unmöglich, gewisse Lehrmittel ohne gründliche Untersuchung richtig zu beurtheilen. Ein Apparat kann sich äusserlich nett, sauber, zweckmässig, solid etc. repräsentiren, und beim Gebrauch würde er sich als unbrauchbar ausweisen. Durch das blosse Anschauen kann man nicht immer den richtigen Begriff von der Güte und Zweckmässigkeit eines Lehrmittels bekommen, man muss es vielmehr probiren können. Da dies nun aber den Besuchern der Ausstellung nicht gestattet ist, so ist es für den Beurtheiler, der nicht gerade zur Jury gehört — und zu ihr können nur wenige gehören — weit schwerer, ja oft unmöglich, ein gründliches Urtheil über das betr. Lehrmittel abzugeben. Dazu kommt, dass die betr. Aufseher bei ihrem niedern Bildungsgrade natürlich nicht zu unterscheiden wissen, ob ein Laie oder ein Sachverständiger den Apparat beschaut und probirt. Doch trifft dies meist nur solche Apparate, deren Wirkung durch eine Bewegung erst ersichtlich oder deren Mechanismus versteckt ist und dies dürften besonders physikalische Apparate und mathematische Präcisions-Instrumente sein. Aehnliches gilt von den Schülerleistungen, welche entweder in Mappen verborgen liegen oder zu hoch an der Wand hängen, um gut gesehen werden zu können.

Soweit die allgemeinen Bemerkungen. Gehen wir nun auf die Ausstellung selbst ein. Wir wollen zuvörderst zur Orientirung eine Uebersicht geben. Gemäss dem herrschenden geographischen Princip sind wir genöthigt auch im Bericht nach Ländern vorzugehen. Den, welcher, wie der Oesterreicher sagt, „draussen von Deutschland“ kommt, wird es vor Allem interessiren, die „deutsche Unterrichtsausstellung“ kennen lernen.

Auf dem Ausstellungsplatze mit einem Plane*) in der Hand angelangt, geht man auf das Haupt- oder Süd-Portal der Rotunde zu, durchschreitet dieselbe und findet, aus dem Nordportale ausgetreten, in Zone III unter den dort aufgeführten vielen Einzelgebäuden links von dem gedeckten Verbindungsgange des Hauptgebäudes mit der Maschinenhalle den deutschen Unterrichtspavillon.**) Hier eingetreten erblickt man in kleinen Abtheilungen die ausgestellten Unterrichtsmittel und Schülerleistungen der deutschen Länder. Auch hier also, im Innern, herrscht das geographische Princip vor.

Als hervorragend müssen bezeichnet werden: die Modelle für darstellende Geometrie aus Darmstadt, die Abtheilung der Berliner Gewerbe-

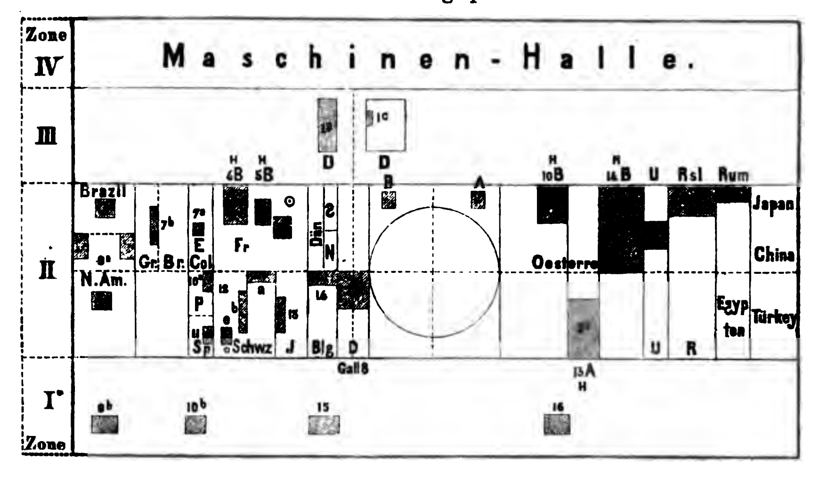
*) Man kaufe sich den (colorirten) von Gerold (60 xz).

**) Auf dem Gerold'schen Plane mit 11 bezeichnet, im Gebäude selbst mit XVI.

akademie, Baierns Abtheilung für Kunstschulen und Statistik, die physikalischen und chemischen Apparate (Arendt-Hugershoff) sowie die Freiberger Mineraliensammlung aus Sachsen und besonders die naturgeschichtlichen Lehrmittel von Landois. Getäuscht wird man in der Erwartung, einen grössern Raum von Preussen, dem bei weitem grössten Staate Deutschlands, eingenommen zu sehen. Auch von den Universitäten ist wenig zu verspüren. Hervorragendes gibt es fast in jeder Abtheilung und werden wir dies bei der speciellen Beschreibung anführen.

Skizze der Unterrichts-Ausstellungen

im Weltausstellungspalaste zu Wien 1873.



Bedeutung der Zahlen.

1ª deutscher Unterrichtspavillon	6ª franz. Unterr.-Pav.	11 span. Unterr.-Abth.
1ᵇ „ Ing. u. Mechaniker	6ᵇ „ Mechaniker	12ª Mechaniker u. Ing. } Schweiz
1ᶜ „ Buch- u. Kunsthdl.	6ᶜ Pariser Unterr.-Pav.	12ᵇ Charten } Schweiz
2ª österr. Unterr.- Pav.	7ª brit. Colonien	12ᶜ Unterr.-Ausst. } Schweiz
2ᵇ „ Ing. u. Mechaniker	7ᵇ Grossbrit.	13 Ital. Unterr.-Ausst.
2ᶜ „ Buch- u. Kunsthandel	8 Südam. (Brasilien)	14 Belgische Ausst.
2ᵈ „ Schulhaus	9ª Nordam. Unterr.-Pav.	15 Schwed. Schulhaus
3 Ungarn	9ᵇ „ Schulhaus	16 Pavillon des kleinen Kindes
4 Russland	10ª portug. Unterr.-P.	⊙ Springbrunnen.
5 Rumänien	10ᵇ „ Schulhaus	

Abkürzungen.

N. Am. = Nord-Amerika	Blg = Belgien	R = Russland
Gr. Br. = Great Britain	D = Deutsches Reich	Rum = Rumänien
E. Col. = Engl. Colonien	Dan = Dänemark	Gall. = Gallerie
P = Portugall	N = Norwegen	H. = Hof
Sp. = Spanien	S = Schweden	A = deutscher Fürstenpavillon
Schwz. = Schweiz	Fr = Frankreich	B = die Versammlungs- und Lesehalle.
I. = Italien	U = Ungarn	

Die einzelnen, etwas engen Abtheilungen lassen das Ganze als zu gekästelt erscheinen und man sieht nicht ein, warum manches Zusammengehörige zerrissen ist, warum z. B. Sachsen seine zwei Hauptabtheilungen auf verschiedenen Seiten und nicht vielmehr verbunden hat. In der Mitte des Pavillons ist jedoch ein grösserer Raum, geziert von Reimers Globenpyramide, welche dem Ganzen ein würdiges Aussehen gibt.

An diese Lehrmittel sollten sich nun sachgemäss unmittelbar anschliessen die wissenschaftlichen und Präcisionsinstrumente. Aber diese stehen weit davon getrennt in der Abtheilung des deutschen Reichs (Gallerie 8, Süd-

seite [Sk. 1 b]), zu der wir erst am Schlusse unserer Wanderung kommen werden. Näher zwar, aber doch immer getrennt, steht die kleine Collectivausstellung der deutschen Buchhändler im deutschen Industriepavillon in Gesellschaft der Papiere [Sk. 1 c.]

Den deutschen Pavillon verlassend wenden wir uns an der Nordseite des Hauptgebäudes gen Osten, gehen in einen der vorstehenden Höfe, welcher die Ueberschrift Oesterreich Hof 14 B trägt [Sk. 2 a]. Hier ist der Collectivausstellung des k. k. Unterrichtsministeriums ein bedeutender Raum zugewiesen; sie zerfällt in vier Abtheilungen, die man hier aber in umgekehrter Reihenfolge durchschreitet: 1) Volksschule, 2) Mittelschule, 3) Hochschule und daran schliesst sich 4) Bau- und Ingenieurwesen (Gruppe XIII). Die Objecte der Volks- und Mittelschule sind im Vergleich zur Vorausstellung*) nicht nur besser geordnet und gesichtet, sondern auch günstiger und bei besserer Beleuchtung aufgestellt. Der Eindruck wird jetzt erhöht durch die hinzutretenden Lehrmittel der Hochschule, der geologischen Reichsanstalt und der anthropologischen Gesellschaft. Die beiden letztgenannten Abtheilungen bilden den Glanzpunkt der ganzen Gruppe, ganz besonders die vorzüglichen anatomischen Präparate von Hyrtl. Die Mittelschule theilt sich wieder in Unterabtheilungen: Realschule, Realgymnasium und Gewerbeschule. Dies bewirkt nothwendig wieder ein Auseinanderreissen der Lehrmittel, so dass z. B. die Modelle für darstellende Geometrie an verschiedenen Plätzen liegen und eine vergleichende Uebersicht nicht gestatten. Die Volksschule wird vervollständigt durch das österr. Land-Schulhaus mit Turnanstalt, welches östl. von der Kunsthalle neuerdings noch aufgestellt worden ist.

Auch an diese Abth. sollte sich nun sachgemäss schliessen: die Abtheilung für wissenschaftliche Instrumente, namentlich die Ausstellungsobjecte der Mechaniker, welche ein gut Stück davon ebenfalls in einem Hofe der nördlichen Seite (Gallerie 10 B dem Schwarzenberg'schen Pavillon und den Bibern gegenüber [Sk. 2 b]) in Gesellschaft der Uhren stehen. In diese Gruppe hat sich auch Einzelnes verirrt, was unbedingt in die Lehrmittelausstellung gehört, z. B. Winters Elektrisirmaschiene und eines Wiener Schuldirectors (Hugel) Globen. Doch dürfte diese Abtheilung gerade den Lehrern der Mathematik und Physik höchst interessant sein und wir möchten jedem dringend rathen, sie, wie die oben erwähnte deutsche, sorgfältig durchzusehen resp. zu studiren. Gleichfalls in vielen Beziehungen sich eng an die Unterrichtsausstellung anschliessend aber räumlich davon getrennt ist die Collectivausstellung der österr. Buch- und Kunsthändler (Hof 13 A Ostflügel, Südseite [Sk. 2 c]), wo man neben vielen Lehrmitteln (Büchern, Globen etc.) besonders werthvolle Landkarten und Pläne findet und sich über die verschiedenen Arten des Druckes belehren kann.

Ueberhaupt möge gleich hier die Bemerkung Platz finden, dass vieles in der Ausstellung Zerstreute, was andern Gruppen angehört, welche den Naturwissenschaften verwandt sind, die Lehrer interessiren wird. So z. B. darf der Botaniker nicht unbesucht lassen die Blumenausstellung und die land- und forstwissenschaftlichen Gruppen der grossen Agriculturhallen (Zone III) sowie einzelner Länderabtheilungen. Der Mineralog, Geognost und Geolog wird unbedingt besuchen müssen die Montanindustrie, der Lehrer der Handelswissenschaft die Abtheilungen für Waarenkunde. Vor Allem aber findet der Lehrer der Geographie in den verschiedenen Länderabtheilungen ein so ergiebiges Feld reicher Belehrung und Anschauung, dass dadurch das weitere Reisen beinahe ersetzt wird. Es sei nur hingewiesen auf das Kirgiserzelt (Kibitka), Russlands Producte aus den Polargegenden (Rennthier), die Völkergruppen und Trachten des türkischen Reichs und Russlands, Chinas und Japans, die türkischen und japanesischen Bauten, die Marineindustrie, den Mont Cenis-Tunnel u. v. A. Wie unter

*) Vgl. S. 242 ff.

den Menschen, so gibt es auch unter den Ausstellungsobjecten „Sonderlinge“ und „Einsiedler.“ Ein solcher steht z. B. in der Rotunde in Form eines grossen Glasschrankes mit Kongsberger Silberschaustücken und ähnlich noch viele andere anderswo, so dass man oft ausrufen möchte: „wie kommt Saul unter die Propheten?“ — Verlassen wir jetzt Oesterreich und wenden uns nach dem anliegenden

Ungarn, so finden wir in Gallerie 13 B [Sk. U 3] unweit der vielbesuchten Honvedgruppe eine recht respectable Sammlung von Lehrmitteln. Um eine kleine Orgel herum sind die Ausstellungsobjecte der Volks- und Mittelschulen gruppirt, aus denen sich etwa herausheben: ein grosser Schrank mit physikal. und chem. Apparaten und ausser einigen Skeletten, einer Schulbibliothek und Karten von Ungarn das Arachnidensystem des Dr. Bökh in Pressburg, welches die kleinere Sammlung galizischer Spinnen von Weigel in der österr. Abtheilung an Umfang weit übertrifft. — Viel weniger bietet das anliegende

Russland (russ. РОССІЯ) [Sk. Rsl. 4]. Doch fällt hier neben der Ausstellung der Unterrichtswerkstätte des technolog. Instituts in Petersburg Einiges aus dem Gebiete der Hochschulen auf, bes. die Darstellung der Entwickelung eines Fisches, die vergrösserten Augen, Fühl- und Fresswerkzeuge von Insekten, sowie die makro- und mikroskopischen Präparate des Dr. Beetz in Kiew (menschl. und thier. Gehirne). Daneben fesseln unsre Aufmerksamkeit mehrere ethnographische Gruppen aus Russland.

Die Türkei bietet höchstens in der landwirthschaftlichen Abtheilung von Rumänien (Romania) [Sk. Rum. 5.] Sehenswürdiges für den Lehrer der Naturgeschichte, z. B. Getreidearten, Querschnitte von Hölzern und eine Gruppe von Vögeln. Für den Geographen aber bieten die ethnographischen Gruppen in der südlichen Abtheilung ein hohes Interesse. — Wir gehen jetzt, da an dem äussersten nördlichem Ende in dem sonst höchst interessanten China und Japan für die Schule nichts zu finden ist, zurück nach der Rotunde, thun hier einen Blick in die beiden nördlichen Seitenhöfe derselben, den nordöstlichen, wo in einem prachtvoll geschmückten Garten der Pavillon der deutschen Fürsten steht, und dem nordwestlichen, worin das deutsche Versammlungshaus liegt; hier erholen wir uns in Gesellschaft der hier weilenden Berufsgenossen, beim Lesen der ausliegenden Zeitungen von den Anstrengungen des langen Stehens während der Betrachtung. Wer jedoch dieser Erholung nicht bedarf, oder seine Zeit sparen muss, der findet auch Gelegenheit im folgenden Lande, in das wir uns jetzt begeben, in Frankreich, wo mit Sammet beschlagene Bänke den müden Ausstellungswanderer zur Rast einladen. Denn an Geschmack und Höflichkeit thut es der Franzose den andern Völkern zuvor. Wir gehen also, da die naheliegenden Länder Dänemark, Holland und Norwegen für die Schule wenig oder nichts bieten, immer auf der Nordseite bleibend, durch Italien hindurch, an der immer bewunderten Marmorstatuen-Gruppe vorbei nach Frankreich. Hier finden wir eine recht geschmackvoll geordnete Lehrmittelsammlung im Hof 4 B [Sk. 6 a]; zuvörderst liter. Hilfsmittel (Bibliotheken) für l'enseignement primaire, secondaire und supérieure neben den publications universitaires und sociétés savants. Sodann fesseln unsre Aufmerksamkeit sehr instructive Reliefkarten und fein ausgeführte Modelle für das technische Zeichnen, von Hachette. In noch höherm Grade aber beanspruchen unser Interesse, neben einer grossen plastischen Karte von Paris, Platingefässe von seltener Grösse und feingearbeitete anatomische Modelle. Der Volksschullehrer findet noch B[illegible] lehrung in dem l'enseignement primaire (Elementarunterricht) der Sta[illegible] Paris [Sk. 6 c], welcher dort in einem besondern Zimmer veranschaulic[illegible] ist; das meiste Interesse beanspruchen hier einige grosse Modelle v[illegible] Schulhäusern. — Reichlich aber lohnt sich für den Physiker ein Gang [illegible] die Nebengallerie 5 B [Sk. 6 b], wo neben der Ausstellung der Admi[illegible] stration des lignes télégraphiques eine Reihe optischer Apparate (Mik[illegible] skope, Teleskope, Polarisationsapparate etc.), eine Serie Bourdon'scher A[illegible]

roidbarometer, und ganz besonders eine Sammlung der verschiedensten optischen Gläser stehen, der Mathematiker aber findet hier Rechenlineale, Reisszeuge und eine Rechenmaschiene neuester Construction, welche auf Verlangen in Gang gesetzt wird. Wir empfehlen ganz besonders die Sammlung optischer geschliffener Gläser der Aufmerksamkeit der Fachcollegen. In der geschmackvollen Darstellung zeigt sich auch hier der Franzose. — Wir wenden uns jezt, immer westlich gehend, nach

Grossbritannien (Great-Britain). Von einer systematischen Lehrmittelausstellung ist hier kaum die Rede. Einige Thierskelette (Orang-Outang), eine Sammlung mariner Mollusken und eine für Waarenkunde, Schulbänke und naturgeschichtl. Wandtafeln sind so ziemlich Alles. Doch interessiren uns sehr zwei Tauchermodelle, die ja der Physiker sehen muss. — Mehr als die englische Abtheilung interessirt uns die der englischen Colonien (India, Neuseeland, Victoria, Queensland, Mauritius, Cap d. g. Hoffnung, Natal [Sk. 7a]). Hier sehen wir Goldkörner, Goldbarren, eine geolog. Sammlung, Gruppen ausgestopfter Vögel und paläontologische Objecte: Vogelskelette von Dinornis oder Riesen-Moa. — Endlich kommen wir an der Nordseite nach

Amerika und zwar zuerst Süd-A. (Brasilien) [Sk. 8]. Hier wird den Lehrer der Naturgeschichte sehr interessiren eine in einem grossen Glasschranke ausliegende Sammlung von brasilianischen Kopfputzen aus Vogelfedern, geschmückt mit Kolibris und farbenprangenden Käfern. Vögel und Käfer liegen noch in Menge daneben. Unweit davon präsentirt sich eine Sammlung der schönsten brasilianischen Schmetterlinge und am Ausgange sind feine polirte brasilianische Hölzer aufgestellt. Auch der Astronom findet hier etwas: ein „Azimuthal" aus Rio Janeiro.

Nach Nord-Amerika [Sk. 9a] uns wendend, finden wir kleine Collectiv-Ausstellungen von Städten wie z. B. von Newyork und Boston, ähnlich denen in der deutschen Halle. Meist liegen Schulbücher und Schülerleistungen aus, auf die wir besonders aufmerksam machen, weil die Uebungsbücher z. B. die physikalischen sehr praktisch eingerichtet sind. Das hier erlangte Bild von der amerikan. Mittelschule wird man nun vervollständigen in dem amerikan. Schulhause vor der Südfronte der amerik. Abtheilung [Sk. 9b]. Auf dem Wege dorthin begegnen wir in der südlichen Quergallerie noch einer isolirten Gruppe von Erd- und Himmelsgloben. Nach Besichtigung des amerik. Schulhauses, in welchem wir reichliche Ausstattung von Anschauungslehrmitteln bemerken, setzen wir nun unsre Wanderung an der Südseite des Westflügels gen Osten fort und kommen zuerst nach

Spanien [Sk. 11]. Hier finden wir eine eigentliche Unterrichtsausstellung nicht, wohl aber einzelne für Schule und Universität bestimmte physikalische Apparate, namentlich ein grosses selbst registrirendes Barometer. Die Ausstellung in

Portugal [Sk. 10a] findet man zum grössten Theil in dem gerade vor der portug. Abtheilung in Zone I erbauten Schulhause [Sk. 10b], zwischen dem schwedischen und amerikanischen. Doch sind auch die ausgestellten Objecte des Gewerbeinstituts von Lissabon bemerkenswerth. An Portugall schliesst sich zuvörderst die

Schweiz [Sk. 12]. Hier findet besonders der Geograph in einer langen Gallerie [Sk. 12b] an den schönen Plan- und Reliefkarten der Schweiz ein passendes Object für seine Studien. Von da rechts sich wendend gelangt man in einen Seitenhof mit Garten. Hier steht hinter einem Springbrunnen mit Bassin ein kleines nettes, durch seine Inschriften leicht erkenntliches, im Schweizerstil errichtetes hölzernes Häuschen [Sk. 12c], in dessen untern Räumen prächtige Holzschnitzereien ausliegen. Im 1. Stock desselben liegt, etwas versteckt, eine kleine recht hübsche Lehrmittelsammlung, aus welcher ein Tellurium, Landkarten, ein Schrank mit phys. Apparaten, Sammlungen von Gesteinen, Petrefacten und Insecten sich herausheben. Uebersehen darf der Mathematiker und Physiker aber ja nicht die kleine aber

werthvolle Ausstellung der Schweizer Mechaniker [Sk. 12a], welche, ebenfalls in Gesellschaft der Uhren stehend, den gleichnamigen Abtheilungen Deutschlands und Oesterreichs würdig sich anreiht. Man findet hier u. A. besonders Präcisions-Instrumente (z. B. Planimeter) und Reisszeuge. Aus der Schweiz kommen wir nach

Italien [Sk. 13]; unter den leider nicht gut geordneteu und gruppirten Lehrmitteln dieses Landes sind etwa zu bemerken: eine Sammlung physikal und astronom. Instrumente, darunter eine Sonnenuhr, präparirte Fische des adriat. Meeres und eine reichhaltige Marmorsammlung an der innern Mündung des Mont-Cenis-Tunnels. Hierauf gelangen wir nach

Belgien [Sk. 14]. Die hier nahe am Hauptgange ausgestellte kleine Lehrmittelsammlung zeichnet sich aus durch die grosse Anzahl von Modellen für's technische Zeichnen, die vou verschiedener Grösse und aus verschiedenem Stoffe gefertigt sind, aus Draht (grosse und kleine), aus Zinkblech. aus Pappe und Holz.

Bei Belgien machen wir einen Abstecher in das gegenüberliegende schwedische Schulhaus [Sk. 15], welches die Lehrmittel der Volks- und Mittelschule in sich vereinigt und verlassen sehr befriedigt dieses Haus, da sich unsre Ansichten über den Stand des schwed. Schulwesens bedeutend zu Gunsten dieses Landes geändert haben. Endlich gelangen wir in die schon bei dem deutschen Unterrichtspavillon erwähnte

Mechanikerabtheilung Deutschlands (Gallerie 8 Südseite [Sk. 1b]). Hier haben die bedeutendsten deutschen Mechaniker (Geissler, Stöhrer u. v. A.) ihre Erzeugnisse ausgestellt, und hier ist eine wahre Fundgrube für Mathematiker, Geodäten und Physiker. Leider wird die Betrachtung dieser reichhaltigen Sammlung durch Enge und Mangel an Licht beeinträchtigt und wir merken bald, dass wir ihr, wie einigen andern Abtheilungen mehrere Tage widmen müssen. Hierauf wenden wir uns nach dem Ostflügel, besuchen den gerade vor Hof 12A in Zone I liegenden Pavillon des kleinen Kindes [Sk. 16], sowie die Abtheilung des österr. Buch- und Kunsthandels, wo wir viel finden, was in die Lehrmittelausstellung gehörte und begeben uns endlich in das entlegene österr. Schulhaus [Sk. 2d] östl. von der Kunsthalle.

Indem wir zum Schluss nochmals darauf hinweisen, dass der Lehrer der Naturwissenschaften auf seinem Gange so Vieles finden wird, was seinem Fache verwandt und naheliegend sich erweist, glauben wir, hiermit unsern Zweck „zu orientiren" erreicht zu haben und schliessen diese allgemeine Wanderung, um das nächste Mal zum Speciellen überzugehen. —

An die Vorstände der mathem. und naturwissenschaftl. Seminare der Hochschulen.

Wegen einer abzufassenden Denkschrift **über die gegenwärtige Verfassung der mathem. und naturw. Seminare der Hochschulen** des deutschen Reichs, Deutschösterreichs und der deutschen Schweiz bittet die unterzeichnete Redaction die geehrten Vorstände genannter Anstalten um gefällige Einsendung von darauf bezügl. Mittheilungen am besten der Seminarstatuten an die Verlagsbuchhandlung von B. G. Teubner in Leipzig.

Die Redaction.

Preisaufgaben

der

Fürstl. Jablonowski'schen Gesellschaft.

Aus der Mathematik und Naturwissenschaft.

Für das Jahr 1874. Das Problem der elektrischen Vertheilung auf einem Conductor von gegebener Gestalt ist durch die bisher in Anwendung gebrachten Methoden nur in verhältnissmässig wenigen Fällen zur definitiven Lösung gelangt oder einer solchen zugänglich geworden. Um die genannten Methoden ihres speciellen Charakters zu entkleiden und wo möglich auf ein allgemeineres Niveau zu erheben, scheint es zunächst wünschenswerth, wesentlich neue Fälle in den Kreis der Untersuchungen hereinzuziehen. Demgemäss stellt die Gesellschaft folgende Preisaufgabe:

> Auf einem Rotationskörper, dessen Meridian durch die Lemniscate (Cassini'sche Curve)
> $$(x^2 + y^2)^2 - 2a^2(x^2 - y^2) = b^4 - a^4$$
> dargestellt ist, soll die Vertheilung der Elektricität unter dem Einflusse gegebener äusserer Kräfte ermittelt werden.

Die Beantwortung des Specielfalles $a = b$ würde durch die Methode der reciproken Radien (Methode der sphärischen Spiegelung) auf den Fall eines Hyperboloids reducirbar, und für die Erlangung des Preises unzureichend sein. (Preis 60 Ducaten.)

Für das Jahr 1875 (prolongirt vom vorigen Jahre). Die Frage nach der Lage der Schwingungsebene des polarisirten Lichtes ist trotz mannichfacher Bemühungen bis jetzt nicht entschieden worden. Die Gesellschaft stellt daher die Aufgabe:

> Es ist durch neue Untersuchungen die Lage der Schwingungsebene des polarisirten Lichtes **endgültig** festzustellen. (Preis 60 Ducaten.)

Für das Jahr 1876. Trotz der meisterhaften Arbeiten Leverrier's über die Bewegung des Mercur kann die Theorie dieses Planeten noch

nicht als endgültig abgeschlossen betrachtet werden. Die Gesellschaft wünscht eine ausführliche

Untersuchung der die Bewegung des Mercur bestimmenden Kräfte

mit Rücksicht auf die von Laplace (in der Mécanique céleste), von Leverrier (in den Annales de l'Observatoire und den Comptes rendus de l'Academie des sciences), von Hansen (in den Berichten der Kön. Sächs. Gesellsch. d. W. vom 15. April 1863) und von Wilhelm Weber (vergl. Zöllner über die Natur der Kometen S. 333) angedeuteten Einwirkungen. Ausser der vollständigen Berechnung der Störungen ist eine Vergleichung mit den Beobachtungen unerlässlich, um zu zeigen, bis zu welchem Grade der Genauigkeit sich die eingehenden Constanten bestimmen lassen. Die Construction von Tafeln zur Ortsberechnung behält sich die Gesellschaft vor zum Gegenstand einer späteren Preisbewerbung zu machen. (Preis 700 Mark.)

Die Preisbewerbungsschriften sind in deutscher, lateinischer oder französischer Sprache zu verfassen, müssen deutlich geschrieben und paginirt, ferner mit einem Motto versehen und von einem versiegelten Zettel begleitet sein, der auswendig dasselbe Motto trägt, inwendig den Namen und Wohnort des Verfassers angibt. Die gekrönten Bewerbungsschriften bleiben Eigenthum der Gesellschaft. Die Zeit der Einsendung endet für das Jahr der Preisfrage mit dem Monat November; die Adresse ist an den Secretär der Gesellschaft (für das Jahr 1873 den Prof. Dr. F. Zarncke) zu richten. Die Resultate der Prüfung der eingegangenen Schriften werden jederzeit durch die Leipziger Zeitung im März oder April bekannt gemacht.

Ueber den naturgeschichtlichen Unterricht auf Realschulen I. Ordnung.

Von Dr. Hellmich,
weiland Oberlehrer an der Realschule I. Ord. zu Rawitzsch.

III.*) (Schluss.)

Einiges über die Methode des naturgeschichtlichen Unterrichts.

Am meisten dürften sich in den letzten Jahrzehnten durch die Aufsätze von Lüben und anderen die Ansichten über die Methode des naturgeschichtlichen Unterrichts geklärt und allgemeinere Anerkennung gefunden haben. Ich verkenne nicht, dass gerade dieser Unterricht an manchen Schulen locale Hindernisse findet, und dass darum die Methode scheinbar sich ändern kann, meine aber, dass locale Schwierigkeiten unmöglich das allgemein für richtig Erkannte und Festgestellte in Bezug auf die Vertheilung des Stoffs, die Sammlungen und die Hauptprincipien des Unterrichts umstossen dürfen. Wenn daher Berliner Schulen erst in Quarta den naturgeschichtlichen Unterricht beginnen, so lässt sich das durch ihre besonderen Verhältnisse doch wohl nicht rechtfertigen. In der Methode können am ersten Abweichungen stattfinden, wenn diese nicht den Grundsätzen widersprechen, ohne die ein gedeihlicher Unterricht nicht möglich, also zunächst dem, dass man von der unmittelbaren Anschauung jedes Objects durch jeden Schüler ausgeht, wo dies irgend zu machen ist. Dies wird in Mittelstädten dadurch erreicht werden können, dass man die Schüler Pflanzen, Insecten und andre niedere Thiere aus der Natur in den nöthigen Mengen holen lässt; in sehr grossen Städten wird man danach zu streben haben, dass die Sammlung für jeden Schüler ein Exemplar bereit hält. Wenn aber jetzt noch ein Lehrer in der Botanik unter-

*) S. I. Abschnitt S. 85 ff; II. Abschnitt S. 192 ff.

richtet, ohne dass jeder Schüler ein frisches Exemplar der besprochnen Pflanzen in Händen hat, so steht er weit hinter den Anforderungen zurück, die man heute an einen Lehrer der Naturwissenschaften machen muss. Deshalb las ich zu meiner grössten Verwundrung folgende Stelle in einem Aufsatze des Conrector Dr. Bolze in Cottbus „Ueber den Unterricht in der Geographie und Naturgeschichte auf höheren Schulen“ in dieser Zeitschrift I, 1870 S. 270 oben: „Was hierbei, so wie bei dem übrigen Unterricht, an lebenden Pflanzen oder Theilen derselben vorgezeigt werden muss, darf sich nur in der Hand des Lehrers befinden. Wenn auch die Schüler mit allerlei (?) Pflanzen versehen sind, so wird dadurch eine Veranlassung zu Spielereien und Unfug gegeben, und es werden die Classen in sehr unangenehmer Weise beschmutzt. Im Gedächtniss behalten wird erfahrungsmässig von den auf diese Weise durchgenommenen Pflanzen wenig oder nichts. Die heimische Flora lernt man nur auf den Excursionen kennen etc.“ Ich stimme den Bemerkungen der Redaction (S. 308) zu, dass dieser Aufsatz viel Beherzigenswerthes enthält, zumal er die Unterbrechung des naturgeschichtlichen Unterrichts in der IV der Gymnasien beseitigen will, noch mehr aber muss ich mich den darauf (S. 310) folgenden Aussetzungen anschliessen, deren die Redaction nicht wenige macht. [Ich verweise jedoch meine weitern Bemerkungen zu der oben citirten Stelle des erwähnten Aufsatzes in die Anmerkung.*)]

) Ich habe schon ausgesprochen, dass die Vereinigung des geograph. und naturgesch. Unterrichts so lange zu unterlassen ist, als nicht Lehrer dafür schon auf der Universität vorgebildet sind. Der Aufsatz von Dr. Bolze ist der beste Beleg dafür.) Herr Conrector Bolze zeigt trotz vieler guter Ideen, wie sie namentlich seine Abhandlung „Der Unterricht im Freien“ (II, 1871 S. 202) enthält, dass er die gymnasiale Methode, die Buchgelehrsamkeit, doch nicht vergessen kann. Unmöglich wird der Lehrer in der Naturgeschichte etwas Tüchtiges leisten, der auf der Universität sich nie damit beschäftigt hat und erst dann mit Hilfe „eines Conversationslexikons und einer guten Technologie präparirt,“ wie Dr. Bolze vorschlägt. Derselbe urtheilt überhaupt sehr absprechend über die Realschule, de[n] Ziele er nicht einmal kennt; weil er sagt: „Denn allen Berufsarten v[or]zuarbeiten, dazu gehört mehr als alles Mögliche. So stehen denn [di]e Realschulen vor einer ungelösten und unlösbaren Aufgabe.“ Ich verwe[is]e darum nur auf eine Stelle aus den „Erläuternden Bemerkungen“ der preu[ss].

*) S. die Schlussanmerkung d. Redaction. S. 272.

Ich gebe nun in Folgendem meine Lehrmethode in kurzen Zügen und bitte die Fachcollegen etwaige Irrthümer in dieser

U.- u. Pr.- O. S. 41. und füge hinzu, dass man sich doch anständiger Weise solcher Bemerkungen enthalten müsste, wenn man so wenig über eine Sache informirt ist. Dieselbe Unkenntniss zeigt sich darin, dass Dr. Bolze S. 271 sagt: „Man glaube nicht, dass diese so vorzugsweise realen Lehrgegenstände an den Realschulen besser gedeihen, als an den Gymnasien; sie gehören eben auch dort zu den Stiefkindern." Ein Hinweis auf die im ersten Theil behandelte Stoffvertheilung des naturgeschichtlichen Unterrichts und auf den in Secunda wöchentlich 4- in Prima 6stündigen Unterricht in Physik und Chemie dürfte das wohl widerlegen; auf den geographischen Unterricht näher einzugehen ist nicht meine Sache.

Nicht unwesentlich dürfte auch die Erinnerung daran sein, dass bei dem Mangel an naturwissenschaftlichen Lehrern überhaupt sich alle tüchtigen Kräfte den Realschulen zuwenden, wo sie doch einen Boden für ihre Thätigkeit finden. Dr. Bolze glaubt freilich, dass man sich leicht durch Bücher für diesen Unterricht ausbilden könne. Was endlich die Aeusserung S. 261 anlangt: „Ein Vater, welcher einen klugen und einen dummen Sohn hat, schickt den klugen auf das Gymnasium, den dummen auf die Realschule," so wäre das einmal doch nur in den Orten ohne grosse Opfer möglich, wo beide Arten von Schulen bestehen; in den meisten Städten also wird die einzige höhere Lehranstalt, sei sie nun Gymnasium oder Realschule, mit den klugen und dummen vorlieb nehmen müssen; zweitens aber möge uns erst der Beweis geliefert werden, dass ein Knabe, dem das Lateinische schwer fällt, der dagegen Befähigung für Mathematik und Naturgeschichte hat, dümmer sei, als ein anderer, dem Lateinisch und Griechisch leicht wird. Mir scheint zur Mathematik viel mehr ein denkender Kopf als unerlässliche Vorbedingung zu gehören, als zur Erlernung fremder Sprachen, bei denen oft bis zu II hinauf ein gutes Gedächtniss das beste thut. Ein Knabe aber, der weder für Realien, noch für Sprachen befähigt ist, gehört weder auf die Realschule noch auf das Gymnasium, sondern in die Volksschule.

Herr Conrector Bolze will also darum den Schülern keine Pflanzen in die Hand geben, weil dadurch Veranlassung zu Spielereien und Unfug gegeben und die Classen in sehr unangenehmer Weise beschmutzt werden. Gegenüber den ungeheuern Vortheilen der eignen Anschauung durch die Schüler sind diese Gründe so wenig stichhaltig, dass man sich überhaupt wundern muss, dass jemand dieselben überhaupt vorbringt, zweitens aber verrathen dieselben eine so schwache Disciplin, dass ich zur Ehre des Dr. Bolze annehme, er hat diese Art und Weise des Unterrichts überhaupt nie versucht, und dieselbe nur beobachtet bei jungen Lehrern, die weder in der Wissenschaft noch in der Disciplin etwas leisteten und bei denen jene Uebelstände daher vielleicht eintraten. Wenn aber der Lehrer streng auf Ordnung hält und jede Kleinigkeit ein für alle Mal in voraus regelt, so ist die Disciplin grade in den naturgeschichtlichen Stunden wegen des

Zeitschrift zu berichtigen. Bei der Besprechung der Blüthe hat jeder Schüler die einzelnen besprochenen und deshalb losgelösten Theile zum Vorzeigen (auf einem Blatte Papier oder auf der Bank) bereit zu halten.*) Ich ordne also z. B. zuerst an, den Kelch loszulösen; dann hat jeder Schüler die einzelnen Blättchen vor sich hinzulegen, um sich über deren Zahl etc. ausweisen zu

---

regen Interesses der Schüler meist leichter, als in andren Lectionen, besonders wenn eigne Beobachtungen gemacht werden können. Ich lasse z. B. Pflanzen nie vor meinem Eintritt in die Classe vertheilen, obschon dies für Zeitverschwendung gehalten werden könnte; es entstehen dann aber sicher kleine Unordnungen oder gar Raufereien. Gleich nach meinem Eintritt aber beginnt die Vertheilung durch die drei oder vier Schüler, welche die Pflanzen besorgen mussten. Jeder hat eine bestimmte Reihe Bänke zu betheilen, oder ich weise sie ihnen rasch an und überwache das in 2—3 Minuten abgemachte Geschäft vom Katheder aus. Klagen über schlechte Exemplare werden erst nach geschehener Vertheilung angehört und, wenn möglich, berücksichtigt. Bei der nun folgenden Beschreibung der Pflanze lasse ich jeden Schüler das erhaltene Exemplar genau in die besprochenen Theile zerlegen, speciell die Blüthe, und doch hat sich noch kein College, der nach mir in demselben Zimmer unterrichtete, über Verunreinigung des Classenlocals beschwert. Am Schlusse jeder Stunde liefert nämlich jeder Schüler alle Pflanzentheilchen an den Bankersten ab; die drei bis vier Schüler aber, welche die Pflanzen zu besorgen hatten, gehen jeder an die 3 bis 4 Bänke, denen sie die Pflanzen zutheilten, nehmen den Bankersten sämmtliche Pflanzenreste ab und tragen dieselben in ihren Botanisirtrommeln auf den Hof an den dazu bestimmten Ort. Spielereien aber habe ich nur sehr selten zu rügen gehabt, da alle Schüler mit der Zergliederung der Pflanze vollauf zu thun haben und fortwährend von mir controlirt werden. Unfug aber ist mir während des Unterrichts grade in der Botanik noch nicht vorgekommen; derselbe wäre viel eher bei zoologischem oder mineralogischem Unterricht möglich, wo der Lehrer die Gegenstände einer Bank nach der andern zeigen muss. In der Botanik kann der Lehrer grade am besten die ganze Classe im Auge behalten, da jeder Schüler sein Object für sich in Händen hat. Wenn Herr Conrector Bolze mit so grosser Bestimmtheit weiss, dass von den auf diese Weise durchgenommenen Pflanzen nichts behalten wird, so wird er wohl auch mir (und mit mir den meisten Fachcollegen) gestatten zu glauben, dass nach seiner Methode erst recht nichts behalten wird. Dass die Excursionen das beste thun beim Kennenlernen der heimischen Flora, wird ihm niemand bestreiten. Anm. des Verf.

*) Ohne von dieser Methode des Herrn Verfassers nur das Geringste zu wissen, befolgte ich seit Jahren ziemlich genau dieselbe Methode, nur dass ich die einzelnen Theile auf eine kleine Glasplatte, welche auf schwarzem Papier aufliegt, ausbreiten lasse. Der Herausgeber.

können. Der Lehrer muss also hier vielfach von einer Bank zur andern gehen und revidiren; doch wenn er neue Anordnungen trifft, so muss er vor der ganzen Classe stehen, damit die nöthige Concentration in der Aufmerksamkeit der ganzen Classe nicht verloren gehe. (Ich bin ebenso sehr ein Feind des fortwährenden Sitzens auf dem Katheder, als des ewigen, ruhelosen Herumlaufens seitens des Lehrers, weil beides seine grossen Uebelstände hat; auch hier wird ein geschickter Lehrer die richtige Mitte zu finden wissen.) Bei dem Zergliedern der Pflanzen ist der Lehrer genöthigt mehr herumzugeben, als sonst, was aber darum nicht nachtheilig ist, weil einmal jeder Schüler mit der Zerlegung seiner Pflanze beschäftigt ist und weil zweitens der Lehrer stets bei der und jener Bank länger verweilt, so dass also von jenem ruhelosen, die Kinder selbst unruhig machenden Herumrennen (denn so muss man es eigentlich bezeichnen) mancher Lehrer keine Rede ist.

Ebenso wie den Kelch muss jeder Schüler die Blüthenblätter, Staubgefässe, Stempel etc. dem Lehrer auf Befragen vorzulegen bereit sein. Nur so kann ich bei der ersten besprochenen Pflanze sicher sein, dass keine falschen Anschauungen aufgenommen werden, dass die Schüler nicht Kelch- und Blumenblätter oder Staubgefässe und Stempel mit einander verwechseln, und dass nach wenigen Wiederholungen an andern Pflanzen diese Organe genau von jedem Schüler unterschieden werden.

Da mancher Schüler eine grosse Ungeschicklichkeit der Hand besitzt, so überzeuge ich mich, ehe ich weiter gehe, jedesmal davon, ob auch jeder Knabe die zuerst verlangte Zergliederung (z. B. Ablösung des Kelches) in der That beendet hat, was bei einiger Uebung in einem Moment gethan ist, und warte lieber auf etwaige Nachzügler; grade sie sind es ja, für die dergleichen am nützlichsten ist, da eine vielleicht geistige und körperliche Ungeschicklichkeit zu beseitigen ist. Ueberhaupt finde ich die Hast mancher Lehrer für höchst schädlich, da nun einmal doch die Mehrzahl aller Menschen und also auch der Kinder mittelmässig begabt ist. Es können also nicht die besten Schüler als Norm für die Schnelligkeit des Lehrganges gewählt worden, sondern der sogenannte Mittelschlag. Ich würde es sogar für einen geringeren Fehler halten, sich nach den langsamen, aber natürlich fleissigen Zöglingen zu richten, als nach den fähigsten.

Zu den oben besprochenen Zergliederungen der Pflanzen verlange ich meist nur ein Messer, oder Messer und Nadel an einem Halter; eine Lupe dürfte in VI und V wohl kaum nöthig sein.

Die Beschreibung der Pflanze geschieht weder durch den Lehrer, noch durch den Schüler allein; die Lehrweise muss hier, wie in jeder naturwissenschaftlichen Disciplin, die vortragend-fragende sein. Was der Schüler durch Beobachtung selbst finden kann, muss der Lehrer aus ihm herausfragen; was er nicht oder nur durch viele Hilfsfragen unterstützt beantworten könnte, muss der Lehrer in geeigneter Weise geben. Um den Schülern beim Aufsuchen der Blüthentheile etc. Unterstützung zu geben, zeichne ich dieselben (meist jedoch erst hinterher) im Längs- und Querschnitt stark vergrössert an die Tafel und bediene mich dabei verschiedenfarbiger Kreiden, wie ich dies zuerst bei Professor Ferdinand Cohn in Breslau sah, der davon bei seinen Vorträgen über Anatomie und Physiologie der Pflanzen Gebrauch machte und dadurch seinen ohnehin klaren Vortrag zu voller Durchsichtigkeit brachte. Ich verlange, dass jeder Schüler mit zeichnet, sich auch die Bedeutung der Theile der Zeichnung durch Buchstaben und Noten anmerkt und lasse bei der Repetition die Zeichnung an der Tafel von Schülern wiederholen. Auch wenn ich gute Abbildungen von Pflanzentheilen vorzeigen kann, so zeichne ich doch zuerst dieselben mit einfachen Linien an die Tafel, da die nach und nach entstehende Zeichnung sich viel intensiver einprägt, als die fertige, die den Anfänger oft verwirrt. Die verbrauchte Zeit wird reichlich aufgewogen durch die gewonnene klarere Anschauung.

Nach einiger Zeit gewöhne ich daran, bei der Beschreibung der Pflanzen eine gewisse Reihenfolge inne zu halten, also nicht bloss erst Wurzel, dann Stengel, Blatt, Blüthe, Frucht etc., sondern auch beim Blatte 1. Stellung, 2. Anheftung etc., wie dies auch Dr. Müller im Lippstädter Programm (Päd. Arch. 1866 S. 205) angibt.

In Quarta wähle ich die grade blühenden Pflanzen als] präsentanten Linné'scher Classen und lehre dann diese nöthig falls ausser der Reihe daran kennen. Im Ganzen findet m für die ersten 19 Classen jederzeit Repräsentanten, so da man hier sogar meist in der Reihenfolge bleiben kann. Nat

lich nehme ich nicht der Reihe nach Repräsentanten der ersten 11 Classen, sondern begnüge mich überhaupt mit dem Nachweise besonders für die 3. 5. 6. und 10. Classe. Nachdem die Classenkenntniss so vorbereitet ist, lasse ich die Classen des Linné'schen Systems im Zusammenhange lernen, beginne darauf die Kenntniss der Ordnungen in gleicher Weise vorzubereiten und schliesse mit der vollständigen Erlernung des Linné'schen Systems.

In den beiden Tertien wird in gleicher Weise das natürliche System durchgenommen. Um die natürlichen Familien den Schülern klar zu machen, lasse ich von einer Familie je 3 bis 6 gleichzeitig blühende Arten (von verschiedenen Gattungen) für jeden Schüler mitbringen; jeder Schüler ist also im Stande, bei der nun vorgenommenen vergleichenden Beschreibung der 3 bis 6 Pflanzen, die er bekommen hat, sich zu überzeugen, inwieweit dieselben in Wurzel, Stengel, Blättern, Blüthen etc. übereinstimmen, inwieweit sie von einander abweichen.

Bei den mikroskopischen Uebungen, die hauptsächlich in II vorkommen, stellen sich manche Schwierigkeiten ein. Zunächst hat die Schule meist nur ein Mikroskop. Ich leihe mir darum, wenn irgend möglich, noch zwei oder drei und benutze ein eigenes. (Da seit der Trichinenzeit fast jeder Apotheker ein besseres Mikroskop hat, so treibt man meist mindestens noch eins auf.) Sind dieselben auch nicht so vorzüglich und geben sie auch nicht so starke Vergrösserungen, wie das meist gute und auf's stärkste vergrössernde der Schule, so erfüllen sie doch ihren Zweck, ja sind bisweilen deshalb vortheilhaft, weil sich ein Auge, das noch nie durch ein Mikroskop gesehen, eher mit ihnen befreundet, als mit einem sehr stark vergrössernden. Ich lege nun dieselben Objecte oder verschiedene unter die drei bis vier Mikroskope, und lasse nun die Schüler beobachten. Da die Zahl der Secundaner meist 40 nicht übersteigt, so ist nach 10 bis 12 maligem Wechsel von jedem die gleiche Beobachtung gemacht, und habe ich verschiedne Objecte untergelegt, so kann im Laufe einer Stunde ganz gut jeder vier Beobachtungen machen. Jeder Schüler hat von dem Gesehenen eine Zeichnung auf ein Blatt zu entwerfen, welche Blätter ich einsammle, sobald die Zeichnungen fertig und die Namen der Verfertiger aufgeschrieben sind. Das dient mir zur Controle, ob die Schüler auch wirklich

etwas gesehen haben; denn mancher sagt „ja;“ er habe alles richtig gesehen, wenn man es ihm vorher erzählt hat (was natürlich ein grosser Fehler ist), und er hat vielleicht gar nichts sehen können, weil das Mikroskop von seinem Vordermanne verstellt war. Der Lehrer muss deshalb oft mit raschem Blick die Stellung des Mikroskops revidiren, auch den Schülern angeben, wie sie es für ihr Auge zu stellen haben. Ich habe bei uns gefunden, dass ich für die meisten Schüler passend eingestellt hatte, da ich selbst gut sehe; nur wenige Schüler sahen schlechter, noch wenigere besser. In grösseren Städten mag das mehr Schwierigkeiten machen. Um zu verhindern, dass die Schüler von einander abzeichnen, nehme ich die Blättchen, sobald die Zeichnung fertig ist, ab und schiebe zuweilen neue Präparate derselben Art unter oder verschiebe die Präparate nur, so dass neue Ansichten sich zeigen. Schüler, die im Zeichnen und in der Naturgeschichte schlecht beschlagen sind, lasse ich wohl auch allein an der Tafel zeichnen, um ihnen jede fremde Hilfe abzuschneiden. Fertige Präparate sind natürlich sehr gut verwerthbar und erfordern keine Zeit in den Lehrstunden. Ich meine aber doch, dass der Lehrer einfachere vor den Augen der Schüler selbst präpariren muss, mit möglichst einfachen Apparaten, um diesen dadurch eine kleine Anleitung zu geben. Der Lehrer muss die Schüler überhaupt nach Möglichkeit das Werden, das Entstehen sehen lassen.*) Ich schneide darum gerne Präparate von Streichhölzchen und zeige davon Längs- und Querschnitt. Ich bediene mich eines guten Rasirmessers, was allen Schülern wohl zugänglich, und ausser den Deckgläschen auch gewöhnlicher weisser Gläser als Unterlagen. Es bekommt doch in jetziger Zeit, wo diese Sachen so billig geworden, mancher Schüler einmal ein Mikroskop, oder der Vater besitzt eins, und er ist so in den Stand gesetzt, sich selbst zu versuchen. Ebenso leicht lassen sich ja die Schuppen der Schmetterlinge und vieles andre präpariren, und benutze ich in der Classe dazu die Zeit, während ein fertiges (gekauftes) Präparat nur angeschaut wird. Dass

*) Ein fix und fertig zusammengestellter Apparat z. B. auch in der Chemie taugt nichts; alles Nöthige muss allerdings zur Hand sein, aber man fülle vor den Augen der Schüler das Salz oder die Flüssigkeiten in die Retorte oder Kochflasche und setze den Apparat zusammen etc.

man den Schülern nach Möglichkeit zeige, mit einfachen, leicht überall zu habenden Werkzeugen zu operiren, überhaupt mit wenig Mitteln auch etwas Brauchbares zu leisten, halte ich für eine grosse Hauptsache; nur muss man es nicht übertreiben. Denn vieles lässt sich eben absolut ohne einen gewissen Aufwand an Mitteln nicht erreichen. Für den Unterricht in der Anatomie und Physiologie der Pflanzen bediene ich mich noch der schon erwähnten Wandtafel von Brüllow und einiger von mir nach Rossmässler's Angaben angefertigten Modelle von Zellen. — Ueber die Anlage von Herbarien seitens der Schüler, über Excursionen etc. verbreite ich mich nicht, weil darüber von anderen bereits Vieles und Gutes geschrieben worden. Nur möchte ich darauf aufmerksam machen, dass die Möglichkeit zu Excursionen auf's geringste Mass beschränkt werde, wenn die Naturgeschichtsstunden nicht so gelegt sind, dass sie dazu benutzt werden können. Wer, wie ich, im Sommer in fünf Classen Botanik zu unterrichten, dabei die Sammlungen und das Laboratorium in den Stand zu setzen und darin zu erhalten, ausserdem aber noch vier Correcturen hatte, der kommt beim besten Willen selten zu Excursionen. Denn wenn ich auch meinen übrigen Arbeiten von den drei freien Nachmittagen Mittwoch, Sonnabend, Sonntag (meine andern Nachmittage waren auch besetzt) in jeder Woche sehr gern einen zu einer Excursion abgewann, so konnte doch jede Classe nur alle 5 Wochen einmal daran kommen, da ich bei 60 bis 70 Schülern in IV und V und 30 bis 40 in den oberen doch nicht gut mit zwei Classen auf einmal gehen konnte, obwohl ich es versuchte; doch kam ich gänzlich davon zurück. Nach Ostern und vor Michaelis vor und nach den grossen Ferien treten aber auch oft noch Hindernisse ein, so dass, wenn ein nur halbwegs regnerischer Sommer eintritt, jede Classe höchstens eine, bei günstiger Witterung vielleicht zwei bis drei Excursionen machen kann. Es ist darum unbedingt nöthig, die Naturgeschichtsstunden besonders in den unteren Classen so zu legen, dass sie dann und wann zu Excursionen benutzt werden können.*) Dann muss auch jeder Schüler dieselbe mitmachen, während ich

*) Ein andres Aushilfsmittel namentlich für Anstalten in grossen Städten ist: im Schulgarten eine Abtheilung als kleinen botan. Garten anzulegen. Dies dürfte namentlich bei Neubauten in Anschlag zu bringen sein.

D. Red.

an freien Nachmittagen keinen zwingen kann. In dem bereits erwähnten Lippstädter Programm wird mitgetheilt, dass auf dortiger Realschule I. Ordnung regelmässig alle 14 Tage die Mittags liegenden Naturgeschichtsstunden zu Excursionen benutzt werden. Ebenso mache ich auch auf die Angaben dieser Abhandlung über die Zahl der bei jeder Excursion von jedem Schüler je nach der Classe zu sammelnden Pflanzen, über die Controle der Herbarien und deren Benutzung bei der Repetition zur besseren Einprägung der einzelnen Pflanzen, über die Einrichtung, dass die Schüler der Reihe nach die Pflanzen für die ganze Classe zu besorgen haben u. dergl. m. aufmerksam. In dem Programm einer Anstalt fand ich als Pensum die Angabe, dass in V an vier bestimmten Pflanzen die Terminologie eingeübt werde. Wie man bei einer solchen Beschränkung des überall reichlich vorhandenen Materials ein bleibendes Interesse erwecken kann, ist mir räthselhaft, doch war vielleicht die Angabe nicht exact. Andere Anstalten geben die Zahl der in VI resp. V durchzunehmenden Pflanzen auf 30 oder 60 an; jedenfalls ist es empfehlenswerth, möglichst viele Pflanzen, aber auch recht sorgfältig, besonders anfangs, zu betrachten. Beginnt also der Unterricht in VI, so möchten 30 Pflanzen das Minimum, 60 das Maximum sein; in der nächsten Classe können schon 100 neue hinzutreten u. s. w.

In der Zoologie und Mineralogie ändert sich das Verfahren nur insofern, als nicht jeder Schüler ein Exemplar des besprochnen Thieres oder Minerals in Händen hat. Wo dies irgend zu ermöglichen ist, wie bei Insecten, andern niedern Thieren und den gewöhnlichen Mineralien, da sollte es auch durchaus erstrebt werden.

Ich erkläre mich nun durchaus gegen das Beschreiben des Thieres resp. Minerals und nachheriges Herumgeben. Der Lehrer braucht hier den besprochnen Gegenstand gar nicht aus der Hand zu geben. Denken wir uns nach V (oder VI) in eine zoologische Lehrstunde versetzt, so beginnt die Beschreibung damit, dass der Lehrer mit dem ausgestopften Thier an irgend eine oder zwei Bänke herantritt und von den Schülern die [Be-]antwortung seiner ersten Frage durch die selbst gemachte [Be-]obachtung verlangt. Natürlich nennt der Lehrer dafür ei[nen] bestimmten Schüler, da sich sonst schwache an blosses

dankenloses Mit- oder Nachplappern gewöhnen. Nachdem der Lehrer also einige Fragen (z. B. Beschreibe mir die Färbung des Thieres, etc.) von den Schülern je einer oder zweier Bänke hat beantworten lassen, geht er zu einer oder zwei andern Bänken und fragt weiter, so dass bei der Beschreibung jedes Thieres möglichst alle Bänke thätig waren. Die Lehrweise ist also auch hier die fragendvortragende. Nun muss aber auch das, was andere gefunden haben, von allen gesehen werden; deshalb beginnt der Lehrer einmal bei der ersten, dann vielleicht bei der letzten oder mittelsten Bank und lässt sich immer von den Schülern zweier Bänke (wenn deren Zahl 10 nicht übersteigt) rasch die Beschreibung wiederholen, wozu nun nicht mehr Fragen, sondern nur Worte nöthig sind z. B. „Färbung, Gestalt, Vorderzähne, Zehen etc." Dann darf man hoffen, wirklich, soweit es möglich, eine Anschauung des Thieres in den Kindern hervorgerufen zu haben. Erst am Schlusse folgt die Nennung des deutschen und lateinischen Namens, der sorgfältig einzuprägen ist, und das Nachlesen im Lehrbuche. Je nachdem wird, wie in der Botanik, eine schriftliche Beschreibung zur nächsten Stunde verlangt, eine Uebung, die besonders in VI, V, IV sehr nützlich ist, wo ja auch die Schüler noch nicht anderweitig mit schriftlichen häuslichen Arbeiten überladen sind.

Der Aehnlichkeit wegen absolvire ich hier gleich den Unterricht in der Oryktognosie. Auch hier halte ich es für durchaus nöthig, dass der Lehrer entweder mit den einzelnen oder mit einer kleinen Zahl auf einander folgender Mineralien (jedoch nicht über 3 oder 4, um eine Verwechselung der Eindrücke zu verhüten) auf geeignetem Brett, ohne Kästen und Etiketts, von Bank zu Bank gehe und durch die Schüler die Mineralien beschreiben lasse, worauf er zum Schluss die Namen nennt. Dann folgt das Nachlesen im Buche. Ich habe diese Methode in dem vorzüglichen mineralogischen Unterricht des Geheimrath Prof. Dr. Ferd. Römer in Breslau kennen gelernt, nur dass hier dem Universitäts-Unterricht gemäss die Beschreibung der Mineralien (resp. das Dictat der Beschreibung) durch den Professor voranging. Dann aber musste jeder alles in der Nähe sehen, trotz der oft nicht geringen Zahl der Hörer. Nach meiner Meinung dürfte es kaum eine andere Art und Weise geben, um den ersten Eindruck so nachhaltig als möglich zu machen (ausser wenn

jeder Schüler den besprochnen Gegenstand selbst in die Hände bekommen kann). Denn, trägt der Lehrer erst die Beschreibung des Thieres resp. Minerals vor, so ist das nur leerer Schall, Worte, die, sobald dem Hörer der Gegenstand fremd ist, was meist der Fall, kaum ein Bild oder wenigstens fast stets ein falsches in ihm hervorrufen. Gibt der Lehrer den Gegenstand später herum, so kann man recht deutlich beobachten, wie die meisten Schüler denselben bloss mit ihren äusserlichen Augen anstieren, ohne dass die geistigen Augen grade das sehen, was sie sehen und einprägen sollen. Das kann einem sogar selbst beim besten Willen zustossen, wenn man sich in der Lage eines Schülers d. h. also Hörers befindet. (Ich habe das oft genug bei naturwissenschaftlichen öffentlichen populären Vorträgen an erwachsenen Laien beobachtet.) Denn in der Regel geht der Vortragende, nachdem er einen Gegenstand beschrieben und dem ihm nächsten Zuhörer zur Ansicht und zum Weitergeben hingereicht hat, sofort zu einem neuen über. Bei dem Anschauen des ersten Gegenstandes entgehen einem selbst beim besten Willen vielfach die Angaben, die für das richtige Betrachten eines zweiten, dritten etc. massgebend sind. Daher kommt es, das in einer Classe durch das Herumgehenlassen der Naturalien einmal wenig gelernt und zweitens Veranlassung zu Unfug gegeben wird. Die Aufmerksamkeit ist eine durchaus zersplitterte, nicht bloss bezüglich der ganzen Classe, sondern jedes einzelnen. Bald soll er ein Mineral anschauen, bald dem weiter vortragenden Lehrer zuhören, oder gar beides zugleich. Dazu kommt, dass gute Freunde einander gern ausser der Reihe die Sachen zuschieben, besonders wenn die Zeit drängt, wodurch Unfug entsteht; oder dass der eine den Gegenstand zu lange behält, oder bloss weiter schiebt, ohne ihn seinem Nachbar ordentlich zu übergeben etc. Es kommt dabei leicht vor, dass die Sachen durch Fallenlassen bei ungeschicktem Abnehmen von Bank zu Bank beschädigt werden; mancher Schüler bricht auch von einem Mineral etwas los oder steckt sich etwas ein, wenn das Vorgezeigte in Körner- oder Pulverform ist. Alle diese und andere Ungehörigkeiten müssen von vornherein gar nicht möglich sein und sind es nicht, wenn der Lehrer die Gegenstände von Bank zu Bank selbst vorzeigt. Diesem Verfahren könnte nun der Vorwurf gemacht werden, dass dabei stets nur ein kleiner Theil der Classe vol

beschäftigt, der andere ganz unbeschäftigt sei und also erst recht Gelegenheit zu Allotria habe, zumal des Lehrers Auge auf ihn nicht gerichtet sein könne. Dieser Einwurf ist nicht unbegründet, aber die bei dieser Methode eintretenden Uebelstände lassen sich beseitigen, die der andern (z. B. Beschädigung der Objecte, die getheilte Aufmerksamkeit) z. Th. schwer, z. Th. gar nicht. Um also bei der von mir empfohlenen Methode Unfug zu verhüten, suche ich nach Möglichkeit den Rest der Classe zu beschäftigen. Also entweder ich lasse sie vorher gebrauchte Zeichnungen von der Tafel abzeichnen, oder ich gestatte ihnen, im Lehrbuch nachzulesen oder ziehe die, welche das besprochne Object bereits gesehen, hie und da mit Fragen heran. Es lassen sich dafür nicht alle möglichen Beispiele anführen; das Wesentliche ist, man beschäftigt den Rest der Classe in irgend einer geeigneten Weise. Dann wird selten eine Unordnung vorkommen. Geschieht dies aber doch einmal, und einem geübten Lehrer entgeht das, trotzdem er scheinbar nur mit einer kleinen Zahl allein beschäftigt ist, so leicht nicht, so muss sofort beim ersten Male die strengste Strafe eintreten und eine Wiederholung wird so leicht nicht eintreten.

Macht man endlich dieser Methode den Einwurf zu grossen Zeitverlusts, so erwidere ich, dass grade in der Naturgeschichte Weniges, gut und vollständig aufgefasst, bei weitem vorzuziehen ist dem flüchtig Angeblickten und Durchgenommenen, da von letzterem meist so gut wie nichts zurückbleibt. So sehr ich gegen allzugrosse Beschränkung der durchzunehmenden Thiere, Pflanzen und Mineralien bin, ebenso sehr und noch mehr bin ich gegen eine zu grosse Ausdehnung. Thiere und Mineralien, welche in den Sammlungen und auch im Lehrbuche nicht abgebildet sind, lasse ich fast durchgehends weg.

Einen einzigen Einwurf lasse ich gegen die von mir empfohlene Methode gelten. Sie ist im höchsten Grade für den Lehrer anstrengend. Daher dürfte es nicht immer Bequemlichkeit sein, wenn ein Lehrer, der ausserdem noch mit Stunden und Correcturen stark bedacht ist, anders verfährt. Ueberhaupt wäre es einmal an der Zeit, im Interresse aller Fachcollegen darauf hinzuweisen, dass ein Lehrer, der den Sammlungen viel mehr Zeit widmen muss, als die meisten der andern Collegen (die nicht Naturwissenschaftler sind) auf Correcturen und Vorberei-

tungen brauchen, nicht noch viele Correcturstunden übernehmen kann.*)

Dass man in der Krystallographie nach Möglichkeit die Schüler zur Anfertigung von Krystallmodellen anhält, ist selbstverständlich. Ich empfahl dazu stets Kenngotts Krystallnetze.**) Das Zeichnen der Netze ist zu zeitraubend, ausser bei einfachen; das Construiren gehört auch mehr in den mathematischen oder Zeichenunterricht.***)

Der zoologische Unterricht in Quarta wird ganz ähnlich er-

---

*) Diese Bemerkung ist sehr beherzigenswerth. Der Lehrer der Naturwissenschaft muss häufig die bittere Erfahrung machen, dass seine ausser der Schule den Schulzwecken gewidmete Zeit und Mühe weder vom Director noch vom Lehrercollegium gewürdigt wird. Ja oft ist ihm in den Zwischenpausen kaum eine kurze Rast gegönnt, da er entweder Versuche vorzubereiten oder Apparate wegzuräumen, naturgeschichtliche oder geographische Lehrmittel zusammenzustellen oder wieder einzuräumen hat, während die andern (meist „sprachgelehrten") Collegen im Conferenz- oder Conversationszimmer oder im Hof und Garten sich bei einem Imbiss oder Zeitungslectüre oder schlimmsten Falls — bei Klatsch — amüsiren und erholen. —

D. Red.

**) Diese sind entschieden sehr gut, doch nimmt in Mittelstädten ihre Beschaffung leider meist viele Wochen in Anspruch, da sie in Wien herausgegeben sind, so dass man meist mit der Krystallographie fast zu Ende ist, ehe die Schüler die Netze erhalten. In neuester Zeit (December 1872) hat Oberlehrer Dr. R. Geist in Halle a/S. Krystallnetze herausgegeben (3 Hefte; erschienen sind erst 2 à 7½ mit zusammen 47 Netzen, in Commission bei C. H. Herrmann Halle a/S.). Dieselben sind auf verschiedenfarbiges Cartonpapier aufgezeichnet, brauchen also nicht erst auf Pappe geklebt zu werden, geben sehr hübsche Modelle mit scharfen Kanten und können recht empfehlenswerth genannt werden. D. Verf.

***) Ueber die Zweckmässigkeit (Grösse und Stoff) der Krystallmodelle sind die Ansichten der Lehrer sehr verschieden, was auch daraus hervorgeht, das z. B. in Wien solche aus dem verschiedensten Material und in verschiedener Grösse ausgeführt ausgestellt sind. Es scheint mir jedoch als das didaktisch Richtigste, solche Pappmodelle (mit Holz) anzuwenden, welche sich leicht in Netze auseinander legen und ebensoleicht wieder zum Körper zusammensetzen lassen, oder wo das zu schwierig ist, blos (massive) Holzmodelle. Ueber Modelle aus zusammengeklebten Glastafeln mit Faden- oder Drahtaxen im Innern (wie sie ebenfalls mehrfach in Wien ausgestellt sind), musste ich die widersprechendsten Ansichten der L[illegible]rer hören. Jedenfalls ist der schwerwiegendste Einwurf gegen sie ihre lei[illegible]te Zerbrechlichkeit. (Mehr darüber bei den Ausstellungsberichten.)

D. Red.

theilt, wie der in Quinta. Hier werden öfter die bereits besprochnen Thiere wieder mit ins Classenzimmer gebracht, und Schüler, die besonders schwach sind, vorgerufen und aufgefordert, aus den 10 oder 12 Vögeln etc. einen bestimmten herauszusuchen. Dass erst die einzelnen Thiere, dann erst die Ordnungen und Classen durchgenommen werden, versteht sich von selbst. In IIIb lehre ich die Haupttheile der Insecten an einem Hirschkäfer oder grossen Nachtfalter etc. kennen, indem ich denselben ebenfalls von Bank zu Bank, von Schüler zu Schüler vorzeige und beschreiben lasse; ebenso verfahre ich in IIIa mit den übrigen niederen Thieren. Haben die Schüler einmal die Theile eines Insects ordentlich angeschaut, so hat der Lehrer bei Durchnahme der andern halbe Arbeit und kann viel rascher fortschreiten. Der scheinbar grosse Zeitverlust am Anfange gleicht sich später überreichlich aus. (Ueberhaupt müsste jeder Lehrer anfangs so langsam als möglich gehen, und nicht eher fortschreiten, bis auch die schwächsten die Elemente gefasst haben. Das würde ihm später viel Aerger ersparen, und nicht minder den Schülern manche Strafe.)

In der nächsten Stunde muss der gefragte Schüler das betreffende Insect (Schnecke, Muschel etc.) aus der Sammlung heraussuchen, nachdem er es aus dem Gedächtniss und der Anschauung beschrieben; dies ist der beste Probirstein, ob letztere vorhanden ist. Denn manche Schüler haben ein erstaunliches mechanisches oder, man möchte sagen, Schallgedächtniss, daher das laute Lernen so sehr vieler, was nicht genug zu untersagen ist.

Anatomische Zergliederungen von Schnecken und Muscheln, Auflösungen von Krebs-, Schnecken- und Muschelschalen in Salzsäure etc. dürfen nicht fehlen, ebenso wie in Secunda Zergliederungen von Thieraugen (etwa von Ochsen) etc.

Indem ich nun diesen Aufsatz schliesse, kann ich nicht unterlassen, es auszusprechen, dass ich es auf's freudigste begrüssen würde, wenn sich recht viele Fachcollegen veranlasst sähen, auch ihre Erfahrungen in kürzeren oder längeren Abhandlungen in dieser Zeitschrift niederzulegen. Denn nur durch solche Veröffentlichungen und ev. daran anknüpfende Ausfechtung entgegenstehender Meinungen kann ja allein die wahre und richtige Lehrmethode in den Naturwissenschaften gefunden werden.

Nachschrift der Redaction. Wir schliessen uns dem Wunsche des leider zu früh verstorbenen Verfassers, der auch in diesem letzten Theile, der Praxis des Unterrichts, seine Tüchtigkeit dargethan hat, mit der Abänderung an, dass wir wünschen, es möchten im Anschluss an diese Arbeit und mit Rücksicht auf die gangbarsten Lehrbücher einzelne specielle Theile des naturgeschichtlichen Unterrichts ebenso gründlich behandelt werden, als es der Verfasser mit den allgemeinen gethan hat. Dabei dürfte vielleicht besonders zu berücksichtigen sein: Der Gebrauch des Mikroskops beim Unterricht, Auswahl und Methode in dem Capitel von den natürlichen Pflanzenfamilien, praktischer und methodischer Unterricht in der Krystallographie, Insextologie und Anthropologie.

Nachträgliche Anm. der Redaction zu S. 272. Obschon uns der in der Anm. S. 272 gegen einen ältern und erfahrenen Schulmann gerichtete (vielleicht auch gegründete) Tadel des Verf. in der Form zu hart erschien, zumal da er wiederholt auftritt, so glaubten wir doch, aus Pietät gegen den Todten, keinen Theil seiner Arbeit unterdrücken zu dürfen und beschränken uns darauf, die ganze Stelle in die Anmerkung zu verweisen.

Die Psychologie als Leitstern in der Didaktik und Methodik der Mathematik.

Vom Herausgeber.

Der nachstehende kleine Aufsatz will eine Anregung dazu geben, dass bei der Anordnung und Behandlung der mathematischen und naturwissenschaftlichen Disciplinen, mehr als zu geschehen pflegt, das psychologische Element berücksichtigt werde. Er ist in erster Reihe veranlasst durch die Lectüre mathem. Lehrbücher. Verfasser hofft dieses Thema noch weiter ausführen und auch auf Physik und Naturgeschichte ausdehnen zu können.

1) Was ist richtiger, den Multiplicator **vor** oder **hinter** den Multiplicand zu stellen?

In einem kleinen Aufsatze „die Stellung des Multiplicators“ (II, 112 ds. Zt.) versucht unser geehrter Mitarbeiter Herr Dr. Schwarz darzulegen*), dass der Multiplicator vor den Multiplicand gestellt werden müsse; seine Gründe sind folgende: 1) Der Ausdruck „3 multiplicirt mit 4“ sei einer fremden Sprache entnommen und habe (auch in der Uebersetzung) kein eigentliches Bürgerrecht erlangt. 2) Die Multiplicationssilbe „mal“ werde im Deutschen immer an den Multiplicator angehängt und voran gestellt z. B. drei hundert = dreimal hundert (so auch beim Einmaleins). 3) Die Analogie bei der Bezeichnung

*) Diese Darlegung war angeregt durch Herrn Kobers Recension von Schwarz's „Grundzügen etc.“ (I, 421), wo Herr K. sagt: „eine offenbare Willkür ist es, vorzuschreiben, dass der Multiplicator links gestellt werden müsse: wir glauben im Gegentheil, dass ihn der herrschende Gebrauch rechts setzt.“ Herr K. weist auf die Inconvenienz in folgender Gleichung hin $\frac{4}{7} : \frac{3}{5} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{7}$.

der *benannten* Zahlen: 4 ₰. = 4. 1 ₰. (4 mal 1 ₰.)*) 4) Der Coefficient in der allgemeinen Arithmetik $4x$ d. i. „4 mal x“. Verfasser dieser Zeilen hat an jener Stelle in einer Anm. diese Ausführungen als „sehr zutreffend“ bezeichnet. Er ist jedoch nach reiflicherer Ueberlegung zu einem andern Resultate gelangt. Die von Hrn. Dr. S. angeführten Gründe stützen sich nämlich auf den usus aber — usus est tyrannus. Ich dagegen meine, man müsse hier, will man die Wahrheit erfassen, *psychologisch* zu Werke gehen. Denn wir müssen doch in der Methodik und Didaktik stets fragen „*was ist natürlich oder psychologisch?*“ nicht aber: „*was hat sich durch den Gebrauch oder durch das Herkommen eingebürgert?*“ Nicht *dieses*, sondern *jenes* ist das unzweifelhaft Richtige.

Sehen wir nun, was gegenüber dem usus oder „herrschenden Gebrauch“ die Psychologie dazu sagt:

Wenn man eine Menge gleichartiger Dinge zusammenfassen soll, so ist es doch wohl naturgemäss, d. h. psychologisch, dass man erst die Dinge haben muss, bevor man ein Zusammenfassen nur denken darf. Ein Sprichwort sagt: „man kann den Dieb nicht eher hängen, als bis man ihn hat.“ Wenn ich auf einem erhöhten Punkte neben einer Stadt stehend, die Thürme derselben zusammenzählen will, so müssen eben erst Thürme da sein, sonst ist das Zusammenzählen ein Unsinn. Ganz ähnlich bei der Multiplication, die ja bekanntlich nichts Anderes ist, als eine abgekürzte Addition. „Eine Zahl 4 mal nehmen,“ setzt eben die zu nehmende Zahl voraus, also ist das 4 mal zu Nehmende d. i. der Multiplicand *zuerst* da. Dagegen „4 mal nehmen“, wenn man noch gar nicht weiss, *was*, ist sinnlos und also *unpsychologisch* und *unlogisch* zugleich. Daher ist es richtiger, weil psychologisch, den Multiplicand *voran*, den Multiplicator also *hinterdrein* zu stellen und also die Zeichen $\times$ oder (.) zu lesen: „*multiplicirt mit*“ z. B. 3×4 d. i. „3 multiplicirt mit 4“ oder (wenn das „fremde Wort“ so anstössig ist) „3 genommen 4 mal“. Da dieser Ausdruck aber zu lang ist und wir in der Arithmetik *kurze* Ausdrücke bedürfen, so lässt m „*genommen*“ weg und stellt, um nicht Multiplicator und M tiplicand unvermittelt nebeneinander stehen zu haben, das „ma

*) Dem liesse sich jedoch gegenüberstellen, dass man jetzt auch schreil Rth. 4., d. i. „Thaler 4“.

zwischen beide, so dass also „3 mal 4" heisst: „3 genommen 4 mal", wo „mal" eine Abkürzung ist von „multiplicirt mit."*)

Nur dann, wenn auf das Vielfache ein Nachdruck (Accent) gelegt werden soll, im Gegensatz zu einem andern Vielfachen, sollte der Multiplicator vorangesezt werden z. B. „vier mal 20 waren es", d. h. nicht 3 oder 2 mal 20.

2) Die Bezeichnung der Verlängerung einer Linie.

Man findet häufig Stellen ähnlich der folgenden: Verlängere AB und AC bis resp. F und G (s. Fig.) Dies ist falsch. Wenn man nur wenigstens hinzu fügte: „über A hinaus," aber auch dann ist es noch falsch, man sollte sagen: Verlängere BA und CA (über A hinaus) bis F und G, (also die Buchstaben in umgekehrter Folge)! Denn sobald man die Verlängerung einer Geraden postulirt, wird in der Vorstellung der psychische Process des Ziehens der Linie also eine Bewegung reproducirt. Dieses Ziehen ist naturgemäss so zu denken, dass der Ausgangspunkt der Bewegung zuerst und an zweiter Stelle erst der Endpunkt genannt wird, also AB d. h. von A nach B, dagegen BA von B nach A. Wenn ich nun aber die Bewegung in derselben Richtung fortgesetzt denken soll und das ist ja das „Verlängern," so ist doch, wie jeder sieht, nicht die umgekehrte Ordnung der Endpunkte zu wählen, sondern die gerade. Es widerspricht also dem psychischen Processe des Denkens, zu sagen: „Verlängere AB über A hinaus." Vielmehr kann AB nur über B und BA nur über A hinaus verlängert werden. Wenn man die Gerade freilich nur nach ihrer Länge auffasst, so ist es, könnte man meinen, einerlei, ob man

*) Auch die Analogie mit der Division liesse sich hier anführen, da auch durch (= dividirt durch) dem Dividend nachgesezt wird, und zwar aus demselben oben angeführten psychol. Grunde; diese Analogie tritt hervor in den Formeln:

$$(a+b)\,n = an + bn$$
$$\frac{a+b}{n} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n}$$

Auf die Analogie ($a+b$, $a-b$, $a:b$) stützt sich auch Dr. Stammer, welcher (II. 334) für unsere Ansicht eintritt. Doch sind Analogiebeweise nicht kräftig genug. —

sagt AB oder BA. Dann ist es aber besser, die Gerade AB mit einem einzigen Buchstaben (a) zu bezeichnen. Ist aber die Gerade mit Beziehung auf ihre Richtung zu denken — und dies ist bei der Verlängerung der Fall, — dann ist es nicht einerlei ob man sagt AB oder BA. Man könnte übrigens dann die Worte „über hinaus" ersparen, denn „verlängere AB" heisst schon über B hinaus verlängern.

3) Ein grober Verstoss gegen die naturgemässe Methode in den Lehrbüchern der analytischen Geometrie.

In den meisten Lehrbüchern über analyt. Geometrie findet sich die Transformation der Coordinaten an einer unpassenden Stelle. Sie ist gewöhnlich verfrüht. Es darf wohl nach dem gegenwärtigen Stande der Methodik und Didaktik als ausgemacht gelten, dass der Stoff einer Disciplin naturgemäss angeordnet sein soll, d. h. der Natur sowohl des Gegenstandes als auch des auffassenden Geistes gemäss oder m. a. W. einerseits sachgemäss, anderseits logisch und psychologisch. Die Forderung einer logischen Anordnung ist eine so selbstverständliche bei jeder geistigen Arbeit, dass über sie kein Wort zu verlieren ist. Sachgemäss, d. h. wie es das Wesen des vorliegenden Stoffs fordert, also z. B. dass man Zusammengehöriges nicht trenne, dass man z. B. in der Geometrie die Aehnlichkeitslehre zusammenhängend vortrage.

Unter die psychologischen Forderungen gehört u. A., dass man ein Capitel nicht eher beginne, bis es vorbereitet ist und also verstanden wird, ferner, dass das Interesse des Lernenden dafür erregt ist und er darnach verlangt wie der Hungrige nach Speise. Das letztere geschieht am zweckmässigsten durch Vorlegen eines geeigneten Problems. Das Interesse ist ja bei jedem Studium der mächtigste Hebel. Dass hiergegen gefehlt wird, das beweist u. A. das Capitel von der Transformation der Coordinaten in der analyt. Geometrie. Welchen Erfolg kann es haben, wenn etwa (wie mir wieder einem neueren Werke vorliegt) auf den ersten Seiten n[illegible] der „Bestimmung der Lage eines Punktes in der Ebene" [illegible] „Transformation der Coordinaten" (noch dazu sehr kurz) e[illegible] örtert wird, ohne dass der Lernende die Nothwendigkeit u[illegible]

Nützlichkeit derselben einsieht und ohne dass sein Interesse dafür geweckt ist, da er im Gebrauch der rechtwinkligen Coordinaten noch nicht einmal hinreichende Uebung besitzt. Nur den Erfolg hat es, dass der Lernende den betr. Abschnitt ohne alles Interesse (vielleicht auch ohne Verständniss) liest, um ihn sofort wieder zu vergessen. Die Anwendung (Praxis) und das dadurch erweckte Interesse sind die mächtigsten Hebel alles Lernens nicht blos in der Mathematik, sondern in allen Lehrgegenständen.

Die Transformation der Coordinaten gehört vielmehr hinter die Behandlung der Kegelschnittslinien in rechtwinkligen Coordinaten. Denn die schiefwinkligen Coordinatenformeln, weil Trigonometrie erfordernd, sind complicirter als die rechtwinkligen; demnach gehört ihre Behandlung nach dem Grundsatze „vom Einfachen zum Zusammengesetzten“ hinter die rechtwinkligen.

Vor Beginn der Transformation ist jedoch durch ein passendes Problem das Verlangen darnach im Lernenden zu erregen und die Einsicht von der Nützlichkeit derselben anzubahnen. Die früher für rechtwinklige Coordinaten entwickelten Gleichungen, in denen ein reichhaltiger Uebungsstoff vorliegt, sind hierauf sämmtlich für schiefwinklige und Polarcoordinaten umzuformen; so wird zugleich einer andern Regel der Didaktik genügt, nämlich jener: „benutze das Gelernte immer zu neuem Uebungsstoffe, um es im Gedächtniss zu befestigen.“ So ohngefähr verfährt J. Müller in seinen Elementen der analyt. Geometrie (Braunschweig 1859), einem Buche, welches Verf. zur Einführung in diese Disciplin weitaus als das beste bezeichnen möchte und jedem Anfänger in dieser Disciplin empfiehlt. Nur fehlt leider auch bei Müller das oben geforderte Problem zur vorläufigen Entwicklung des Interesses. Auch Joachimsthal (Elemente der analyt. Geom. Berlin 1871) nimmt die Transformation der Coordinaten erst im 7. Capitel vor, doch fehlt auch bei ihm eine Interesse erweckende Einführung. Dagegen bringt Salmon in seiner wegen des reichaltigen Uebungsstoffes ausgezeichneten „analyt. Geometrie der Kegelschnitte“ (Lpz. 1866 übers. v. Fiedler) das betr. Cap. schon S. 7*) noch vor dem Cap. „Gerade Linie.“ Aber er übt sie

*) So auch ein neueres Schulbuch von Gruhl, Lehrb. der analyt. Geom. Berlin 1873. Andere Bücher waren dem Verf. nicht gleich zur Hand.

wenigstens durch Aufgaben ein.*) Hesse in seinen „Vorlesungen“ schreibt nicht für Anfänger und gehört nicht hierher.

Diese Beispiele liessen sich sehr vermehren.**) Doch die angeführten, die wir später aus andern Disciplinen zu ergänzen gedenken, dürften genügen, um eine wunde Stelle unserer Lehrbücher bloszulegen. Wir können das Gesagte zusammenfassen in die Regel der Methodik:

Errege bei allen Abschnitten einer Disciplin schon vorläufig das Interesse des Lernenden durch angemessene Probleme und nimm dieselben nicht eher vor, bis alle Bedingungen zu ihrem Verständniss vorhanden sind. Befestige dann die gewonnenen Lehren durch vielseitigen Uebungsstoff.

Wer also einen Leitfaden für den Unterricht schreiben will, der möge doch überhaupt die Psychologie der Methodik berücksichtigen. Man wird diese Auslassung vielleicht trivial finden, und Leser (oder auch nur Durchblätterer) dieser Zeitschrift, deren methodischer und didaktischer Horizont weiter (oder auch enger) ist, als der unsrige, werden vielleicht darüber ihre Glossen zu machen geneigt sein. Thut nichts. Die Sache ist höchst wichtig, so wichtig, dass sie neun und neunzig Mal gesagt, immer noch einmal gesagt werden muss. Es ist dies einer der „rothen Fäden,“ welche gemäss der Tendenz unserer Zeitschrift, alle Arbeiten derselben durchziehen sollen.

*) Dieser Uebungsstoff ist aber so angeordnet, dass hinter jedem Capitel immer der zugehörige Uebungsstoff verarbeitet wird und nicht hinter dem ganzen Buche ein Haufen ungeordneten Uebungsmaterials steht, in welchem der Schüler sich nicht zurechtzufinden weiss, wie man es in solchen Büchern findet, deren Verfasser zu bequem sind, den Uebungsstoff zu ordnen und zu vertheilen oder mit Winken zur Lösung zu versehen. Auch das ist eine Schattenseite vieler unserer Lehrbücher, z. B. des bekannten und vielgebrauchten von Kambly.

**) Hierher gehören auch zum Theil die Incorrectheiten im Ausdruck I, 272. 315. II, 89. (111) 209. 211. 333. 516. III, 19. 375.

Kleinere Mittheilungen.

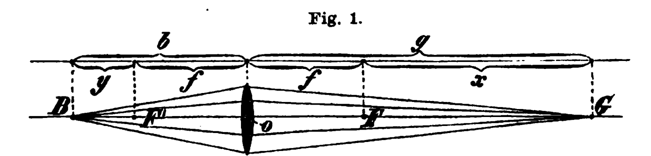
Die Beziehungen der Brennweite und der conjugirten Punkte einer Linse durch eine neue Formel*)

dargestellt von

Hofr. Dr. J. Müller, Professor zu Freiburg i. B.

Bezeichnet man mit f die Brennweite oF Fig. 1 einer Sammellinse, mit g die Entfernung $o\,G$ eines leuchtenden Punktes G und mit b

Fig. 1.



die Entfernung seines conjugirten Punktes B von der Mitte der Linse, so ist bekanntlich

$$b = \frac{f \cdot g}{g - f} \quad \ldots \; 1)$$

eine Formel, welche die Beziehungen zwischen b, g und f keineswegs leicht und klar übersehen lässt; weit übersichtlicher stellen sich die Beziehungen der conjugirten Punkte zu einander dar, wenn man ihre Lage nicht auf die Mitte der Linse, sondern auf die entsprechenden Brennpunkte bezieht.

Bezeichnen wir mit x die Entfernung des Punktes G von dem Brennpunkt F der Linse, welcher mit G auf der gleichen Seite liegt, so ist

$$g = f + x \quad \ldots . \; 2)$$

wenn wir die Brennweite $o\,F$ mit f bezeichnen. Bezeichnen wir ferner mit y die Entfernung des Bildes B von dem Brennpunkt F', so ist

$$b = f + y \quad \ldots . \; 3)$$

und wenn man diese Werthe von g und b in Gleichung 1) setzt, so ergibt sich

$$xy = f^2 \quad \ldots) \; 4.$$

*) Diese schätzbare Arbeit ist aus Versehen leider unter die „kleinen Mittheilungen" gerathen. Wir bitten deshalb um Entschuldigung.
D. Red.

eine höchst einfache Gleichung, welche sich in Worten so ausdrücken lässt:

Die Brennweite einer Sammellinse ist die mittlere Proportionale zwischen den Abständen der beiden conjugirten Punkte von den entsprechenden Brennpunkten.

Nach Gleichung 4) lässt sich der Werth von y ohne weitere Rechnung angeben, wenn der Werth von x als ein Vielfaches von f gegeben ist, denn für $x = nf$ ist $y = \frac{1}{n} f$. So ergeben sich z. B. leicht folgende zusammengehörige Werthe von x und g

x	y
$100000\, f$	$\frac{1}{100000}\, f$
$100\, f$	$\frac{1}{100}\, f$
$10\, f$	$\frac{1}{10}\, f$
$5\, f$	$\frac{1}{5}\, f$
$2\, f$	$\frac{1}{2}\, f$ *)
f	f
$\frac{1}{2}\, f$	$2\, f$
$\frac{1}{5}\, f$	$5\, f$

u. s. w.

Da x und y reciproke Werthe haben, so ist klar, dass grossen Werthen von x kleine Werthe von y entsprechen und dass entferntere Gegenstände sehr bedeutende Verschiebungen erleiden können, ohne dass die Lage des Bildes merklich geändert wird. Wenn z. B. ein Gegenstand aus unendlicher Entfernung bis auf 51 Brennweiten an die Linse, oder bis auf 50 Brennweiten an ihren Brennpunkt heranrückt, so entfernt sich das Bild auf der andern Seite nur um $^1/_{50}$ der Brennweite von derselben.

Die Gleichung 4) ist aber auch sehr geeignet, um das Grössenverhältniss v zwischen Bild und Gegenstand zu übersehen. Bekanntlich verhält sich die Grösse des Bildes zur Grösse des Gegenstandes wie die Entfernung des Bildes (b) zur Entfernung des Gegenstandes (g) von der Mitte der Linse, wir haben also

$$v = \frac{b}{g}$$

und, wenn wir für b und g ihre Werthe bei 3) und 2) setzen,

$$v = \frac{f + y}{f + x} = \frac{f + \frac{f^2}{x}}{f\, x} = \frac{fx + f^2}{fx + x^2} = \frac{f}{x}$$

oder, wenn x als ein Vielfaches von f ausgedrückt ist

$$v = \frac{f}{nf} = \frac{1}{n} \quad \ldots . \; 5)$$

---

*) NB. Der in unserer Figur dargestellte Fall.

Ist also der Gegenstand um n Brennweiten von dem auf gleicher Seite liegenden Brennpunkte der Linse entfernt, so ist das Bild $\frac{1}{n}$ mal so gross, wie der Gegenstand. Beträgt z. B. der Abstand des Gegenstandes von dem entsprechenden Brennpunkte x

$$10,\ 5,\ 2,\ 1,\ {}^1\!/_2,\ {}^1\!/_5,\ {}^1\!/_{10} \text{ Brennweite,}$$

so ist das Bild

$${}^1\!/_{10},\ {}^1\!/_5,\ {}^1\!/_2,\ 1,\ 2,\ 5,\ 10 \text{ mal}$$

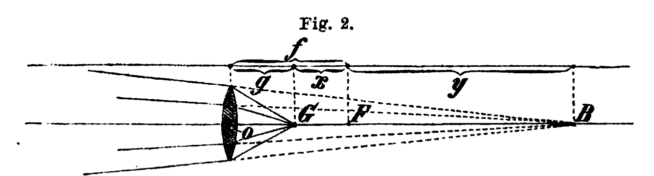
so gross wie der Gegenstand.

Die positiven Werthe von x in Gl. 4) sind von F (Fig 1) nach der Rechten, die positiven Werthe von y aber sind von F' nach der Linken zu zählen. Wenn nun der leuchtende Punkt G der Linse näher rückt als der Brennpunkt F, wenn er sich zwischen F und o befindet, Fig. 2, so wird x negativ; einem negativen Werthe von x entspricht aber nach Gl. 4) auch ein negativer Werth von y und diese negativen Werthe von y sind offenbar von F nach der Rechten zu zählen.

Für $x = -\frac{1}{2} f$ z. B. wird $y = -2 f$, wenn also der leuchtende Punkt wie in Fig. 2 in der Mitte zwischen O und F liegt, so werden die von ihm aus auf die Linse fallenden Strahlen nach ihrem Durchgang durch dieselben so divergiren, als ob sie von einem Punkte B kämen, welcher um 2 Brennweiten rechts von F liegt.

Es versteht sich von selbst, dass die gleiche Formel 4) auch für Hohlspiegel gilt, nur sind alle positiven Werthe von x und y von

Fig. 2.



dem gleichen Punkte, dem Brennpunkt aus vom Spiegel weg, die negativen in der Richtung vom Brennpunkt aus nach der entgegengesetzten Seite zu zählen.

Dieselbe Gleichung 4) gilt aber auch noch für Hohllinsen, deren Zerstreuungsweite f ist. Sie ergibt sich, wenn man in der Gleichung

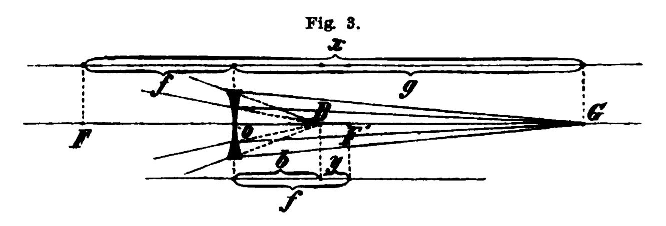
$$b = -\frac{fg}{g + f} \quad \ldots\ldots 6)$$

welche die Beziehungen zwischen der Zerstreuungsweite f, der Gegenstandsweite g und der Bildweite b für Hohllinsen ausdrückt,

$$g = x - f$$
$$b = f - y$$

setzt. Es ist also hier $x = g + f$ (vergleiche Fig. 3) die Entfernung des leuchtenden Punktes G von dem Zerstreuungspunkt F der andern Seite und $g = f - b$ der Abstand des Bildes vom andern Zerstreu-

Fig. 3.



ungspunkt F'. Auch hier findet wieder zwischen x und y die einfache Beziehung statt, dass $y = \frac{1}{n} f$, wenn $x = nf$. In dem in Fig. 3 dargestellten Falle ist z. B. $x = 4f$ und $y = \frac{1}{4} f$.

Wenn der leuchtende Punkt in F' liegt, so ist $x = 2f$, also $y = \frac{1}{2} f$, das Bild liegt in der Mitte zwischen F' und der Linse.

Ableitung der Kegelschnittslinien aus dem Pythagoräischen Lehrsatze.

Von Dr. Josef Kudelka, k. k. Lycealprofessor zu Linz.

Obgleich zu der Erkenntniss der Kegelschnittslinien zuerst der Kegel geführt hat, so ist doch als ihr eigentlicher Ursprung nicht dieser Körper, sondern vielmehr das Dreieck zu betrachten. Die Herleitung dieser Curven aus dem Dreiecke ist nicht etwa gesucht, sondern ausserordentlich einfach, und daher erscheint sie mir auch sehr naturgemäss. Zunächst ist die Parabel das wahre Sinnbild des Pythagoräischen Lehrsatzes und aus diesem lassen sich dann ganz ungezwungen die Ellipse und Hyperbel ableiten, wie hier in Kürze nachgewiesen werden soll.

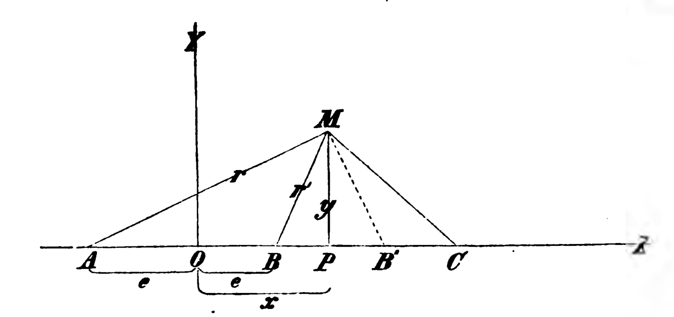
Verzeichnen wir uns ein beliebiges schiefwinkliges (also etwa ein stumpfwinkliges) Dreieck AMB. Seine Grundlinie AB wollen wir uns sowohl der Grösse als auch der Lage nach unveränderlich denken; die beiden anderen Seiten desselben mögen sich aber ändern, jedoch so, dass der Unterschied ihrer Quadrate stets gleich sei dem Quadrate seiner Höhe; dass also, wenn $AM = r$, $BM = r'$ und di Höhe $MP = y$ gesetzt wird, die Gleichung:

$$r^2 - r'^2 = y \cdot \cdot \cdot I$$

bestehe.

Es fragt sich nun: welche Curve wird der Scheitel M des Dreieckes unter diesen Umständen beschreiben?

Da unter den gemachten Voraussetzungen die Endpunkte A und B der Grundlinie als Brennpunkte und somit r und r' als Leitstrahlen des Punktes M zu betrachten sind und da, wenn man die verlängerte Grundlinie zur Abscissenaxe macht, die Höhe des Dreiecks zur Ordinate wird, so kann man der obigen Frage auch die folgende Form geben: Welches ist der geometrische Ort jenes Punktes, für welchen der Unterschied der Quadrate seiner Leitstrahlen gleich ist dem Quadrate seiner Ordinate?



Zum Behufe der Lösung dieses Problems halbire man AB in O, nehme diesen Punkt als Ursprung des rechtwinkligen Coordinaten-Systems und setze $AO = BO = e$. Alsdann hat man:

$$r^2 = y^2 + (x + e)^2 \text{ und}$$
$$r'^2 = y^2 + (x - e)^2.$$

Setzt man diese für die Leitstrahlen gefundenen Werthe in die Gleichung I ein, so folgt:

$$y^2 = 4ex.$$

Die fragliche Curve ist also die Parabel und es drückt die Gleichung I die charakteristische Eigenschaft derselben aus. Gibt man jedoch dieser Gleichung die Form:

$$\frac{(r + r')\,(r - r')}{y^2} = 1 \quad . \; . \; . \; . \; II$$

so lässt sich die Parabel auch auf die folgende Art definiren: Die Parabel ist eine Curve, bei welcher das Rechteck aus der Summe und Differenz der Leitstrahlen eines Punktes in einem constanten Verhältnisse stehet zum Quadrate seiner Ordinate.

Aus dem rechtwinkligen Dreiecke AMP folgt ferner:

$$r^2 - AP^2 = y^2$$

und wenn man diese Gleichung mit der Gleichung I vergleicht, ergibt sich: $r' = AP$.

Ein Punkt der Parabel ist also von dem Brennpunkte B ebenso weit entfernt, wie seine Ordinate von dem andern Brennpunkte A. Diese Eigenschaft, welche der gewöhnlichen Definition der Parabel zu Grunde liegt, ist also eine secundäre oder abgeleitete. Da die Parabel ebenfalls zwei Brennpunkte hat, wie die Ellipse und Hyperbel, so wird man auch bei ihr die Grösse e die Excentricität nennen dürfen.

Aus der Parabel ergeben sich nun ungezwungen die anderen Kegelschnittslinien, denn betrachtet man in der Gleichung II das Verhältniss $\frac{r-r'}{y^2}$ als constant und setzt es demgemäss $=\frac{1}{2a}$, so gehet die besagte Gleichung über in jene der Ellipse:

$$r + r' = 2a,$$

und wenn man anderseits $\frac{r+r'}{y^2} = \frac{1}{2a}$ setzt in jene der Hyperbel:

$$r - r' = 2a.$$

In diese letzteren zwei Gleichungen, von denen jede, wie sich von selbst verstehet, nur die charakteristische Eigenschaft ihrer Curve ausdrückt, braucht man nur noch die rechtwinkligen Coordinaten einzuführen, um ihnen die gewöhnliche Form zu geben.

Wählen wir statt des stumpfwinkligen Dreieckes AMB ein spitzwinkliges AMC mit der Grundlinie AC, so ist jetzt C als zweiter Brennpunkt zu betrachten. Man wird demnach AC zu halbiren und diesen neuen Halbirungspunkt wieder als Ursprung des rechtwinkligen Systemes zu nehmen haben.

Nennt man $MC = MB$, so haben r, r' und y in beiden Dreiecken gleiche Grössen, aber die Parabel, welche das spitzwinklige Dreieck erzeugt, wird doch eine andere sein müssen, da die Excentricität jetzt $= \frac{AC}{2}$ ist und somit einen anderen Werth hat, als früher.

Ueber die Auflösung von zusammengesetzten Klammern.

Vom Rector Dr. Zerlang in Witten.

Ungern vermisst man im arithmetischen Unterrichte eine Anleitung, zusammengesetzte Klammern in möglichster Kürze aufzulösen. Die successive Auflösung von innen nach aussen oder umgekehrt ist bei Häufung der Klammern lästig und zeitraubend. Erinnert man sich, dass sich zwei Minuszeichen zu einem Pluszeichen zusammensetzen, so ergibt sich als einfache Regel: Man löst zusammengesetzte Klammern auf, indem man die Grössen unter einer $\left.\begin{matrix}\text{graden}\\ \text{ungraden}\end{matrix}\right\}$ Anzahl von Minuszeichen mit $\pm$ herausnimmt.

Der bequemeren Zählung wegen empfiehlt es sich, die negativen Klammern durch Striche zu verbinden; z. B. $a - \left[\overline{b + \{c - (\overline{d - e})\}}\right] = a - b - c + d - e.$

Die obige Regel schliesst die bei den speciellen Regeln für die Auflösung der Klammern als besondere Fälle in sich.

Auflösung der Gleichung S. 136 No. 2.

Von Th. Schroeder in Ansbach.

Setzt man in der Gleichung

$$x^4 - 2x^3 + x = 132$$

zunächst $x = y + \frac{1}{2}$, so geht die gegebene Gleichung über in die neue

$$y^4 - \tfrac{3}{2} y^2 = \tfrac{2107}{16}$$

und substituirt man hier z für y^2 also z^2 für y^4, so findet man durch Auflösung der erhaltenen unrein-quadratischen Gleichung $z_1 = \frac{49}{4}$ und $z_2 = -\frac{43}{4}$ also $x_1 = 4$; $x_2 = -3$; $x_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{-43}$ und $x_4 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{-43}$.

Literarische Berichte.

HARTMANN, Dr. B., **Genetischer Leitfaden für den Unterricht in der Planimetrie, in Form methodisch geordneter Fragen und Aufgaben.** 1. Heft: Die Lage gerader Linien (§. 1. Richtung und Grösse, §. 2. Zwei gerade Linien, §. 3. Drei gerade Linien, §. 4. Drei gerade Linien, die ein Dreieck bilden, §. 5. Vier Gerade, §. 6. Fünf und mehr Gerade; das zweite Heft soll mit der Congruenz beginnen). Bautzen 1872.

Vorliegendes Heft hat seine Berechtigung — nach der man bei der jährlich wachsenden Menge geometrischer Lehrbücher ernstlich fragen muss — in der allerdings eigenthümlichen consequenten Durchführung der katechetischen Form, während es sich dem Inhalt nach streng an Snell's bekannte Geometrie anlehnt.

Gegen die gebräuchlichen Lehrbücher äussert der Verfasser: Ausführliche Lehrbücher „fordern den Schüler geradezu auf, sichs bequem im Denken zu machen" und verurtheilen den Lehrer, „seine Individualität dem Lehrbuche unterzuordnen." Einen Grundriss liesse sich der Verfasser gefallen, „wenn nur nicht die Kürze darin bestünde, die Hauptsätze, welche ein guter Unterricht finden lehren soll, gleich Orakelsprüchen an einander zu reihen."

Der katechetischen (heuristischen) Frageform schreibt der Verf. folgende Vorzüge zu:

1) Sie lässt die Individualität des Lehrers in den Vordergrund treten.
2) Sie fordert den Schüler unausgesetzt auf, selbst thätig zu sein.
3) Sie bewahret ihn vor Selbsttäuschungen (über seine Kenntnisse etc.).
4) Jede Pflichtversäumniss muss offenbar werden.
5) Sie passt am besten zur genetischen Methode etc.

„Während der Stunde soll der Schüler dem genetischen Vortra des Lehrers mit Spannung folgen, wenig schreiben und zeichn desto mehr mündlich entwickeln. Zu Hause soll er in einem l

sonderen Hefte nach Anleitung des Buches und den Bemerkungen des Lehrers den behandelten Stoff in dogmatischer Form, welche nun nicht mehr schaden kann, verarbeiten, Beweise und Figuren beifügen, alles in einfachster und kürzester Weise."

„Zu dem ersten Schülerhefte kommt ein zweites für mathematische Extemporalien." Die neuere Geometrie soll nicht gelehrt werden, man soll jedoch „im Geiste derselben unterrichten."

Die Einleitung verräth bei näherer Begründung dieser Sätze gesunde Ansichten, wie z. B. über die neuere Geometrie und über die genetische Methode.

Die ausführlichen Lehrbücher kommen in der That aus der Mode: die in den letzten Jahren dem Referenten zu Gesicht gekommenen Bücher sind Leitfäden mit nur unvollständiger Beweisführung. Der Nachtheil der Grundrisse, dass die Hauptsätze mundrecht darin stehen, wird vom Verf. überschätzt; er kann sich nur darin zeigen, dass der Schüler den Satz, den er selbst finden soll, aus dem Buche abzulesen bequemer findet. Da lässt sich aber leicht abhelfen: man lasse während der heuristischen Entwicklung die Bücher zumachen. Zwar ist die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, dass dann ein Schüler vorarbeitet, sich durch Einlernung der Sätze auf die Stunde präparirt und den fertigen Satz mitbringt, statt ihn zu finden; aber man wird, glaube ich, überall die Erfahrung machen, dass dies nur einzelne und zwar strebsame Schüler thun, bei denen der gewünschte Zweck auch ohnedies erreicht wird.

Dagegen wird auch des Verf. Methode dem Uebel nicht abhelfen. Er lässt in der Classe den Satz finden, doch wohl nur von einzelnen Schülern, die übrigen schreiben den gefundenen Satz nach und bringen ihn (auswendig oder im Hefte) zur Repetition mit; ob der Satz dem Leitfaden oder dem Munde des Mitschülers entnommen wird, bleibt sich gleich: ihn zu finden, kann man die Masse der Schüler nicht zwingen. Und wenn der Schüler hintergehen will, so schafft er sich daneben ein anderes Buch an.

Was die oben aufgezählten Vortheile der Frageform betrifft, so möchte ich Nr. 1. geradezu in Abrede stellen. Der Lehrer, dessen Schüler das Buch in den Händen haben, kann nicht anders, als die Fragen so vornehmen, wie sie im Buche stehen und im Buche gemeint sind. Der Gang ist ihm also bis ins Einzelnste vorgeschrieben, in den Antworten kann die Individualität auch schwerlich zur Geltung kommen, weil die Antwort nur wenig Spielraum bietet, wenn sie nicht falsch sein soll. — Nr. 5. ist offenbar richtig, die übrigen aber nur mit Einschränkung, denn das die Antworten enthaltende Heft kann ebenso wie das gedruckte Buch gemissbraucht werden.

Da das auszuarbeitende Heft in dogmatischer Form verfasst sein soll, so vertritt es durchaus für den bereits vorhandenen Stoff die Stelle des Leitfadens und kann nur dem Vorausarbeiten (und dies ist schwerlich nachtheilig) hinderlich sein, es steht aber nach Correctheit und Uebersichtlichkeit, die des Nachschlagens wegen durchaus wünschenswerth ist, offenbar hinter dem Leitfaden zurück.

Ich fürchte auch, dass der Verf. oder wer sonst das Buch benutzt, sich genöthigt sehen wird, die Ausarbeitungen der Schüler regelmässig und sorgfältig zu corrigiren oder — was meine Meinung klarer ausdrückt — zu verbessern; nach meinen Erfahrungen erscheint das unbedingt nöthig. Dem Lehrer wird also, wie dem Schüler, grosse Arbeit auferlegt — was wohl zu beachten ist. Indessen will ich nicht entscheiden, ob nicht der offenbare Nutzen, den der Schüler durch das Ausarbeiten erlangt, dieser Mühe werth sei. Auch ist nicht zu vergessen, dass nach des Verf. Methode der Unterricht selbst mehr Zeit beansprucht, die jedoch vielleicht als gut angewandt gelten kann. Erinnert sei noch daran, dass von den Einwendungen, die man gegen die genetische Methode gemacht hat, wenigstens die, dass der Schüler gelangweilt werde, wenn er von 2 auf 3 und 4 und 5 Linien übergehe, nicht völlig unbegründet ist.

Ich glaube, dass ein Leitfaden, der nur die in der Zahl möglichst beschränkten unentbehrlichen Sätze mit Angabe der Hauptpunkte der Beweise und ausserdem zur Uebung zahlreiche Fragen, Aufgaben und Uebungssätze enthält, den Zweck besser erfüllt, indessen kann wohl auch mit einem katechetischen Buche Tüchtiges geleistet werden. Sicher ist solche Fragform, möge nun die Frage nur vom Lehrer gesprochen werden oder gedruckt im Buche stehen, beim genetischen und heuristischen Unterrichte unter allen Umständen möglichst anzuwenden.

Dass aus den Schülern jeder Satz durch Katechese herausgefragt werden könne, wird wohl vor der Hand der Verf. selbst nicht behaupten; enthält doch sein eignes Buch eine ziemliche Anzahl „gleich Orakelsprüchen“ ausgesprochener Sätze mit der Aufforderung, sie zu beweisen, z. B. 69, 115, 162, 166, 170, 173—176, 178; in 156—158 wird sogar ein erst im zweiten Hefte zu beweisender Satz vorausgesetzt. Zwar sind dies keine „Hauptsätze,“ aber das ganze im ersten Hefte behandelte Gebiet enthält auch nur wenige Hauptsätze und diese sind verhältnissmässig leicht zu erfinden. Wie wird der Verf. seine Aufgabe in den höheren Theilen der Pla metrie lösen?

Der Verf. hat sich eine sehr schwierige Aufgabe gestellt, der glückliche Durchführung eine bedeutende wohl ausgenutzte Lehr erfahrung voraussetzt. Insbesondere ist es bekanntlich schw Fragen, zumal negative, so zu stellen, dass jede Unbestimmth

ausgeschlossen wird, Fehler zu vermeiden, die an die berühmte Frage erinnern: Was ahnten die alten Griechen nicht?

Der Verf. erschwert sich vom ersten Anfange an die Sache dadurch, dass er Richtung und Grösse als Eigenschaften der Geraden hinstellt (dass er nicht zwischen Linie und Strecke unterscheidet). Danach lassen sich durch zwei Punkte unendlich viele Gerade legen, die zwar in der Richtung übereinstimmen, aber nicht in der Grösse. Die Frage Nr. 4 („Auf wie viel verschiedene Arten kann die Gerade durch A und B gelegt werden?") ist daher auch nicht bestimmt; denn würden es nicht „verschiedene Arten" sein, wenn man verschiedene Punkte der Linie auf A legte?

Die Frage Nr. 3 („Was bestimmt ein einzelner Punkt A, durch welchen mehrere Gerade gehen, nach der vorigen Aufgabe nicht?) ist ebenfalls unklar, sowie der grösste Theil des ersten Paragraphen.

Nr. 15 lautet: „Jede bestimmte Richtung einer Geraden nennen wir Lage. a) Welche zwei Hauptfälle sind zu unterscheiden. wenn man zwei Gerade nach ihrer Lage mit einander vergleicht? b) In welche zwei Fälle lässt sich der eine Hauptfall zerlegen? c) Stelle alle drei Fälle durch Zeichnung dar." — Soll die Heuristik kein Blendwerk sein, so muss die Frage so scharf und bestimmt sein, dass nicht nur die Frage blos eine einzige Antwort zulässt, sondern auch der Schüler, der noch nichts weiter von Geometrie gelernt hat, von vornherein jede andere Antwort als falsch verwerfen muss, ohne die berichtigende Unterstützung des Lehrers: sonst erscheint die Antwort als Orakelspruch des Lehrers. Was der Verf. unter „Lage" sich denkt, ist mir trotz der Definition völlig unklar. Nach der Def. würde das Wort „Richtung" nur übrig bleiben für die unbestimmte Richtung, aber was für ein Ding ist das? Im weiteren Verlaufe setzt der Verf. im Fragsatze das Wort „Lage" z. B. 119 (die Antwort soll sein „senkrecht," „parallel,"), im Bedingungssatze „Richtung" z. B. 24 „Zwei Gerade von verschiedener Richtung", 96 „Wenn drei Gerade so liegen, dass sie die Richtung gleich haben." — Wir geben dem Verf. zu, dass in den Definitionen „Haarspaltereien nicht am Platze" sind. Aber der Schüler muss mit jedem Worte einen klaren Begriff verbinden, auch wenn er ihn nicht zu definiren vermag. Meint der Verf. „Lage" so, wie er sie definirt, so ist eins der Wörter „Lage" und „Richtung" völlig überflüssig, meint er das, was man neuerdings auch mit „Stellung" bezeichnet, so kann er nicht von „a) convergirenden b) divergirenden Geraden" sprechen, denn diese unterscheiden kann man blos, wenn sie durch Bewegung entstehen, meint er unter Lage die Fixirung der Linie durch Punkt und Richtung, so kann bei Parallelen von „gleicher Lage" keine Rede sein; in keinem Falle aber dürfen die Linien als begrenzt gelten, nie darf, wie in Nr. 20, von „verlängern" die Rede sein.

Die Frage b) ist völlig dunkel. Spricht man von zwei Strecken, so können diese auf gar vielerlei Weise zu einander liegen. Ich vermuthe aus Nr. 19, dass der Verf. Convergenz und Divergenz meint; diese kann man aber nicht „verschiedene Fälle" nennen, da ein Convergiren ohne ein Divergiren ein Unding ist. Oder nimmt der Verf. trotz 95 und 179 unter den beiden verschiedenen Fällen „gleiche und entgegengesetzte Lage?"

Ebenfalls unklar oder unbestimmt sind z. B. Nr. 53 („Wie gross ist die Summe beliebig vieler Winkel mit gemeinschaftlichem Scheitel, welche einerseits einer Geraden liegen?"), die Fragen in 63 und 64a, 66 („Was für Nebenwinkel gehören a) zu gleichen, b) zu ungleichen Winkeln?"), 81, 90a, (Nur wer bereits geometrischen Unterricht gehabt hat, weiss, was man mit dem Ausdrucke „um einen Punkt herumliegen" zu meinen pflegt), 93a („Was für eine Linie müssen die beiden Halbirenden zusammen bilden?"), 96, 106a, 141 und 142 („Welcher Satz lässt sich aufstellen, wenn man einen gegenüberliegenden Innenwinkel mit dem Aussenwinkel vergleicht?" — Wie lange wird der gewissenhafte Schüler sich abmühen, einen [positiven] Satz herauszufinden, etwa dass der Innenwinkel halb so gross sei wie der Aussenwinkel und dergl., bis ihm der Lehrer sagt, dass sich von dem Innenwinkel nichts weiter behaupten lässt, als dass er kleiner ist als der Aussenwinkel. [Dieser Satz scheint wenigstens gemeint zu sein.] Wo bleibt die Heuristik? — Mindestens musste dem Schüler die Methode gelehrt werden, durch die man die Unmöglichkeit eines positiven Satzes darthut.)

Als Incorrectheiten seien erwähnt: (Nr. 58) „x = spitz"; soll das ein Muster sein für den Gebrauch der mathematischen Zeichen? In 68 und 147 wird das Wort Neigung gebraucht, für welches ich vergeblich eine Erklärung gesucht habe. In 106 heisst es: „Welchen Winkel muss man für a setzen, wenn das Gegenwinkelpaar ae in ein Innenwinkelpaar übergehen soll?" Das aus den Winkeln a und e bestehende Winkelpaar ae zu nennen, ist der Strenge der mathematischen Bezeichnung gewiss nicht förderlich. Auch widerstrebt dem mathematischen Gewissen, bei den Worten „für a setzen" an einen Winkel zu denken, der nicht gleich a ist. — In 126 ist unter „gleichwinkliges Dreieck" ganz richtig das gleichseitige gemeint, in 166 soll der Schüler „beweisen, dass die vier" (durch zwei Dreieckshöhen) „entstandenen Dreiecke gleichwinklig sind (soll heissen in den Winkeln übereinstimmen). Was soll der Schüler denken, wenn er sich aus 126 die Bedeutung des Wortes geme hat? Wird wohl der Verfasser späterhin zwei beliebige congrue Dreiecke gleichseitig nennen? Uebrigens wird der Schüler seiner Figur sieben Dreiecke zählen und sich wundern, dass nur v entstanden sein sollen.

An die arithmetischen Leistungen stellt der Verf. zieml

hohe Anforderungen, z. B. gleich im zweiten Paragraphen, Nr. 72. („Von zwei Nebenwinkeln ist der eine $\frac{m}{n}$ des anderen; wie gross ist jeder?") Ferner in 154 u. a. Im letzten § wird nicht wenig Combinatorik verlangt.

Uebrigens ist der behandelte Stoff gründlich und gut ausgenutzt und bietet, was besonders zu erwähnen ist, weil selten ein Buch dieses offenbare Bedürfniss befriedigt, dem Schüler schon von den ersten Anfängen an zweckmässige Uebungen durch Lehrsätze und Aufgaben, die nicht selten (z. B. 79, 156—177) so hübsch sind, dass sie in jedem Buche einen Platz finden sollten.

J. Kober.

Adam, W., (königl. Seminarlehrer zu Kyritz), Neue Methode für den Rechenunterricht der Elementarschule des Deutschen Reiches. Potsdam 1872. (127 S.)

Der in diesem Buche entwickelte Lehrgang unterscheidet sich von den in den Elementarschulen bisher üblichen durch die Einfügung der Decimalbrüche. Verf. legt diese auf das fünfte und sechste Schuljahr und verbindet sie mit dem bis Million erweiterten Zahlenkreise.

Ohne ein massgebendes Urtheil aussprechen zu wollen, möchten wir doch den Elementarlehrern die Frage zu genauerer Erwägung oder auch Erprobung empfehlen, ob nicht mit dem Aufsteigen der Zahlenkreise (bis 10, 100, 1000) gleich ein Absteigen (auf Zehntel, Hunderttel, Tausendtel) verbunden werden könnte: ich meinerseits halte dies für nicht schwieriger, als die schon in jenen Cursen übliche Anwendung der (wenn auch einfachsten) gemeinen Brüche. Die elementaren Uebungen für die Zehntel (z. B. $0{,}6 + 0{,}7$, $0{,}4 \times 4$ etc.) könnten im vorliegenden Buche recht wohl auf S. 40 und 41 vorgenommen werden. Auch zeigt das weiter unten besprochene Buch von Löhmann, dass meine Ansicht in der Elementarschule durchführbar ist.

In der Behandlung der Decimalbrüche stützt sich Verf. noch zu sehr auf die gemeinen Brüche. Das Wesen der rein dekadischen Eintheilungen, des metrischen Systems, hat seinen Vorzug darin, dass mit Brüchen (nämlich Decimalbrüchen) ganz nach denselben Gesetzen gerechnet wird, wie mit ganzen Zahlen; es darf also die Rechnung mit Decimalbrüchen die eigentliche Bruchrechnung durchaus nicht voraussetzen, sie ist nur eine Erweiterung der Ziffernreihe nach rechts. Wenn nun der Schüler, wie Gies*) (Anweisung zur

*) Gies, Anweisung etc. s. II, 354. Mauritius, dec. Rech. I, 244. D. R.

methodischen Behandlung des Rechenunterrichts S. 41f. und S. 80) und Mauritius (Decimales Rechnen S. 36ff.*) entwickeln, angewiesen und geübt worden ist, den Stellenwerth des Products oder Quotienten direct aus der Natur des Decimalsystems zu finden, so macht auch der Decimalbruch keine weitere Schwierigkeit, bringt im Gegentheil das dekadische Zahlensystem erst zu völlig klarem Verständniss. Z. B. muss der Schüler, ohne weitere Hülfsmittel, gleich wissen, dass 100 in 1 000 000 enthalten sein muss 10 000 mal, weil die Eins in Million 4 Stellen weiter links steht als in Hundert, ebenso, dass 100 000 in 1000 enthalten sein muss 0,01 mal, weil die Eins in 1000 2 Stellen weiter rechts steht als in 100 000 u. s. w. Dagegen wird durch die unbefugte Einschmuggelung der gemeinen Brüche der Charakter des dekadischen Zahlensystems in nachtheiliger Weise verwischt und der hohe Werth desselben herabgedrückt. — Demzufolge finde ich in des Verf. Werk die gemeinen Brüche auf S. 68—72 geradezu schädlich, ebenso schon die blosse Erwähnung von „Gleichnamigmachen“ und andern der Bruchrechnung entlehnten Ausdrücken. Ich glaube, man würde es allgemein für unpassend erklären, von Gleichnamigmachen, z. B. der Millionen, Tausenden und Hunderten zu sprechen, aber in dem Additionsbeispiele auf S. 65 sind die Nullen rechts genau so überflüssig, wie die Nullen an den Stellen der Zehner und Hunderte (links von der 9 über den Ziffern 6 und 7) sein würden.

Sodann finde ich zu wenig hervorgehoben — was die Erfinder des metrischen Systems durch die Benennungen mit voller Absicht ausgedrückt haben —, dass z. B. Decimeter und Centimeter nichts anderes sind als Zehntel- und Hunderttelmeter, dass es also im Geiste des Systems liegt, dass man niemals (ausser in derselben Absicht wie z. B. auf S. 52 steht 548 = 5 H. + 4 Z. + 8 E.) zu schreiben hat etwa 9 m. 6 dm. 4 cm. oder auch nur 9 m. 64 cm., sondern statt dessen sofort 9,64 m. oder 964 cm. Demnach vergibt man sich auch durch die grossen und ausführlichen Masstabellen auf S. 20—25 eines Theiles der durch das System so schön dargebotenen Vortheile. Der Lehrer braucht nur die Bedeutung der Worte *decem, centum, mille* und *deka, hekto, kilo* (wie auf S. 19) zu erklären, dann versteht sich alles Uebrige von selbst. Vereinfachung ist um so mehr am Platze, als sich in der Praxis bei uns, wie in Frankreich, nur einzelne dieser Benennungen halten werden, wie etwa Meter, Kilometer und Centimeter, Gramm, Pfund oder Kilogramm und Centner, Liter und Hektoliter, Are und Hektare.

Eine weitere Consequenz des Systems ist, dass mit abgekürten Decimalbrüchen gerechnet werden muss. Ich begreife wol

---

*) Dieses früher in dieser Zeitschrift besprochene Schriftchen möchte wir dem Herrn Verf. zu genauer Prüfung empfehlen.

dass die Elementarlehrer diese Rechnungsweise für zu gelehrt halten, und meinen, sie sei für die Volksschule zu hoch, aber dennoch tritt ihre Berechtigung so kategorisch auf, dass sich über lang oder kurz die Volksschule zu ihrer Einführung wird entschliessen müssen. Man vergleiche nur vorurtheilsfrei die kolossalen, offenbar praktisch werthlosen und nur durch illusorische Genauigkeit imponirenden Rechnungen auf S. 109 und 110 mit der Lösung derselben Aufgaben mittelst abgekürzter Decimalbrüche und bei nur so grosser Genauigkeit, wie sie das praktische Bedürfniss erfordert.

Abermals möchte ich darauf aufmerksam machen, dass die fünf Jahre lang fortgesetzten Wiederholungen bei Erweiterung der Zahlenkreise Ermüdung und Langeweile verursachen müssen, wenn nicht der Lehrer das ganze Gewicht seiner Kunst in der subjectiven Methode in die Wagschale legt.

Im Uebrigen finden wir, im Vergleich mit des Verf. früheren Werken, einen erheblichen Fortschritt. Auch das Divisionszeichen ist consequent richtig gebraucht. Statt $\frac{2}{3}$ von 18 u. s. w. wünschten wir jedoch $\frac{2}{3} \times 18$, weil die Verwechslung mit der Subtraction gar zu nahe liegt.

Die Titelworte „Elementarschule des Deutschen Reiches" scheinen mir etwas gewagt: nach meinen Erfahrungen gibt es im Deutschen Reiche Gebiete, wo man im Decimalsystem bereits weiter vorgeschritten ist.

Das Werkchen wird gewiss seine guten Dienste leisten, aber die Methode des decimalen Rechnens in der Volksschule ist damit noch nicht abgeschlossen. J. K.

Adam, W., Hundert Rechenaufgaben aus dem Gebiete der Landwirthschaft und Haushaltung. Potsdam 1872.

Das Heftchen ist in zwei Ausgaben gedruckt, deren eine mit vollständigen Berechnungen versehene" (40 S.) für Lehrer, die andere, nur einen Bogen stark, blos die Aufgaben enthaltend, für die Schüler bestimmt ist. Es enthält verwickeltere, sehr verschiedenartige Aufgaben aus dem praktischen Leben und dürfte besonders für Fortbildungschulen brauchbar sein. J. K.

Löhmann, J. H., Schreib- und Rechenmeister (Hauptlehrer) an der Knabenschule zu St. Johannis in Flensburg. Rechenhefte, nebst „Führer im Rechenunterrichte." Flensburg 1872. (3., 2., 1. Aufl.)

Das Buch ist den bessern Uebungsbüchern für Volksschulen

(Bürgerschulen) zu vergleichen, geht jedoch im letzten Hefte (IV, zweite Abth.) ziemlich tief in das kaufmännische Rechnen ein.

Die Zahlenkreise sind nicht in so pedantischer Weise behandelt, wie in den meisten ähnlichen Büchern.

Die Decimalbrüche sind schon im ersten Hefte angewendet z. B.

0,1 Meter = 4 Pfg.
1 Meter = ?
0,4 Meter = ?

1,4 Meter = ?

Oder 0,1 Meter kostet 7 Pfg., was kosten 4,6 Meter etc.

Oder 1 Meter kostet 20 Ngr., was kosten 0,8 Meter etc.

Die eigentliche Bruchrechnung — gemeine und decimale — folgt erst in der ersten Abtheilung des vierten Heftes.

Die sehr zahlreichen Aufgaben verrathen einen geübten Lehrer, der frei von dem Vorurtheile einer alleinseligmachenden Theorie die Anforderungen, die die höhere Schule an den Elementarunterricht stellt, befriedigt (z. B. „Zerlege alle Zahlen von 1 bis 200 in ihre Grundfactoren" IV. S. 9), anscheinend nicht aus Princip, sondern in der Erkenntniss, dass dieselben nicht blos der Algebra, sondern auch dem praktischen Geschäftsrechnen gute Dienste leisten.

Freilich muthet der Verf. dem Schüler bisweilen sehr viel Arbeit zu, z. B. (IV. S. 11. 95) eine Bruchaddition mit dem Generalnenner 2^3. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19.

Das sehr reiche vierte Heft ist daneben in einer kleineren, für Mädchenschulen bestimmten Ausgabe erschienen.

Die äussere Ausstattung ist ziemlich anspruchslos, der Druck zwar sehr deutlich und in den Bruchziffern nicht zu klein, sondern stets gut lesbar, aber Papier und Umschlag nicht so schön, wie man es sonst bei uns gewohnt ist.

Jedenfalls sind die Heftchen als sehr brauchbar zu bezeichnen.

J. Kober.

Heger, R. (Oberlehrer am Kreuzgymnasium zu Dresden), Elemente der analytischen Geometrie in homogenen Coordinaten mit in den Text eingedruckten Holzstichen. Braunschweig 1872, Druck und Verlag von Friedrich Vieweg & Sohn. Pr ?

Vorzugsweise Plückers Verdienst ist es, die gewöhnlichen ort gonalen Coordinatensysteme durch andere ersetzt zu haben, der Anwendung die Untersuchung von Flächen und Curven in vie Fällen wesentlich vereinfacht. Unter der unendlichen Menge v möglichen Systemen verdienen aber diejenigen beiden besonders herv

gehoben zu werden, welche sich auf ein beliebig in der Ebene angenommenes Axendreieck oder auf ein beliebig im Raume angenommenes Axentetraeder beziehen. Coordinaten eines Punktes in der Ebene nennt nämlich Plücker auch die drei Abstände x_1, x_2, x_3, welche der Punkt von den Seiten eines bestimmten, fest angenommenen Axendreiecks $A_1 A_2 A_3$ hat, und Coordinaten einer Geraden die Perpendikel u_1, u_2, u_3, welche von den Eckpunkten auf die Gerade gefällt sind. Wenn g_1, g_2, g_3 die Längen von den drei Seiten des Axendreiecks bezeichnen, h_1, h_2, h_3 die zugehörigen Höhen, γ_1, γ_2, γ_3 die Gegenwinkel und $\varDelta$ die doppelte Dreiecksfläche, so erfüllen die Plücker'schen Punktcoordinaten die einfache, leicht zu erweisende Bedingungsgleichung

$$g_1 x_1 + g_2 x_2 + g_3 x_2 = 0;$$

dagegen die Plücker'schen Geradencoordinaten genügen der Bedingungsgleichung

$$g_1^2 u_1^2 + g_2^2 u_2^2 + g_3^2 u_3^2$$
$$- 2 g_1 g_2 \cos \gamma_3 u_1 u_2 - 2 g_2 g_3 \cos \gamma_1 u_2 u_3 - 2 g_3 g_1 \cos \gamma_2 u_3 u_1 = \varDelta^2$$

Die Complicirtheit dieser Bedingungsgleichung, welche in Bezug auf die Coordinaten u_1, u_2, u_3 bis zum zweiten Grade aufsteigt, erschwert die Anwendung der Plücker'schen Geradencoordinaten ungemein und es muss als ein glücklicher Gedanke bezeichnet werden, wenn der Herr Verfasser des vorliegenden Werkes einen beliebigen festen Punkt, den sogenannten Fixpunkt, dessen Abstände von den drei Seiten des Fundamentaldreiecks beziehungsweise r_1, r_2, r_3 sind, innerhalb der Dreiecksfläche annimmt und mit den Geradencoordinaten

$$u_1 = \mathrm{u}_1 : r, \; u_1 = \mathrm{u}_2 : r, \; u_3 = \mathrm{u}_3 : r$$

rechnet, welche das Verhältniss der Plückerschen Coordinaten zu dem Abstande des Fixpunktes von den in Betracht gezogenen Geraden ausdrücken. Diese neuen Geradencoordinaten, welche füglich „Heger'sche“ genannt werden können, befriedigen immer die einfache Bedingungsgleichung

$$g_1 r_1 u_1 + g_2 r_2 u_2 + g_3 r_3 u_3 = \varDelta.$$

Die „Plücker'schen Punktcoordinaten“ und die „Heger'schen Geradencoordinaten“ haben nun die gemeinsame Eigenschaft, dass je 2 von dreien, die zusammengehören, die Lage des betreffenden Ebenengebildes in eindeutiger Weise festlegen. Jede homogene lineare Gleichung zwischen x_1, x_2, x_3 entspricht einer Geraden und jede homogene lineare Gleichung zwischen u_1, u_2, u_3 einem Punkte; jede Curve von der $n$ten Ordnung oder von der $n$ten Classe wird durch eine homogene Gleichung $n$ten Grades zwischen x_1, x_2, x_3 oder zwischen u_1, u_2, u_3 dargestellt.

In der analytischen Geometrie des Raumes tritt an Stelle des

Axendreiecks ein Axentetraeder: die Coordinaten x_1, x_2, x_3, x_4 sind die Abstände eines beliebigen Punktes P von der das Axentetraeder begrenzenden Ebene, dagegen die Coordinaten u_1, u_2, u_3, u_4 geben die Exponenten der Verhältnisse an, welche zwischen den Abständen der vier Eckpunkte des Tetraeders von der zu bestimmenden Ebene und zwischen dem Abstande eines willkürlich gewählten Fixpunktes von dieser Ebene statthaben. Die erstgenannten Coordinaten erfüllen die Bedingungsgleichung

$$g_1 x_1 + g_2 x_2 + g_3 x_3 + g_4 x_4 = \Delta,$$

wo g_1, g_2, g_3, g_4 die Flächengrössen der vier das Tetraeder begrenzenden Dreiecke und Δ die dreifache Tetraederfläche ausdrückt, dagegen die letztgenannten Coordinaten befriedigen die Bedingungsgleichung:

$$g^3 r_1 u_1 + g_2 r_2 u_2 + g_3 r_3 u_3 + g_4 r_4 u_4 = \Delta.$$

Ferner stellt jede homogene lineare Gleichung zwischen x_1, x_2, x_3, x_4, eine Ebene und jede homogene lineare Gleichung zwischen u_1, u_2, u_3, u_4 einen Punkt dar; jede homogene Gleichung aber, deren Grad höher ist, charakterisirt entweder eine Fläche $n$ter Ordnung oder eine Fläche $n$ter Classe.

Wie auf Grundlage der beiden auseinander gesetzten Coordinatensysteme die Elemente der analytischen Geometrie entwickelt sind, erhellt am besten aus der Inhaltsangabe:

Analytische Geometrie der Ebene.

Analytische Geometrie des Raumes.

Collineation von Punktgeraden, Strahlenbüscheln und Ebenenbüscheln.

Collineation von Ebenen und Ebenenbüscheln.

Collineation von Räumen.

Die Darstellung ist bündig und klar: mit Hülfe der einfachsten Sätze aus der Theorie der Determinanten werden für solche Studirende, welche eine Elementarvorlesung über analytische Geometrie und Differentialrechnung gehört haben, die grundlegenden Sätze, auf welchen die synthetische Geometrie beruht, streng und kurz analytisch bewiesen und dadurch eine höchst angemessene Vorbereitung für das Studium der sogenannten neueren Geometrie gegeben.

Unverkennbar zeigen diese Entwickelungen in homogenen Coordinaten „eine geometrische Anschaulichkeit, welche der Anschaulichkeit der durch dieselben repräsentirten Gebilde nahe kommt und sich noch mit allen Vorzügen vereint, die in der Anwendung analytischer Schlüsse liegen.“ Namentlich wird dadurch, dass jede Gleichung zwischen drei oder vier homogenen Variabeln, je nachdem die Variabeln als Punkt- oder Geradencoordinaten aufgefasst werden, eine doppelte Deutung zulässt, eine reichlich fliessende Beweisquelle und Verknüpfungsmethode geometrischer Sätze erschlossen. Erhebliche Rechnungen erfordert der Beweis nur von wenigen Sätzen: freilich sind solche auch, wo sie nöthig sind, nicht immer ausgeführt. Man vergleiche nur die seiner Zeit als classisch geltende Darstellung der Verwandtschaftsverhältnisse bei Magnus (in dessen Aufgabensammlung zur analytischen Geometrie) und wird dann gewiss den bedeutenden Fortschritt würdigen, der in der Begründung dieser Theorien durch Herbeiziehung homogener Coordinaten gemacht ist. Das Verdienst den nach dieser Seite vorhandenen Stoff gesammelt, gesichtet und erheblich erweitert zu haben, kann dem vorliegenden Werke kein Unbefangener absprechen. Um so mehr bleibt es zu bedauern, dass es eigentlich nur die Theorie enthält und weder Anwendungen noch Beispiele gibt. Ein für Studirende geschriebenes Werk sollte immer mit einem angemessenen Uebungsmateriale versehen sein und wie solches einzurichten sei, zeigen ja Salmons analytisch-geometrische Werke in mustergiltiger Weise.

Druckfehler finden sich viele vor, unter denen manche nicht störend sind und wohl weniger dem Setzer als einem lapsus calami zuzuschreiben sein dürften: die Menge derselben ist auffallender Weise nur in den ersten Bogen beträchtlich und nimmt nachher sehr ab. Im Zusammenhange hiermit, wie es scheint, geben gerade die ersten Partien zu mannigfaltigen Aussetzungen Anlass nicht blos rücksichtlich der Form, sondern zum Theil auch rücksichtlich der Beweisführung: die darauf folgenden Entwickelungen zeigen sich von derartigen Nachlässigkeiten völlig frei.

Von Druckfehlern, die in das betreffende Verzeichniss nicht aufgenommen sind, mögen nur folgende angemerkt werden:

S. 8 ungefähr Mitte steht zweimal μ'' für μ.

S. 9 $\begin{Bmatrix} a_1' & a_2' & a_3' \\ a_1'' & a_2'' & a_3'' \\ a_1''' & a_2''' & a_3''' \end{Bmatrix} = 0$, muss heissen $\gtrless 0$

S. 8 Zeile 10 von unten: $A_1\ A_2\ A_3$ für $P'\ P''\ P'''$

S. 17 Zeile 13 von oben: Coordinaten statt Coordinate

S. 18 Zeile 5 von unten: derselbe Druckfehler

S. 21 Zeile 1 von oben: vr' statt vu'

S. 27 Zeile 8 von unten: Seiten statt Punkte

S. 30 Zeile 18 von oben: bcd statt abc

S. 32 Zeile 13 von unten: v statt μ u. dergl. mehr.

Gleich im Anfange werden die Transformationsformeln

$$x_1 = \frac{1 - a_1 x - b_1 y}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}},$$

$$x_2 = \frac{1 - a_2 x - b_2 y}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}},$$

$$x_3 = \frac{1 - a_3 x - b_3 y}{\sqrt{a_3^2 + b_3^2}},$$

wo die Zähler rechter Hand gleich Null gesetzt die Gleichungen der Seiten des Axendreieckes in gewöhnlichen orthogonalen Coordinaten sind, entwickelt und es wird darauf gesagt, dass die Lösung derselben nach 1 gehörig reducirt sich mit der Bedingungsgleichung $g_1 x_1 + g_2 x_2 + g_3 x_3 = \varDelta$ identisch erweise. Diese Reduction ohne jedwede Anleitung vorzunehmen dürfte doch manchem Anfänger zu viel Zeit rauben. Die betreffende Bedingungsgleichung, welche ausdrückt, dass die obigen Gleichungen für x und y gleichzeitig Bestand ha[illegible] ist identisch mit der Determinantengleichung

$$\begin{vmatrix} 1 - x_1\sqrt{a_1^2 + b_1^2} & a_1 & b_1 \\ 1 - x_2\sqrt{a_2^2 + b_2^2} & a_2 & b_2 \\ 1 - x_3\sqrt{a_3^2 + b_3^2} & a_3 & b_3 \end{vmatrix} = 0 \text{ oder } \delta = \begin{vmatrix} 1 & a_1 & b_1 \\ 1 & a_2 & b_2 \\ 1 & a_3 & b_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1\sqrt{a_1^2 + b_1^2} & a_1 \\ x_2\sqrt{a_2^2 + b_2^2} & a_2 \\ x_3\sqrt{a_3^2 + b_3^2} & a \end{vmatrix}$$

Um dieselben zu vereinfachen, berechne man aus den Gleichungen der Seiten des Fundamentaldreieckes in orthogonalen Coordinaten die drei Höhen desselben, wodurch sich

$$h_1\ (a_2\, b_3 - a_3\, b_2)\ \sqrt{a_1^2 + b_1^2} = \delta,$$
$$h_2\ (a_3\, b_1 - a_1\, b_3)\ \sqrt{a_2^2 + b_2^2} = \delta,$$
$$h_3\ (a_1\, b_2 - a_2\, b_1)\ \sqrt{a_3^2 + b_3^2} = \delta$$

ergibt und setze die Werthe für $\sqrt{a_1^2 + b_1^2}$, $\sqrt{a_2^2 + b_2^2}$, $\sqrt{a_3^2 + b_3^2}$ ein. Die Bedingungsgleichung wird dadurch auf beiden Seiten durch δ theilbar und kommt nach vollzogener Division auf die Form

$$\frac{x_1}{h_1} + \frac{x_2}{h_2} + \frac{x_3}{h_3} = 1,$$

welche mit der Bedingungsgleichung $g_1\, x_1 + g_2\, x_2 + g_3\, x_3 = \Delta$ einerlei ist.

Ganz dieselbe Bemerkung gilt in Bezug auf die Transformationsgleichungen für Geradencoordinaten (S. 4 Ende): dieselben können nur zusammen bestehen, wenn eine Bedingungsgleichung erfüllt wird, welche durch ähnliche Reductionen die Form $g_1\, r_1\, u_1 + g_2\, r_2\, u_2 + g_3\, r_3\, u_3 = \Delta$ erhält.

Die Sätze Betreffs der unendlich fernen Gebilde — Punkt, Gerade, Ebene — sind nicht mit der erforderlichen Strenge bewiesen. Da der Gang in allen diesen Beweisen übereinstimmt, so genügt es, den ersten derselben (S. 9 Lehrsatz 7) näher ins Auge zu fassen. Der betreffende Lehrsatz lautet:

„Bei dieser homogenen Coordinatenbestimmung gibt es eine und nur eine homogene lineare Function, deren zugehörige Variabelnsysteme sämmtlich unendlich grosse Werthe erhalten. Man hat also für Rechmünzen mit homogenen Dreieckscoordinaten anzunehmen, dass es eine und nur eine Gerade gibt, deren Punkte sämmtlich unendlich fern sind."

Der Beweis zeigt folgende Fassung.

„Sei, um dieses zu beweisen,

$$T \equiv a_1\, x_1 + a_2\, x_2 + a_3\, x_3 = 0$$

die Gleichung einer beliebigen Geraden,

$$T\infty \equiv A_1\, x_1 + A_2\, x_2 + A_3\, x_3 = 0$$

die Gleichung einer Geraden mit lauter unendlich fernen Punkten, so muss das System

$$\begin{aligned} a_1\, x_1 + a_2\, x_2 + a_3\, x_3 &= 0 \\ A_1\, x_1 + A_2\, x_2 + A_3\, x_3 &= 0 \\ g_1\, x_1 + g_2\, x_2 + g_3\, x_3 &= \Delta \end{aligned}$$

für beliebige Werthe von a_1, a_2, a_3 unendlich grosse Lösungen geben."

„Die nothwendige und ausreichende Bedingung hierfür ist

$$A_1 : A_2 : A_3 = g_1 : g_2 : g_3, \text{ q. e. d.}$$

Die Gleichung der unendlich fernen Geraden ist demnach

$$T\infty \equiv g_1 x_1 + g_2 x_2 + g_3 x_3 = 0.“$$

Hier liegen eine ganze Reihe unbegründeter Annahmen vor. Erstens wird die Existenz der unendlich entfernten Geraden vorausgesetzt, zweitens wird der Satz, der von allen in endlicher Entfernung befindlichen Geraden allerdings gilt, dass ihre Gleichung die Annullation einer homogenen linearen Function ausdrücke, ohne Weiteres auch auf die unendlich entfernte Gerade ausgedehnt. Drittens endlich wird angenommen, dass die unendlich ferne Gerade alle unendlich entfernten Punkte einer Ebene befasse: denn nur durch diese Annahme erscheint es gerechtfertigt, dass ein gemeinsamer Punkt zwischen den unendlich fernen Geraden und der beliebig angenommenen, in endlicher Entfernung befindlichen Geraden zugelassen wird.

Die Gleichung eines Punktes in homogenen Geradencoordinaten wird (S. 10 und 11) abgeleitet, indem die Kenntniss von gewöhnlichen orthogonalen Geradencoordinaten vorausgesetzt wird. Referent glaubt nicht, dass die üblichen Anfangsvorlesungen über analytische Geometrie diese Kenntniss geben.

S. 18 hätte es gesagt werden sollen, dass das primitive und das transformirte System sich auf einen und denselben Fixpunkt beziehen.

Die Herleitungen der Gleichung einer Tangente (S. 39), der Gleichung des Tangentialpunktes in einer Tangente, der Gleichung einer Tangentialebene (S. 109 und 110), endlich der Gleichung des Tangentialpunktes in einer Tangentialebene (S. 111) sind freilich sehr elegant, erscheinen aber doch allzu gekünstelt.

Mängel des Ausdrucks kommen hin und wieder vor. So soll (S. 17 gegen Ende) eine Gleichung einen von Null verschiedenen Werth erhalten — hat denn eine Gleichung überhaupt einen Werth? Eine andere Nachlässigkeit findet sich S. 25 im Anfange, wo die Satzverbindung fehlt.

Ferner S. 26 wird angeknüpft mit: „Hieraus ergibt sich.“ Das, woraus es sich ergibt, ist aber nicht das unmittelbar Vorhergehende, sondern muss mit einiger Anstrengung aus dem, was weiter zurück im Anfange des Beweises gesagt ist, entziffert werden. Um die nöthige Klarheit herzustellen könnte man etwa setzen: „F[illegible] aber ist in Folge der Werthe, welche A, B, C, D haben.“

Mit einer ähnlichen kurzen Schlusswendung („hieraus folgen [illegible] Werthe“) wird der Beweis (im Anfange von S. 28) zu Ende [illegible] bracht. Auch hier ist die Correctur dieselbe wie vorhin: nur ist [illegible] bemerken, dass man zur Herstellung der Werthe von A, B, C, [illegible]

nicht den Definitionswerth der Grösse A (S. 16), sondern den aus der vorhergehenden Formel

$$r = \frac{a_1 r_1 + a_2 r_2 + a_3 r_3}{A}$$

sich ergebenden Werth dieser Grösse zu benutzen hat.

Uebrigens kann Referent zum Schlusse nicht umhin, nochmals seiner Ueberzeugung Ausdruck zu geben, dass das Werk, dessen äussere Ausstattung durch die rühmlichst bekannte Verlagshandlung nichts zu wünschen übrig lässt, nicht minder durch seinen inneren Werth sich empfiehlt und eine ebenso interessante wie fördernde Vorstudie für die neuere synthetische Geometrie bildet.

Gumbinnen. Dr. Schwarz.

---

1. Koppe, Karl, Prof. Die mathematische Geographie und die Lehre vom Weltgebäude für den Unterricht in höheren Schulen, so wie auch zur Selbstbelehrung. Mit 45 Holzschnitten und einer Sternkarte. Essen, 1872. G. D. Baedecker. 8. VIII. u. 120 S. Pr. 20 Sgr.
2. Benthin, J., phil. Dr. Lehrbuch der Sternkunde in entwickelnder Stufenfolge. Zum Gebrauche für Gymnasien, Real- und höhere Töchterschulen, so wie zum Selbstunterricht. Unter Mitwirkung und mit einem Vorworte von Prof. Dr. C. Bruhns, Director der Sternwarte in Leipzig. Mit 147 Holzschnitten und 6 Sternkarten. Leipzig, 1872. Ernst Fleischer (C. A. Schulze.) gr. 8. XVIII. u. 426 S. Pr. 3 Thlr. 6 Sgr.

Wie der Titel der beiden Werke zeigt, behandeln sie nicht blos den gleichen Gegenstand, sondern behandeln ihn — den Intentionen der Herren Verfasser gemäss — für eine gleiche Stufe. Aber so verschieden sie an Seitenzahl, so verschieden sie im Preise und typographischer Ausstattung sind, noch weit mehr sind sie es an innerem Werthe. Muthet uns das zweite wieder einmal, gleich Diesterwegs astronomischer Geographie, wie eine bahnbrechende Arbeit an, können wir das erste nur in die Kategorie der vielen mathematischen Geographieen setzen, die für Verbreitung richtiger Ansichten über die Vorgänge am Himmel so wenig fruchtbringend waren; ja es nimmt selbst unter diesen nicht einmal eine hervorragende Stelle ein. Das Nachfolgende mag unser Urtheil begründen, welches ganz conform den Anschauungen ist, die wir wiederholt in diesen Blättern ausgesprochen haben. Zur Vervollständigung des Nachfolgenden wolle der geneigte Leser unsere früheren Artikel durchblicken. (Jahrg. I. S. 425 ff., Jahrg. II. 239 ff., 505 ff., 530 ff.)

I.

„Für einen fruchtbringenden Unterricht in der mathematischen Geographie ist die Benutzung zweier Hilfsmittel unerlässlich. Das

eine derselben ist der gestirnte Himmel . . . ." „So wie die Beobachtungen der Fixsterne den Boden gebildet haben, welchem diejenigen Kenntnisse, die den Inbegriff der mathematischen Geographie ausmachen, entsprossen sind, so wie diese Beobachtungen insbesondere die Grundlage unseres Wissens von der Axendrehung der Erde bilden und ohne dieselben uns die Kenntniss von dem jährlichen Umlaufe der Erde um die Sonne wahrscheinlich auch jetzt noch abgehen würde, so werden auch die Schüler eine klare und verständige Auffassung der Erscheinungen . . . . . . nur nach vorangegangener Anschauung des verschiedenen Standes gewinnen, welchen . . . . . . die Fixsterne . . . . . . uns zeigen." „Wie wenig die bei dem ersten Unterrichte in der mathematischen Geographie gewöhnlich befolgte Methode, welche sich, statt die Schüler zum eigenen Beobachten anzuleiten, die Aufgabe dahinstellt, nicht beobachtete Erscheinungen zu erklären, zum Ziele führt, dafür möge es dem Verfasser gestattet sein, aus den eigenen Erfahrungen einige Belege anzuführen."

Nach diesen der Vorrede entnommenen Worten — wer wollte sie nicht unbedingt unterschreiben? — hofften wir, hier einem Lehrgang der mathematischen Geographie zu begegnen, der den richtigen Principien der Didaktik einerseits und der Geschichte dieser Wissenschaft anderseits folgend, den Leser zur Beobachtung der Erscheinungen anleitet und so veranlasst, dass sich ihm (dem Leser) auf inductivem Wege die richtige Ansicht über den Weltenbau durch eigenes Denken eröffne. Wie sehr wurden wir gleich durch die ersten Zeilen des ersten Abschnitts enttäuscht! Wir müssen uns zur Rechtfertigung unseres Urtheils, das nicht abfällig genug ausfallen kann, und um des grellen Contrastes willen zwischen Vorrede und Buch erlauben, auch diese ersten Zeilen wörtlich anzuführen. Nachdem der Herr Verf. in einer Einleitung von vier Seiten in drei Paragraphen die Begriffe: Gesichtswinkel, Ellipse, Kugel, und namentlich den letzten sehr flüchtig berührt, kommt er S. 6 zum „ersten Abschnitt," der also beginnt: §. 4. Die Gestalt der Erde. Die Erde hat nahezu die Gestalt einer Kugel. Beweise für die kugelförmige Gestalt der Erde sind: 1) die Erscheinung, dass auch von der Spitze der höchsten Berge aus die Begrenzung des Horizonts allemal kreisförmig erscheint; 2) die Erfahrung, dass von sich nähernden Schiffen an der Küste zuerst die Spitzen der Masten und bei stärkerer Annäherung auch die weniger hoch gelegenen Theile erblickt werden; 3) die runde Gestalt des Schattens der Erde bei Mondfinsternissen, welche sich immer in derselben Weise zeigt, was nicht der Fall sein könnte, wenn die Erde wesentlich von der Kugelgestalt abwiche; 4) Reisen um die Erde; 5) Gradmessungen, denen weiter unten (§. 20) ausführlicher gehandelt werden w Diese haben jedoch ergeben, dass die Erde keine vollkommene Ku sondern, wie man sagt, an den Polen abgeplattet ist. Die Axe Erde ist nämlich um $^1/_{300}$ kleiner als der Durchmesser des Aeq tors . . . ." Das also ist die gepriesene neue Methode, das der V

„die Schüler zum eigenen Beobachten anzuleiten!" In welchem Lehrgang der mathematischen Geographie selbst jener Werke, wo sie nur einen Abschnitt der allgemeinen Geographie bildet, wäre die Kugelgestalt der Erde schlechter, in mehr dogmatischer Form vorgetragen worden? Also nach Durchlesung von 19 Zeilen ist der Leser, der sich des Buches bedient, schon in den Stand gesetzt, die Abplattung der Erde zu begreifen? Wir glauben, mit dieser halben Druckseite ist das Werk genügend charakterisirt und gerichtet. Gehen wir jedoch noch etwas weiter! Im nächsten Paragraphen (Axendrehung der Erde) hören wir in 20 Zeilen, dass die täglichen Erscheinungen über dem Gesichtskreise sich durch eine Axendrehung der Himmelskugel in der Richtung von Ost nach West oder besser wegen der grossen Unwahrscheinlichkeit dieser Annahme (welche Unwahrscheinlichkeit jedoch der Herr Verf. nachzuweisen unterlässt) durch eine Axendrehung der Erde in entgegengesetzter Richtung erklären lassen. Hierauf heisst es weiter: Andere Gründe für die Axendrehung der Erde sind 2) die abgeplattete Gestalt derselben .... 3) die Aehnlichkeit mit den Planeten .... 4) der von Foucault zuerst angestellte Pendelversuch ...." Nur immer herein, meine Herren! Geschwindigkeit ist keine Zauberei! Geht alles mit natürlichen Dingen zu! Kostet nur 20 Sgr.

Nur mit Widerstreben setzen wir die weitere Besprechung fort, doch halten wir uns für entschuldigt, wenn wir meist nur die Titel der Abschnitte und Paragraphen anführen, deren Aufeinanderfolge schon genügend beweist, wie sehr hier gegen alle gesunde Didaktik gefrevelt worden. §. 6. „Von Punkten und Kreisen auf der Erdkugel", §. 7. „Von Punkten und Kreisen am Himmel" (umgekehrt wäre wohl natürlicher) und §. 8. „Von der Rectascension und Declination" lehren die Bestimmung der Lage eines Ortes auf der Erde und am Himmel, wobei das Passage-Instrument angeführt wird und §. 9 „die atmosphärische Strahlenbrechung" den Abschnitt schliesst.

Der zweite Abschnitt führt die Ueberschrift „die Erde und die Sonne." Hier wird wenigstens insofern ein naturgemässer Gang eingehalten, als der scheinbare Lauf der Sonne (im §. 10.) im Verlaufe eines Jahres besprochen wird, wenn auch selbst hier überall Dinge zur Sprache kommen, welche die dogmatische Fassung des ganzen Buches nicht vergessen lassen. Der Abschnitt bespricht in der hier angeführten Reihenfolge: Scheinbare Bewegung der Sonne, Länge und Breite am Himmel, jährliche Bewegung der Erde, jährliche Parallaxe der Fixsterne, Aberration des Lichtes, Präcession der Nachtgleichen, Jahreszeiten (merkwürdiger Weise erst hier!), Gestalt der Erdbahn, das Jahr, die Zeitgleichung, geographische Ortsbestimmungen, tägliche Parallaxe, die Sonne.

Der dritte Abschnitt erst beschäftigt sich mit dem Monde und den Finsternissen, so dass Erscheinungen wie die Mondphasen, wie das tägliche Zurückrücken des Mondes, die so auffallend sind, dass sie bei einer guten Anleitung zur Himmelsbeobachtung nicht unbeach-

tet bleiben können, erst vorgeführt werden, nachdem viele, die eine weit grössere Aufmerksamkeit erheischen (Parallaxe, Aberration, Präcession u. s. w.) vorangegangen sind. — Die beiden folgenden Abschnitte: „das Sonnensystem" und „das Weltall" sind in gleichem Geiste gehalten, wie ihre Vorgänger; wir hätten jedoch gegen dieselben weniger einzuwenden, da sie Materien enthalten, welche sich nicht mehr ohne eigentlich astronomische Studien zur Auschauung bringen lassen, hätte der Verfasser durch eine richtige Behandlung des vorhergehenden Stoffes vorgesorgt, dass der Leser sich mit Hilfe seiner Einbildungskraft hineindenken, sich gewissermassen durch eine geistige Anschauung die sinnliche ersetzen könne. So aber wie hier die mathematische Geographie behandelt wird, kann sie trotz aller Protestation des Herrn Verfassers nur zu einem mechanischen Memoriren führen.

Zum Schlusse gibt der Herr Verfasser eine Druckseite betitelt „guter Rath an den Leser," worin er ihn auffordert, die Erscheinungen vom Standpunkte des Tychonischen Systems zu betrachten, und endlich eine Anweisung, mit Hilfe der beigegebenen Sternkarte einige Sternbilder aufzusuchen. Beides kommt jedenfalls post festum; was aber das erstere anlangt, so wird jeder rationelle Lehrer sich dagegen erklären müssen. An die Erscheinungen muss man vielmehr ohne jede vorgefasste Meinung, ohne Voraussetzung irgend eines Systems herantreten.

II.

Wie wenn man aus dumpfer gedrückter Stubenluft in die freie Natur tritt, so muthet einem nach Durchsicht des Koppe'schen Buches die Sternkunde Benthins an. Wir brauchen vorsätzlich dieses Bild; denn Benthins Sternkunde ist Rückkehr zur Natur und natürlichen Behandlung. Constatiren wir von vornherein, dass der Lehrgang zwar nicht ganz in der Ausführung dem entspricht, was wir an den oben angeführten Stellen in diesen Blättern erörtert haben, — dass und warum wir auch jetzt noch unsern dort angedeuteten Weg als den natürlich gebotenen halten, wollen wir zum Schlusse dieser Besprechung ausführen — aber die Principien, nach welchen sich der Lehrgang aufbaut, sind die natürlichen, sind dieselben, welche wir vertheidigen, und nur in mehr oder weniger nebensächlichen Punkten der Anordnung derselben liegt ein Unterschied. — Deuten wir zunächst den Gang an.

Das Buch gliedert sich in drei Abschnitte. Der erste führt die Ueberschrift: Beobachtung der Erscheinungen und deren Beziehung zur Gestalt und Grösse der Erde. In dem ersten Capitel die Abschnittes werden die Erscheinungen über dem Gesichtskreise m der nöthigen Umsicht und Ausführlichkeit geschildert oder vielme zur Beobachtung derselben angeleitet und aufgefordert. Es ergeb sich hiebei auf natürliche Weise die drei Arten der Ortsbestimmung am Himmel, nämlich die im Bezug auf Horizont, Aequator u

Ekliptik. Das Capitel, das 47 Seiten lang ist und auch die Erscheinung der Präcession und Nutation aufnimmt, schliesst mit einer übersichtlichen Zusammenstellung der drei Arten Ortsbestimmungen. — Das zweite Capitel „Zeitbestimmungen am Himmel" entwickelt auf 12 Seiten die Begriffe: Sternzeit, Sonnenzeit (wahre und mittlere), behandelt Gnomon und Sonnenuhr, siderisches und tropisches Jahr und schliesst ebenfalls mit einem Rückblick. — Der Inhalt des dritten Capitels ergibt sich aus dem Titel „Gestalt und Grösse der Erde" von selbst und schliesst mit einem „Rückblick auf die Anschauungen von der Erde" (sollte wohl heissen: „über die Gestalt der Erde") mit den Worten:

„Ein Blick auf die Erde zeigt sie als Scheibe
aufmerksame Beobachtung des Himmels als Kugel
denkendes Wissen und Rechnen als Ellipsoid."

Das vierte Capitel, 28 Seiten, „Entfernung, Grösse und Lauf der Wandelsterne" entwickelt zunächst den Begriff Parallaxe, lehrt die Entfernung des Mondes und der Sonne finden, behandelt den Lauf und die Phasen des Mondes, den Lauf der Planeten, alles natürlich so wie es sich dem Beobachter darstellt, also den scheinbaren Lauf, wobei die Sonne noch als Wandelstern angesehen wird, und bespricht, was sich hieran knüpft (Sonnen- und Mondfinsternisse u. s. w.). Das Capitel und mit ihm der erste Abschnitt schliesst mit einer „Vergleichung der Resultate der Beobachtungen."

Der zweite Abschnitt (154 S.) umfasst: „Erklärung der Himmelserscheinungen in historischer Entwicklung der systematischen Darstellung und Begründung der Bewegungen." Es würde zu weit führen, wollten wir dem Inhalte dieses (sowie des dritten, letzten) Abschnittes ausführlich von Capitel zu Capitel folgen; er sei also nur kurz angedeutet. Auf Grundlage der im ersten Abschnitt gesammelten Anschauungen wird nun eine Erklärung gesucht und diese zunächst im Ptolomäischen System gefunden. Die Einführung des excentrischen Kreises und der Epicikeln erklärt die Art der Bewegung, jedoch nicht den Umstand, dass die innern Planeten zwei Conjuuctionen und keine Opposition, die äussern dagegen eine Conjunction und eine Opposition haben. Das Aegyptische System, das Merkur und Venus als Trabanten der Sonne ansieht, behebt diesen Widerspruch. Stimmt nun auch im Allgemeinen die Art der Bewegung, so kann doch der Ort des Planeten nach diesem Systeme nicht berechnet werden d. h. die Grösse, das Maass der Bewegung stimmt nicht. Dies und andere Unwahrscheinlichkeiten führen uns zum Kopernikanischen System. So sehr nun auch durch dieses System Klarheit und Einfachheit in die Bewegungserscheinungen kommt, stimmen doch auch hier die Erscheinungen ihrem Maasse nach nicht und so gelangen wir zu Keppler und zu seinen drei Gesetzen (oder Regeln, wie sie der Verfasser treffend nennt), wodurch wir endlich das Ziel erreicht haben, dass Rechnung und Beobachtung im Einklang sind. Aber die Kepplerschen Gesetze sind blosse Regeln,

aus Beobachtungen abstrahirt. Dass diese Regeln Folge von Naturkräften oder vielmehr Folge einer Naturkraft sind, das zeigt Newton und mit ihm (und seinen Nachfolgern) stehen wir auf der Höhe der heutigen Anschauungen über die Vorgänge im Weltenraume und deren Ursachen. Das Resultat des ganzen zweiten Abschnittes zieht der Verfasser am Schlusse desselben mit den Worten: „So sehen wir denn, wie die Himmelsforschung alle diejenigen Stadien durchlaufen hat, welche das menschliche Urtheilsvermögen der menschlichen Natur und Entwicklung gemäss durchlaufen muss, indem es von der rein äusserlichen Anschauung ausgehend, zu Vergleichungen gelangt, die ihm gesetzmässige Begründungen in dem Verlaufe der Erscheinungen darstellen, welche es dann an möglichst vielen Beispielen einer Prüfung unterwirft, bis eine hinreichende Bekräftigung der Ueberzeugung erlangt ist. — Diese vier Stadien zeigen sich in der Entwicklung der Astronomie mit der Entwicklung von gleichfalls vier verschiedenen Formen wissenschaftlicher Forschung (wissenschaftliche Disciplin) begleitet und zwar in derselben Reihenfolge, welche sich in den vier Capiteln des hiermit beendeten Abschnitts darstellt, nämlich:

„Die Anschauung von der Geometrie,
„die Vergleichung von der Arithmetik
„die Begründung von der Mechanik
„die Bekräftigung von der Physik."

Der Inhalt des dritten Abschnittes (136 S.): „Beschreibung der Sternenwelten in vergleichender Darlegung der Kenntnisse über Erdball und Mond, Sonnenwelt und Fixsternwelten" ergibt sich aus seiner Aufschrift und es sei also nur bemerkt, dass auch dieser Abschnitt sich vielfach durch originelle Behandlung, durch Klarheit der Darstellung sehr vortheilhaft auszeichnet und dass alle Forschungen der Neuzeit gehörige Beachtung finden.

Es sei uns nun gestattet, von einigen minder wesentlichen Punkten abgesehen, zwei Momente hervorzuheben, in denen wir einen in methodischer Beziehung etwas geänderten Gang wünschten. Im ersten Capitel des ersten Abschnitts wird der (scheinbare) Lauf der Sonne vorgeführt und zwar aus Rectascension und Declination derselben erschlossen. Dazu wird eine Tafel dieser Coordinaten (für das Jahr 1870) gegeben. Diess setzt jedoch eine (wenn auch mit ganz einfachen Holz-Instrumenten) ausgeführte längere Beobachtungsreihe voraus. Von einem Tag auf den andern merkt das unbewaffnete Auge keine Aenderung der Stellung der Sonne. Durch das Auftragen der Sonnenorte auf einen Globus mit Hilfe der gegebenen Tafel, wie der Verfasser wünscht, erhält man keine mittelbare Anschauung. Wir halten es für zweckentsprechend, zuerst den Lauf des Mondes zu verfolgen, der ja im Rohen die Sonnenbahn auch repräsentiren kann und bei dem wenige aufeinanderfolgende Tage genügen, um eine klare Anschauung der Aenderung der Rectascension und Declination zu geben. Selbst der Begriff der

verschiedenen Tagesmaasse (von Culmination zu Culmination) wird fasslicher beim Monde als bei der Sonne, da ja der Mondtag um ungefähr 12 Minuten länger als der Sterntag ist. Alles ergibt sich dann bei der Sonne leichter. Ein Verstoss gegen den historischen Gang liegt darin auch nicht, da gewiss, wie der Mondkalender beweist, die Bewegung des Mondes, der eine unmittelbare Vergleichung seiner Stellungen zu den Fixsternen zulässt, im Rohen früher erkannt wurde, als die der Sonne.

Ein Zweites bezieht sich auf den Uebergang zum Kopernikanischen System. Es ist gewiss nicht daran zu zweifeln, dass sobald jemand von der Rotation der Erde überzeugt ist, er auch zur Annahme der jährlichen Bewegung der Erde um die Sonne gedrängt wird, ja wahrscheinlich haben die verwickelten Planetenbewegungen eher als das Verhältniss von Sonne und Erde selbst die Ansicht vom Stillstand der Erde erschüttert. Aber psychologisch ist es gewiss gerechtfertigt, wenn man annimmt, im Geiste eines jeden, der über die Erscheinungen nachgedacht, sei der Gedanke, die Erde rotire, zuerst aufgetaucht und hierauf erst als zweiter der von der jährlichen Bewegung der Erde. Hiezu kommt ein Zweites. Es muss dahin kommen, dass man von jedem, der sich auch nur das niedrigste Mass von Schulbildung aneignet, klare Anschauungen über das Verhältniss von Erde und Sonne verlange. Es ist diess durchaus nicht eine übertriebene Forderung; man streiche nur das grosse Mass von unfruchtbarem Wortwissen und unterrichte rationell und das Ziel wird mit Leichtigkeit erreicht. Dass jedoch selbst ein jeder „Gebildete“ auch in Bezug auf Planeten u. s. w. eigene Anschauungen habe, ist wohl wünschenswerth, aber (man denke nur an Kurzsichtige) nicht durchaus zu beanspruchen. Man muss also einen Weg einschlagen, der das Kopernikanische System in Bezug auf Sonne, Erde und Mond überzeugend darlegt, ohne die Planeten und ihren Lauf zu benützen. Es ist dies durchaus nicht ein Abgehen von dem richtigen historischen Princip. Dieses besteht nicht darin, dass alles so durchgegangen werde, wie es sich historisch entwickelt. Man steige denselben Weg, aber den durch die Vorgänger geebneten, und lasse die Winkelzüge, die der erste Bergsteiger nothgedrungen machen musste, bei Seite. Der Uebergang vom Ptolomäischen zum Kopernikanischen System wäre nach unserer Ansicht so einzuleiten. Nach einer übersichtlichen Recapitulation der Erscheinungen am Himmel im Verlaufe eines Jahres werde bemerkt, es liege, so lange man sich vorstellt, die Himmelskugel sei eine Krystallkugel, an der die verschiedenen Gestirne angeheftet sind oder in bestimmten Bahnen laufen, in den Erscheinungen nichts Widersprechendes. Ist dies der Fall? Nein! der bei uns weniger, in Italien tiefer blaue Himmel ist nichts als eine optische Erscheinung gleich dem Regenbogen, und dass Sonne und Mond wenigstens sich nicht an ihm befinden, sondern uns viel näher als die Fixsterne stehn, wissen wir, ebenso wie dass die Entfernung des Mondes viel

geringer sei als die der Sonne. In 24 Stunden dreht sich also *nicht eine Kugel, sondern ein Heer von Körpern, die von einander unabhängig sind*, bewegt sich wahrscheinlich in sehr verschiedenen Fernen, was von Zweien (Sonne und Mond) wenigstens gewiss ist, so um eine (ideale) Axe, als ob es sich an einer Kugel befände. Nehmen wir an, die Fixsterne hätten gleiche Entfernung von der Erde, so müsste doch die Kraft, mit der die einzelnen Fixsterne bewegt werden, verschieden sein, da ihre Tageskreise vom Aequator zu den Polen abnehmen. Man denke sich, ein Künstler wollte eine ähnliche Erscheinung durch ein mechanisches Uhrwerk bewirken, welche Aufgabe 6000 Uhren (so viel Fixsterne ungefähr sieht ein normales Auge am ganzen Himmel) so herzustellen, dass jede den treibenden Körper *genau* in derselben Zeit durch den ganzen, bei dem einen grossen, bei dem andern kleinen Kreis treibe. Wie thöricht wäre dieser Künstler, wenn er es nicht vorziehn wollte, durch ein einziges Uhrwerk, das er in dem die Erde vorstellenden Körper anbringt, die Erscheinung aufs präciseste zu bewerkstelligen? Aber noch mehr. Auch Sonne und Mond nehmen an dieser Bewegung Antheil, haben aber überdies ihre eigenen Bahnen. Steht nun an irgend einem Tage der Mond im Aequator, was natürlich jeden Monat einmal geschieht, so müsste seine Tagesbahn, seine Entfernnng rund zu 50000 Meilen angenommen, 314159 Meilen, also seine stündliche Bewegung nahe 13090 Meilen betragen. Nach 24 Stunden aber steht der Mond 5½° nördlicher oder südlicher, seine Tagesbahn beträgt dann nur 312713 Meilen und seine stündliche Geschwindigkeit nur 13030 Meilen bei gleicher Entfernung von der Erde. Woher der Verlust? Nach abermals 24 Stunden beträgt die Abnahme der stündlichen Geschwindigkeit nicht etwa wieder 60, sondern 170 Meilen. Und so geht es fort. Ein Aehnliches findet bei der Sonne statt. Alle diese unerklärlichen Aenderungen der Geschwindigkeit aber fallen weg, wenn man statt der Rotation der Himmelskugel eine Rotation der Erde in entgegengesetzter Richtung annimmt und nur Mond und Sonne ihre Eigenbahnen durchlaufen lässt. Werden die hier angedeuteten Punkte hinreichend klar und ausführlich erörtert, so wird man zur Annahme der Rotation der Erde genöthigt und die Grundlage für's Kopernikanische System ist gewonnen; denn von der Annahme der Rotation der Erde zur Annahme ihres Jahreslaufes ist nur ein kleiner Schritt, der sich auch ohne weitere Berücksichtigung des Planetenlaufes leicht thun lässt. Der Herr Verfasser hat nun diese zwei Stufen der Entwicklung des Kopernikanischen Systems nicht geschieden, sondern beide *vereint* vorgeführt und muthet damit, wie wir glauben, dem Leser zu viel zu.

Was wir sonst noch an dem trefflichen Werke auszusetzen hätten, ist theils von sehr untergeordneter Bedeutung, theils bei der ersten Auflage eines Werkes nicht leicht zu vermeiden. Das Wichtigste davon wäre: mitunter unterläuft ein minder klarer Satz,

hin und wieder ist bei den Holzschnitten ein Buchstabe nicht kenntlich genug (z. B. b u. h, S. 38 fehlt in Fig. 22 das b ganz). Ferner wäre zu wünschen gewesen, dass neben den ältern (Original-)Massen auch überall die Daten im Decimalmass gegeben wären und ebenso wird auch ein Register vermisst. Sonst ist die Ausstattung des Buches eine vorzügliche und namentlich die beigegebenen Karten (Sternkarten mit blauem Grunde) besonders ansprechend, so dass der etwas höhere Preis ganz gerechtfertigt erscheint. Dass die Daten correct sind, dafür bürgt der Name Bruhns. So möge denn das Buch recht warm empfohlen sein und hoffen wir bald einer neuen Auflage zu begegnen.

Dr. Pick,
ehem. Assist. an der k. k. Sternwarte zu Wien.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. dergl.)

Zum Repertorium der neuesten Erfindungen, Entdeckungen etc.

I. Physik.

Von Dr. Krebs in Wiesbaden.

(Fortsetzung von Heft I. S. 69.)

Eine Schwefelkohlenstoff - Dampfmaschine. (Polytech. Centralblatt. 1872. III. p. 198.)

Der Dampf der Dampfmaschine verlässt die Maschine noch mit einer beträchtlichen Wärme und diese kann dazu benutzt werden, um wieder eine andere Maschine, in deren Kessel sich Schwefelkohlenstoff befindet, zu treiben. Eine zwanzigpferdige Dampfmaschine vermag auf diese Art wieder eine andere zwanzigpferdige zu treiben. Der Kessel der zweiten Maschine ist im Röhrenkessel mit Schwefelkohlenstoff gefüllt. Durch die Röhren strömt der verbrauchte Dampf der ersten Dampfmaschine. Bei einer solchen in Amerika hergestellten Maschine betrug der Dampfdruck der zweiten (Schwefelkohlenstoff-)Maschine 3,5 Kilogramm per □Cm., die Wärme des Condensationswassers überstieg nicht 49°·C. Die zweite Maschine leistete genau dieselbe Arbeit wie die erste. Der Schwefelkohlenstoffdampf wird condensirt und die Flüssigkeit wieder in den Kessel zurückgeführt Der Verlust von Schwefelkohlenstoff betrug per Tag 2,17 Liter.

Grosse Inductionsspirale. (Polytech. Centralblatt. III. pag. 198.)

Auf der diesjährigen Ausstellung des „America Institute" war das interessanteste Stück der ausgestellten elektrischen Apparate eine colossale Inductionsspirale, dem Stevens Institute für Technologie zu Hoboken gehörig; dieselbe ist der grösste und mächtigste Apparat dieser Art, welcher bis jetzt construirt worden ist. Ihre Länge beträgt 1016 Millimeter, ihr Durchmesser 470 Millimeter und wiegt 75,5 Kilogr. Der Hauptdraht ist ca. 60 Meter lang, der Inductionsdraht 71351 Meter und von Nr. 34 der Drahtlehre. Die Spirale wird von einer Batterie von 15 Zink-Kohlenbatterien, Platten von 152 auf 228 Millimeter, betrieben, welche nach Bedarf mittelst einer Windevorrichtung in drei grosse Glaströge eingetaucht werden, die mit einer Lösung von doppeltchromsaurem Kali und Schwefelsäure, nach gewöhnlicher Art zubereitet und gefüllt sind.

Mit dieser Batterie — wenn in guter Verfassung — liefert die Spirale durch die freie Luft schlagende Funken von 533 Millimeter Länge; ein Stück Glas wird gezeigt, 76 Millimeter dick, welches von Funken durchbrochen worden ist. Dasselbe zeigt ein krystallinisches Aussehen. Diese Leistungen übertreffen Alles, was bisher von Inductionsspiralen bekannt geworden ist.

Dieser Apparat ist von Ritchie zu Boston construirt, dessen Instrumente ähnlicher Gattung bekanntlich die trefflichsten sind. Prof. M'Cullough brac[illegible] vor einigen Jahren einen grossen Inductionsapparat von Ritchie nach Pa[illegible] und zeigte ihm Rhumkorff, welcher so sehr über dessen Wirksamkeit [illegible]staunt war, dass er um die Erlaubniss bat, ihn zu zerschneiden. Er erhi[illegible] die Erlaubniss und fand, dass Ritchies Isolation und Methode, den Dra[illegible] zu winden, weit besser sei als seine eigene, so dass er seitdem dieselb[illegible] für seine eigenen Arbeiten adoptirt hat.

Klinkerfues' hydrostatisch-galvanischer Gasanzünder. (Dingler's polytech. Journ. Bd. CCIII. Heft 6, pag. 451.)

Der Apparat ist ein galvanisches Zinkkohlenelement mit einer Füllung von 4,5 Gewichtstheilen gewöhnlicher Schwefelsäure, 2 Gewichtstheilen doppelt chromsaurem Kali und 17 Gewichtstheilen Wasser. Diese Mischung gefriert selbst bei — 20° R. nicht. Die beiden Pole sind mit einem feinen Platindraht verbunden. Im gewöhnlichen Zustande, d. h. wenn kein besonders starker Gasdruck stattfindet, erreicht die Flüssigkeit wohl die Kohle, aber das Zink nicht. Wird nun in dem Moment, wo das Gas entzündet werden soll, ein etwas stärkerer Druck gegeben, so treibt das Gas, wie noch ausführlicher gezeigt werden wird, die Flüssigkeit bis an das Zink, der Platindraht wird heiss und das Gas entzündet sich. Unmittelbar danach wird der Druck etwas ermässigt, so dass das Gas zwar noch ausströmt und fortbrennt, die Flüssigkeit aber wieder unter das Zink herabsinkt, so dass das Element ausser Thätigkeit gesetzt ist. Sollen die Lampen erlöschen, so wird der Druck noch etwas vermindert — das Gas kann nun nicht mehr ausströmen. Jede Laterne hat einen solchen Apparat, dessen Platindraht sich in geringer Höhe über dem Brenner befindet.

Nach diesen Vorbemerkungen wollen wir den Apparat im Einzelnen beschreiben. Das Gefäss *a* (Fig. 5), Taf. 3, welches vorzugsweise aus Glas gemacht ist, enthält eine cylindrische Röhre *l*, welche sich unten zu einem Cylinder l^1 von mehr als dem dreifachen Durchmesser erweitert. Die beiden festen Leiter (Zink und Kohle) *c* und *d* sind in Form von Ringen construirt und mit dem Deckel *b* in folgender Weise verbunden. Das Zink *c* ist an einem Messingdraht e^4 befestigt, der mit einem Kautschukröhrchen b^7 umgeben ist. Der Draht ist durch den Deckel *b* nach oben hin durchgeführt, dort durch eine Kautschukpackung vom Deckel isolirt, steht dagegen in metallischem Contact mit der Messingscheibe e^5, auf welcher eine der beiden Elektroden aufsitzt. Die andere Elektrode *e* ist direct auf dem Deckel *b* befestigt. In Fig. 5 sieht man das obere Ende e^2 der einen Elektrode *e*, welche h i n t e r dem Brennerrohr steht. Die andere Elektrode, welche v o r dem Brennerrohr steht, ist in dieser Figur nicht sichtbar. Ueber die Stellung der Elektroden gibt Fig. 6, Taf. 3 und über die genauere Einrichtung derselben Fig. 7, Taf. 3, welche um 90° gegen die beiden anderen Figuren gedreht erscheint, Aufschluss.

Das obere Ende des Drahtes e^4 ist mit Gewinde versehen und wird durch eine Mutter e^7 gehalten, mittelst deren man die Höhe des Zinkrings *c* reguliren kann. Der Kohlenring *d* liegt frei auf dem unteren erweiterten Ansatz des Bleirohrs *l* auf. In Fig 7 sind die Elektroden mit dem Platindraht über der Brenneröffnung abgebildet: Ueber den Draht *e* ist eine Messinghülse e^1 geschoben, die unten auf einer Spiralfeder aufsitzt und von dieser gegen den oberen Knopf e^2 gedrückt wird, wobei sie den Platindraht festklemmt. Will man den Platindraht herausnehmen, so braucht man nur die Hülse e^1 mit den Fingern niederzudrücken. — Das Gefäss *a* (Fig. 5) hat unten eine Vorrichtung, durch welche es auf das Brennerrohr der Strassenlaterne aufgeschraubt wird, die aber in der Zeichnung nicht angegeben ist. Das Rohr *m*, welches das Gas zum Brenner m^1 führt, reicht in dem Rohr *l* so hoch hinauf, dass die seitlichen Oeffnungen, durch welche das Gas austritt, immer über dem Niveau der Flüssigkeit liegen, es ist mit einem weiteren Rohre m^2 umgeben, welches oben geschlossen und unten offen ist. Die Stellung des Rohres m^2 resp. seines unteren Randes kann mittelst einer Schraube regulirt werden, welche inwendig im Rohr m^2 an dessen oberem Theile befestigt ist und welche sich im oberen Theile des inneren Rohres *m* auf- und abschrauben lässt. Die Function des Apparats ergibt sich nun in folgender Weise: Wenn das Gas unter dem Tagesdruck in den Röhren steht, wenn also der geringste Druck vorhanden ist, und weder ein Ausströmen des Gases noch

ein Anzünden desselben stattfinden darf, so nimmt die Flüssigkeit in dem Apparat ungefähr den Stand ein, welcher durch die Linien hh^1 angegeben ist. Die Unterkante des Rohres m^2 steht unter dem Niveau der Flüssigkeit, es kann also eine Gasausströmung aus m nicht stattfinden, zugleich steht auch die Flüssigkeit noch unter dem Zink und das Element functionirt nicht. Diesen Zustand kann man nun in den Apparat den bestehenden Verhältnissen angemessen reguliren. Je nach dem bestehenden niedrigsten Tagesdruck, resp. der Niveaudifferenz hh^1 kann man das Zink c und das Rohr m^2 höher oder niedriger schrauben. Wird nun der Druck verstärkt, so gelangt man zur zweiten Function des Apparats, welche darin besteht, dass der Gasstrom zum Brenner freigemacht werden muss, dass aber ein Entzünden nicht stattfinden darf, wie dies stattfindet zur Zeit, wo das Gas bereits brennt. Bei der Verstärkung des Drucks wird das Niveau h^1 bis unter die Unterkante des Rohres m^2 hinabgedrückt, das Niveau h dagegen gehoben; die Hebung von h ist aber wegen des grösseren Querschnitts des äusseren Ringes weit geringer als die Senkung von h^1; der Zinkring c berührt also die Flüssigkeit noch nicht, während die Unterkante von m^2 frei geworden ist Dieser Zustand ist derjenige, welcher für den gewöhnlichen Abenddruck berechnet ist; man kann ihn durch die betreffenden Schrauben nach Bedarf reguliren. Die dritte Function des Apparates, welche allerdings der Zeit nach zwischen den beiden vorhergehenden liegen muss, besteht darin, dass das Gas nicht blos ausströmen, sondern auch sich entzünden muss. Dieser Function entspricht der stärkste Druck, in der Praxis ein Extradruck von etwa 2 Millimetern. Bei diesem Druck wird die Flüssigkeit in den unteren erweiterterten Theil von l, d. h. in den Theil l^1 hinabgedrückt, und da sich hier der Querschnitt so wesentlich vergrössert, so tritt jetzt das umgekehrte Verhältniss von vorher ein, es sinkt nämlich der untere gedrückte Flüssigkeitsspiegel verhältnissmässig langsam, während der obere gehobene schneller steigt, resp. es erreicht die Flüssigkeit schon bei einer verhältnissmässig geringen Druckerhöhung das Zink c und der galvanische Strom ist hergestellt.

Hält man die oben beschriebenen drei Functionen des Apparates fest, so versteht man, dass man sie durch Herstellen von verschiedenem Druck ganz in der Hand hat Der Tagesdruck wird als bekannte Grösse der Construction insofern zu Grund gelegt, als man das Rohr m so stellt, dass bei dem Tagesdruck noch ein höherer hydraulischer Schluss für die Gasführung besteht. Der Abenddruck, welcher ebenfalls als bekannt vorausgesetzt werden muss, plus einer weiteren geringen Extradruckhöhe von vielleicht 2 Millimetern, bezeichnet die andere Grenze für die Verhältnisse der Construction, indem das Zinkelement auf solche Höhe gestellt wird, dass bei diesem Druck dasselbe in die Flüssigkeit eintaucht und die Entzündung vor sich geht. Lässt man endlich den Extradruck fallen, so hört die Berührung der Zinkplatte mit der Flüssigkeit auf, der Gaszufluss bleibt geöffnet, die Flamme brennt ungestört fort.

Wären der Tagesdruck und der Abenddruck in einer Stadt das ganze Jahr hindurch constante Grössen, so dürfte man hoffen, dass der allgemeinen Einführung der Klinkerfues'schen Apparate kaum irgend ein wesentliches Hinderniss entgegenstehen dürfte. Der Apparat ist einfach, liesse sich auch ohne Zweifel noch weiter vereinfachen, die Flüssigkeit verdunstet und verbraucht sich sehr langsam, sie friert nicht im Winter und auch die Herstellung eines Extradruckes von ca. 2 Millimetern für einen Augenblick behufs des Anzündens würde für die Privatbeleuchtung nicht störender sein, als es jetzt jedesmal die Erhöhung des Druckes beim Beginn der Beleuchtung ist. Die wesentlichste Schwierigkeit, welche für die Praxis noch überwunden werden muss, liegt in den Druckschwenkungen, die im Winter andere sind, als im Sommer, ebenso wie auch in verschiedenen Stadttheilen etc.

Eine Fabrik von C. G. Müller & Comp. in Hannover sollte am 1. Jan. d. J. eröffnet werden, um die Klinkerfues'schen Apparate fabrikmässig zu erzeugen; der Preis jedes Apparates sollte 4 Thlr. betragen.

Leitender Ueberzug über Matrizen zu galvanoplastischen Zwecken.

In den Mittheilungen des Gewerbvereins zu Hannover finden wir ein bequemes Verfahren von Dr. Heeren, eine Matrize leitend zu machen, welches darin besteht, die mit Wachs getränkte Gypsform mit einer Mischung von salpetersaurer Silberlösung und Alkohohl ganz dünn zu bestreichen und sie dann der Einwirkung von Schwefelwasserstoff darzubieten, wodurch sich das Silbersalz in gutleitendes Schwefelsilber verwandelt. Professor Heeren hat nun gefunden, dass dieses Verfahren noch besser und sicherer gelingt, wenn man die Silberlösung vor dem Zusatz des Alkohols mit Ammoniak übersättigt, weil die so zubereitete, freies Ammoniak enthaltende Flüssigkeit noch besser am Wachse adhärirt und selbst beim Trocknen einen gleichförmigen nirgend unterbrochenen Ueberzug der Silberlösung zurücklässt. Man bestreicht mittelst eines weichen Pinsels die Form mit dieser Lösung, jedoch nur schwach, um mit Vermeidung jedes Ueberflusses, der die zarteren Vertiefungen füllen könnte, die Oberfläche nur zu befeuchten. Nach Verlauf von einer oder ein paar Minuten, wenn der Anstrich fest, aber noch nicht ganz trocken ist, hält man das Stück über die Oeffnung eines Becherglases, in welchem sich aus Schwefeleisen und verdünnter Schwefelsäure Schwefelwasserstoff entwickelt, wodurch sogleich ein metallglänzender Ueberzug von Schwefelsilber hervorkommt. Nachdem man das Stück zum völligen Austrocknen kurze Zeit bei Seite gelegt hat, kann man es sofort dem galvanoplastischen Apparat übergeben. Bei Anwendung eines kräftigen Stromes von 4 oder 5 Daniell'schen Elementen verbreitet sich die Ablagerung des Kupfers schnell über die ganze Fläche, worauf man dann zu einem schwächeren Strom übergeht, um ein weicheres, weniger sprödes Kupfer zu erzielen.

Zur Anfertigung der Lösung, die sich auch recht gut aufbewahren lässt, löse man 1 Gramm Höllenstein in 2 Gramm Wasser, füge 2½ Gramm Ammoniak von der gewöhnlichen, in den Officinen gebräuchlichen Stärke (0,96 spec. Gew.) und dann 3 Gramm absoluten Alkohol hinzu.

Bericht über die Mathematiker-Versammlung zu Göttingen am 16., 17. und 18. April 1873.

Nachdem bereits wiederholt und in verschiedenen Kreisen der Gedanke an eine Mathematiker-Versammlung erwogen worden war, gewann derselbe in einer Zusammenkunft mehrerer Mathematiker in der Bergstrasse zu Pfingsten 1868 eine festere Gestalt. Die Form zwanglosen Verkehrs zu gegenseitigem Gedankenaustausch schien auch bei einer grösseren Versammlung durchführbar und erspriesslich zu sein. In diesem Sinne suchte der dahingeschiedene Clebsch, der auch jene Versammlung in der Bergstrasse veranlasst hatte, namentlich die jüngeren Mathematiker zu einer bestimmten Initiative anzuregen. Musste die Ausführung des Planes zunächst der Zeitverhältnisse wegen unterbleiben, so fand derselbe inzwischen Verbreitung in immer weiteren Kreisen, und es konnte im Laufe des vorigen Jahres das Comité zum Zwecke der Veranstaltung einer allgemeinen deutschen Mathematiker-Versammlung zusammentreten. Die Hoffnung auf den Rath und Beistand von Clebsch wurde leider durch den plötzlichen Tod desselben vereitelt; das Comité entschloss sich aber, trotzdem den Versuch zu wagen und glaubt jetzt, nachdem die Versammlung stattgefunden hat, mit Befriedigung auf dieselbe zurückblicken zu dürfen. Die günstige Aufnahme, welche die Idee einer Vereinigung der mathematischen Fachgenossen im In- und Auslande gefunden hat, beweist, dass eine solche Versammlung einem wirklichen Bedürfnisse entgegenkam, und

der glückliche Verlauf der Versammlung hat die Möglichkeit gezeigt, auch für später die gewählte Form einer möglichst grossen Ungezwungenheit für die Vereinigung beizubehalten. Indem das Comité nachstehend einen Bericht über den Verlauf der Versammlung erstattet, kommt es seiner letzten Verpflichtung nach; die Weiterführung des Begonnenen liegt zunächst in den Händen des von der Versammlung gewählten Ausschusses.

Nachdem sich bereits einige Tage vor dem 16. April eine grössere Zahl von Theilnehmern in Göttingen eingefunden hatte (die vollständige Liste folgt am Schlusse), begann die Versammlung am genannten Abende (Mittwoch nach Ostern) mit einer geselligen Vereinigung im kleinen Saale des literarischen Museums daselbst, bei der Hr. Enneper eine kurze Ansprache zur Begrüssung hielt. Am folgenden Tage blieb der Vormittag dem Einzelnen zur freien Disposition überlassen, während der Nachmittag und Abend zu einem gemeinsamen Ausfluge nach Münden benutzt wurde. Gemäss der Absicht, alle störenden Förmlichkeiten möglichst fern zu halten, hatte man nur eine formelle Sitzung der Theilnehmer für nothwendig gehalten, um in derselben über die Wiederholung der Versammlung zu berathen. Diese Sitzung war, um die inzwischen gewonnenen Erfahrungen verwerthen zu können, auf den dritten Versammlungstag gelegt worden. Die Museums-Gesellschaft hatte hierzu ihre Räumlichkeiten auf das Bereitwilligste zur Verfügung gestellt. Die Sitzung begann um 9 Uhr Vormittags. Von Herrn Mayer mit kurzen Worten eröffnet, wählte die Versammlung zum Vorsitzenden Herrn Stern, zu Schriftführern die Herren Ohrtmann und Klein. Sodann ergriff Herr Brill im Namen des Comités das Wort und begründete ausführlicher, wie der Plan zu einer allgemeinen Mathematiker-Versammlung entstanden sei und welche Zwecke das Comité dabei vorzugsweise in's Auge gefasst habe. Auf das Beispiel der Versammlungen der Philologen, Juristen, Naturforscher hinweisend, schloss er wie folgt: „Unter den Sectionen der Naturforscher-Versammlung befand sich seither eine solche für Mathematik und Astronomie. Dass die Frequenz derselben von Jahr zu Jahr eine schwächere wurde, ist unzweifelhaft in erster Linie den vorhin erwähnten Uebelständen (nicht zur Sache gehörigen Festlichkeiten, ausführlichen Vorträgen über specielle Themata etc.) zuzuschreiben, die wohl auch die Astronomen zu einer Abtrennung veranlasst haben, gewiss aber nicht dem Umstande, dass für Mathematiker das Bedürfniss mündlichen Verkehres überhaupt nicht vorhanden wäre. Im Gegentheil, je einseitiger und abgezogener eine Thätigkeit ist, um so lebhafter macht sich der Wunsch nach zeitweiligem Austausche in zwangloser Unterhaltung geltend. Neben der Befriedigung, welche mit einer jeden Art von Mittheilung verbunden ist, gewährt eine wissenschaftliche Unterredung die Gelegenheit zu fast müheloser Belehrung; sie ist eine Art von Anschauungsunterricht, wie er heutzutage bei dem in's Unermessliche anwachsenden Stoffe, der Fülle der Production, der grossen Zahl der Arbeiter auf dem Gebiete mathematischer Forschung zu fast unabweislichem Bedürfnisse geworden."

„Eine Verflachung der wissenschaftlichen Thätigkeit wird darum Niemand im Ernst befürchten. Denn gerade der persönliche Verkehr lehrt auf der anderen Seite, wie die fruchtbarste Arbeit des Gelehrten nach wie vor in der vertieften, stetigen Verfolgung der durch Bildungsgang, Beruf und Neigung Jedem vorgezeichneten, ihm eigenthümlichen Richtung bestehen wird. Mit voller Zuversicht aber darf man den periodischen Versammlungen den Erfolg zusprechen, dass, indem die Vertreter der verschiedenartigen Richtungen in zeitweilige persönliche Berührung tret die Schroffheit, mit der sich oft die Gegensätze geltend machen, die (ringschätzung der Thätigkeit auf fremden Gebieten, die Abneigung vor ei von der eigenen abweichenden Auffassung der zu erstrebenden Ziele wi vermindert werden können. Auch die Gegensätze des Berufs, der Stellun der Lehrthätigkeit, welche im Laufe der Zeit vielleicht durch Irrthüm und Vorurtheile geschärft worden sind, werden in öfterem, ungezwung

nem Austausche der verschiedenen Lehrstellungen auf dem gemeinsamen Verkehrsgebiete, der Wissenschaft, ihre definitive Berichtigung finden können.

Sind vielleicht die persönlichen Motive, welche zur Theilnahme an einer Versammlung veranlassen können, nicht für Jeden gleich stark vorhanden, so verdient doch ein allgemein nützliches Unternehmen, wie dieses eben, um seiner selbst willen unterstützt und in seiner Entwickelung gekräftigt zu werden. Einmal erstarkt, sind periodische Versammlungen mehr als bloss eine Gelegenheit zu gegenseitiger Auregung und mündlichem Austausche; sie bilden einen Sammelpunkt für gemeinnützige, wissenschaftliche Unternehmungen, sie repräsentiren eine nicht zu unterschätzende Macht, welche das Bewusstsein von der Gemeinsamkeit der der Interessen unter den Gelehrten wach zu halten und, erforderlichen Falls, dem Einzelnen einen Rückhalt zu gewähren im Stande ist."

„Freilich, wenn die Versammlung dieser gewichtigen Stellung sich erfreuen, wenn sie den Charakter tragen soll einer solchen, welche die ganze Wissenschaft und alle Gebiete umfasst, welche über den Parteien und den Privatinteressen steht, und deren einzige Einseitigkeit vielleicht in einem ausgeprägten nationalen Bewusstsein gefunden wird —, so muss die gesammte deutsche Mathematik ohne Unterschied der Richtungen ihre unverkümmerte Theilnahme dem Unternehmen zuwenden. Wenn es aber auch schwerlich gelingen wird, dies hohe Ziel vollkommen zu erreichen, wenn auch die heutige Versammlung nicht als der vollständige Ausdruck des empfundenen Bedürfnisses angesehen werden kann, so wird doch, sofern nur überhaupt die Versammlung über das zu Erstrebende einig ist, unserem gemeinsamen Bemühen, aus dem glücklichen Anfange Grösseres zu entwickeln, der fernere Erfolg nicht fehlen können."

Sodann theilte Hr. Lampe eine Reihe von Vorschlägen mit, welche das Comité über eine etwaige Wiederholung der Versammlung formulirt hatte. Die Beschlüsse, welche sich aus der näheren Discussion in der Versammlung ergaben, sind die folgenden:

1. Die Versammlung wird nach zwei Jahren wiederholt.

2. Als Ort für die nächste Versammlung ist Würzburg, als Zeitraum wiederum der Mittwoch, Donnerstag, Freitag in der Woche nach Ostern in Aussicht genommen.

3. Mit der Berufung der Versammlung wird ein Ausschuss von drei Mitgliedern der gegenwärtigen Versammlung betraut, der sich mit einem Local-Comité in Verbindung zu setzen hat.

4. Die Feststellung des Programms der nächsten Versammlung, der Modus der Bekanntmachung u. s. f. wird dem mit dem Local-Comité verbundenen Ausschusse überlassen.

Man schritt endlich zur Wahl der drei Ausschuss-Mitglieder; gewählt wurden die Herren Klein, Ohrtmann und Enneper.

Weitere Gegenstände kamen in der Sitzung nicht zur Debatte. —

Am Nachmittage vereinigte ein Festmahl die Theilnehmer im literarischen Museum; am Abend schloss sich noch eine letzte gesellige Zusammenkunft in Burhenne's Deutschem Hause an.

Während der Versammlungstage war im physikalischen Institute der Universität — dessen Räumlichkeiten überhaupt der Versammlung in liberalster Weise zur Verfügung gestellt waren — eine Reihe geometrischer Modelle ausgestellt. Leider hatte sich eine der wichtigsten zugesagten Zusendungen, eine Auswahl von Gypsmodellen aus dem Institute von Delagrave (Muret) in Paris, beim Transporte verspätet, und nur Photographien derselben, welche Hr. Delagrave, in einem Album vereinigt, geschickt hatte, konnten zur Ansicht gebracht werden. Es hatte ferner Hr. Eigel (Epkens) in Köln eine Reihe von in Zink ausgeführten Modellen von Flächen vierter Ordnung und vierter Klasse, wie sie in der Theorie der Liniencomplexe zweiten Grades vorkommen, geschickt. Dieselben umfassten zwei Collectionen: die eine, aus 22 Nummern bestehende,

bringt eine Reihe von Modellen, welche Plücker bei seinen liniengeometrischen Untersuchungen hatte ausführen lassen; die andere, nur vier Nummern enthaltende, wurde später nach Angaben von Hrn. Klein angefertigt. Von Zürich hatte Hr. Schwarz Modelle von Minimalflächen geschickt, insbesondere zwei Gypsmodelle solcher Flächen, welche den ganzen Raum in periodischer Wiederholung durchsetzen. Hr. Weiler in Erlangen hatte Modelle von Flächen dritter Ordnung in Gyps ausgeführt: grösstentheils Flächen mit dem Maximum (4) reeller Knotenpunkte, dann insbesondere eine Fläche ohne Knoten mit 27 reellen Geraden, die von Clebsch sogannte Diagonalfläche. Es hatte endlich die Kgl. Kriegsakademie in Berlin eine Reihe ihr gehöriger, von Olivier seiner Zeit angefertigter verstellbarer Fadenmodelle zur Ausstellung gesandt.

Rechnung.

Einnahme.

Beiträge von 52 Theilnehmern à 2 Thlr. 15 Sgr. (incl. Diner)	130 Thlr. 25 Sgr. — Pf.
Summa	130 Thlr. 25 Sgr. — Pf.

Ausgabe.

Druck und Versendung der Einladungen	11 Thlr. 7 Sgr. — Pf.
Programme und sonstige Kosten	6 „ 9 „ 3 „
Druck und Versendung des Berichts	10 „ 10 „ — „
Localmiethe, Festmahl etc.	56 „ 9 „ — „
Transport und Verpackung der Modelle	46 „ 20 „ 4 „
Summa	130 Thlr. 25 Sgr. 7 Pf.

Mai 1873.

Das Comité.

Brill. Enneper. Kiepert. Klein. Lampe. Mayer. Müller. Nessen. Noether. Ohrtmann. Riecke. Schubert.

Liste der Theilnehmer.

Hr. **Bachmann.** Breslau.
„ **Bretschneider.** Ulm.
„ **Brill.** Darmstadt.
„ **Eckardt.** Chemnitz.
„ **Enneper.** Göttingen.
„ **Godt.** Schleswig.
„ **Gordan.** Giessen.
„ **Günther.** Erlangen.
„ **Hamburger.** Berlin.
„ **Hattendorf.** Aachen.
„ **Hoppe.** Berlin.
„ **Hunyady.** Pesth.
„ **Kiepert.** Freiburg i. Br.
„ **Klein.** Erlangen.
„ **Klinkerfuess.** Göttingen.
„ **König.** Pesth.
„ **Kötteritzsch.** Freiberg.
„ **Lampe.** Berlin.

Hr. **Lindemann.** Schwerin.
„ **Listing.** Göttingen.
„ **Lüroth.** Carlsruhe.
„ **A. Mayer.** Leipzig.
„ **R. Meyer.** Heilbronn.
„ **Meyerstein.** Göttingen.
„ **Minnigerode.** Göttingen.
„ **F. Müller.** Berlin.
„ **Neesen.** Göttingen.
„ **Netto.** Berlin.
„ **Ohrtmann.** Berlin.
„ **Oppermann.** Kopenhagen.
„ **Paci.** Pisa.
„ **Pasch.** Giessen.
„ **Pasquier.** Charleroi.
„ **Rethy.** Pesth.
„ **Riecke.** Göttingen.
„ **Schering.** Göttingen.

Hr. **Schivetz.** Christiania.
„ **Schlegel.** Waren.
„ **Schröder.** Baden-Baden.
„ **Schröder.** Berlin.
„ **Schubert.** Hildesheim.
„ **Simon.** Strassburg.
„ **Stern.** Göttingen.
„ **Stolz.** Innsbruck.
„ **Sturm.** Darmstadt.
„ **Thiermann.** Göttingen.
„ **Ulrich.** Göttingen.
„ **von der Mühll.** Leipzig.
„ **Voss.** Göttingen.
„ **Weber.** Göttingen.
„ **Weiler.** Erlangen.
„ **Worpitzky.** Berlin.
„ **Zeuthen.** Kopenhagen.

Weltausstellungs-Zeitung.

II. Die zoologischen*) Präparate und Gegenstände auf der Wiener Weltaustellung 1873.

Von Prof. Dr. H. Landois in Münster.

(Vortrag, gehalten auf der 46. allgemeinen Naturforscherversammlung zu Wiesbade[n]

Die XXVI. Gruppe der Weltaustellung sollte ein Gesammtbild des [Er]ziehungs-, Unterrichts- und Bildungswesens der Jetztzeit vermitteln. [Z]

---

*) Wir beginnen mit dem Bericht über die zoologischen Lehrmittel gemäss unse[rer] Tendenz, in diesem Jahrgange d. Z. der Naturwissenschaft (resp. Naturgeschichte) den V[or]rang zu lassen. — D. Red.

Erleichterung der Uebersicht trennte man die hierher bezüglichen Leistungen in vier Sectionen: 1. Für die Volksschule, 2. für die Mittelschulen, 3. Hochschulen und Universitäten und endlich 4. zur Fortbildung der Erwachsenen. Wenn auch im Allgemeinen eine derartige Trennung geboten erscheint, so ist eine praktische Durchführung ungemein schwierig, und eben davon überzeugten wir uns am besten, als wir zur Besichtigung der Weltausstellung selbst unsere Schritte lenkten. Wir werden es im Folgenden versuchen, die Gegenstände, welche auf dem Gebiete der Zoologie auf der Ausstellung vorhanden waren, einer kritischen Prüfung zu unterwerfen. Es wird diese Aufgabe um so leichter, als bedauerlicher Weise ausserordentlich wenig nach Wien gesendet worden ist; sie bot hingegen dem Referenten nur deshalb einige Schwierigkeit, weil die betreffenden Gegenstände durchweg durch die ganze Ausstellung zerstreut aufgestellt waren. Jedoch die mühsamen Gänge sind überwunden, mag die Feder nun auch ihren Weg nicht scheuen.

Lassen wir den Ausländern den Vortritt und beginnen zunächst mit Australien.

Das Canterbury Museum hatte die Skelete der ausgestorbenen Riesenformen der Vogelwelt Neuseelands eingesendet. Wir sahen die Skelete von *Dinornis giganteus*, *elephantopus*, *ingens* und *didiformis*. Die Skelete waren nach den Musteraufstellungen Owen's im British Museum zu London behandelt, jedoch müssen wir mit allem Ernste rügen, dass sie mit Gyps arg verunstaltet waren. Ein Skelet soll bleiben wie es ist. Fehlen Stücke, so darf der Präparator dieselben aus Gyps, Holz und drgl. einfügen, aber sie müssen auch als solche fremde Zuthaten kenntlich bleiben. An diesen Skeleten hatte man aber nicht allein die fehlenden Gelenkköpfe u. s. w. mit Gyps ersetzt, sondern schmählicher Weise Alles mit brauner Farbe übertüncht. Die Wirkung auf den Laien blieb auch nicht aus — „Sieh da — hörte ich — Skelete von alten und jungen Straussen." Wie wir hören, sollen diese Skelete vom Wiener zoologischen Museum angekauft werden. Hoffentlich wird man sie dann wieder in ihrer Natürlichkeit herstellen. Die neben diesen Skeleten aufgestellten ausgestopften *Apteryx Owenii* Gould und *A. australis* Shaw. liessen nichts zu wünschen übrig.

Die von James Brokton eingesandten Gruppen neuseeländischer Vögel waren theilweise ganz vorzügliche Präparate. Ich meine namentlich die Gruppe der dem Aussterben nahestehenden Erdpapageien mit ihrem eulenartigen Gefieder, und die Kiwi-Kiwi mit nebenliegendem Ei. In den beiden anderen Gruppen: Möven, Enten, Taucher, Pinguine u. s. w. auf Felsen zusammengedrängt, lag kein leitender Gedanke.

Südindien war in höchst origineller Weise auf unserem Gebiete vertreten. Herr Michael hatte eine grosse Anzahl Jagdtrophäen dem häuslichen Heerde dienstbar gemacht. Das Fell des Königstigers mit seinen Pranken und Rachen bildete eine friedliche Decke; die Hörner der büffelartigen Thiere waren zu Trink- und Pulverhörnern umgearbeitet. Dass man aber die Schädel der Tiger zu Senf-, Salz- und Pfefferbüchsen benutzen könnte, wäre uns nicht eingefallen. In den Augenhöhlen derselben waren kleine Gefässe angebracht, welche obengedachten Inhalt beherbergten. Zwei dem Tiger-Schädel aufgesetzte silberne Geweihe trugen Messer und Gabel! Die indischen Damen müssen wohl stärkere Nerven besitzen, und des „Tigers Zahn nicht so verderblich" ansehen.

Auch Amerika hatte Einiges gesendet.

Die Gesellschaft der nördlichen Pacific-Eisenbahn in Minnesota brachte ein ausgestopftes Exemplar der seltenen *Antilope furcifer* mit ihren mächtigen Gabelhörnern zur Ausstellung. Wir wollen es als einen Schreibfehler ansehen, wenn das Geweih des Wapiti, *Cervus canadensis*, mit dem Etiquet: „Elen" bezeichnet war.

Der grönländische Fischerverein hatte zwischen seinen zahlreichen Geräthen auch zwei über 3m lange Narvalzähne zur Schau gestellt.

Die amerikanischen mikroskopischen Präparate von Nitzelnadel, Physician 154 Leonard Street, Brooklyn, waren schon der unsauberen Einlage in Canadabalsam wegen mit unseren deutschen Leistungen nicht concurrenzfähig.

Dr. Nicobau in J. Moreira, Rio de Janeiro saudte eine Menge Vögelbälge: Colibri, Paradiesraben, Pfefferfresser u. s. w., dann manche südamerikanische Insekten, namentlich Schmetterlinge. In Bezug auf Conservation und Präparation liess Alles viel zu wünschen übrig; auch waren die Preise übermässig hoch notirt.

Das ist Alles, was die ferne Welt (!) der Welt- (!) Ausstellung zusandte. —

Gliedern wir die europäischen Leistungen auf dem Gebiete der Zoologie nach den einzelnen Landesgebieten.

Wir sollten eigentlich diejenigen Arbeiten hier nicht besprechen, welche mit der zoologischen Wissenschaft nichts gemein haben:

Frau Kierboe in Hjöring, Dänemark, hatte es z. B. verstanden, aus Fischschuppen ausserordentlich schöne Schmuckgegenstände für Damen anzufertigen, welche in ihrem Perlmutterglanze viel Effect machen, und ausserdem ausserordentlich billig sind. Liebhaber der Abstinenz konnten hier auch Rosenkränze erstehen, deren Ave's durch die Linsen der Häringsaugen und deren Pater noster durch Linsen vom Kabliau versinnbildet waren. Diese sonderbare Industrie scheint in Dänemark weit verbreitet zu sein, indem wir noch andere Firmen mit derartigen Fischschuppenartikeln vertreten fanden.

Eine italienische Dame Johan de Joannis Filomena, Venezia, hatte es sogar verstanden, Vögel aus zarter Schafswolle zu verfertigen. Die Gruppe enthielt: Kanarienvögel, Stieglitze, Wiedehopfe u. s. w. Die Schnäbel waren von natürlichen Vögeln angeheftet; jedoch waren auch manche, wie z. B. des Wiedehopfes aus Draht mit Wollumwickelung imitirt.

Dem Pelzhändler Witzleben in Leipzig wollen wir es nicht in pejus imputiren, wenn er zwei todtgeborene junge Löwen und zwei dto. Königstiger aus dem zoologischen Garten zu Dresden so ausstopfen liess, dass sie in ihrer grimmigen Haltung bereits die Wildheit ihrer Eltern imitirten, denn ein Engländer hatte diese Gruppe bereits für eine hohe Summe erstanden.

Gehen wir zu den eigentlich wissenschaftlich zoologischen Leistungen über.

Der bekannte Arachnologe Boekh aus Presburg hatte eine grosse Sammlung Spinnen aufgestellt. Wir hätten lieber gewünsht, dass die Thiere in den Spiritusgläsern auf Glastäfelchen befestigt worden wären, als auf Papier; auch hätte in den Alkohol wohl ein Stückchen Kalkspath gelegt werden können zur bessern Conservirung der Farben. Die Unterbringung der Fläschchen in bücherförmige Kasten finden wir sehr glücklich, da diese Enveloppen zugeklappt werden können, um das Verbleichen der Farben zu verhindern. Wir finden es nur zu sonderbar, dass diese Mustercollection nicht den Beifall der internationalen Jury erhalten hat.

Vom Instituto Veneto di scienze lettere ed arti lag eine reichhaltige Collection Injectionen von Thieren des adriatischen Meeres vor. Leider machte sich der aufgetragene Firnissüberzug bei diesen Präparaten störend geltend.

Ausserordentlich belehrend wirkte Norwegens Fischerhaus, welches vom Museum Bergen seine Insassen erhalten hatte. Nicht allein die Modelle der Einrichtung der Lachszucht, sondern auch die Fische in den verschiedensten Entwickelungsstadien gaben einen anschaulichen Ueberblick über derartige industrielle Anlagen. Auch die übrigen nützliche Fischarten der nordischen Gewässer waren zahlreich vertreten.

Diesen schloss sich der Norwegische Jagdverein ebenbürtig an. Höchst interessant waren die Uebergangskleider der Schneehühner. Ein Wallrossschädel riesiger Grösse, und eine Reihe von Elengeweihen, von einer Zacke anfangend bis zur entwickeltsten Schaufelform, zogen die allgemeine Aufmerksamkeit auf sich.

Erber in Wien brillirte durch die ausgestellten Skelete der verschiedensten Vertebraten. Dadurch, dass er sie durch Maceration herstellt, bei welcher die Sehnen und Bänder erhalten bleiben, ist er im Stande, dieselben zu einem so wohlfeilen Preise abzugeben. Die Jury hatte diese Prachtskelete auch mit der Verdienstmedaille prämiirt.

Prof. Dr. Hyrtl in Wien hatte eine Reihe von Präparaten der vergleichenden Anatomie ausgestellt, wie wir sie noch nirgends besser gesehen hatten. Die Tableaux der Gehörknöchelchen einer grossen Menge von Säugethieren überboten alles andere auf diesem Gebiete. Nicht weniger zogen die meisterhaften Injectionen die allgemeine Aufmerksamkeit auf sich. Auch die Skelete konnten als Musterstücke gelten.

Brunetti hatte seine eigenthümliche Conservationsmethode durch gelungene Präparate zur Anschauung gebracht. Derselbe behandelt bekanntlich die Körpertheile in der Weise, dass er sie, nach Auswaschung mit Wasser, mit Gerbsäure injicirt, wodurch die Gewebe gegerbt und getrocknet ihre natürliche Grösse und Ausdehnung behalten. Namentlich imponiren die auf diese Weise präparirten Lungen von Menschen und der übrigen Vertebraten.

Aus England hatte Gerrard jun., 31 College Place Camden Town, London, zwei Skelete eingesandt, die auch zum Verkauf standen. Ich hätte gern das Skelet von *Chlamydophorus truncatus* nebst Balg für den notirten Preis von 350 fl. gekauft. Das Skelet des Orang-Utang konnte ebenfalls als mustergültig dienen.

Die bekannte Firma Jules Talrich, in der französischen Abtheilung, sandte die plastischen Wachspräparate. Es ist sonderbar, dass diese meisterhaft gearbeiteten Sachen stets einen so abscheulichen Eindruck machen. Selbst eine ausgestellte „Heilige Märtyrin" aus Wachs konnte diesen Eindruck nicht verwischen.

Verschiedene österreichische höhere Schulen hatten Mustersammlungen naturhistorischer Objecte eingesendet. Ich wüsste jedoch keine einzige anzugeben, welche auf dem Gebiete der Zoologie etwas Originelles gebracht hätte.

Die Oberrealschule Rossau in Wien hatte einen Schrank mit verschiedenen Naturalien aufgestellt. Ebenso bot das Leopoldstädter Communal-, Real- und Obergymnasium in Wien eine Auswahl von Allerlei. Die Realschule zu Pest hatte eine Anzahl Präparate eingesendet, welche von den Schülern der dortigen Anstalt selbst angefertigt waren. Es waren meistens Skelete. Wir glauben jedoch, dass es nicht zweckmässig sei, die Schüler der Gymnasien mit derlei Arbeiten zu beschäftigen, weil sie ihre Zeit zu andern Studien hinreichend nothwendig haben.

Die besten Abbildungen von Thieren waren die Photographien von Frank Haes in London. Es verwunderte mich nur, dass dieser Photograph nicht auch die prächtigen Glasphotographien und die Stereoskopbilder gesendet hatte, welche aus Auftrag der Zoological Society in London von den Insassen des dortigen zoologischen Gartens angefertigt und unstreitig beim Unterrichte von so wesentlichem Erfolge sind. Keiner höheren Lehranstalt sollten derartige Bilder fehlen. Sie sind tausendmal besser, als ausgestopfte Elephanten, Rhinocerosse, Giraffen und andere grössere Säugethiere, welche in den Museen nur Raum einnehmen und zu gar nichts nützen. Man bezieht diese Prachtbilder in Deutschland am bequemsten durch Dr. Liesegang in Elberfeld.

Die Perle der ganzen Ausstellung auf unserem Gebiete bildete die Collection Sr. kaiserlichen Hoheit, des Erzherzogs Albrecht, welche in den Agrikulturhallen aufgestellt, und eben deswegen von den meisten Besuchern übersehen worden sein mag. Schon die Aufstellung war eine mustergültige. Die Tische waren in Form der Pultschränke gebaut; eine Reihe schräg, die andere senkrecht. In 120 Kasten waren sämmtliche bis jetzt bekannte schädliche und nützliche Insekten mit besonderer Rücksicht auf Land- und Forstwissenschaft untergebracht und durch einen be-

sonderen Katalog erklärt. Wir fanden hier nicht allein diese Insekten in ihren verschiedenen Lebensstadien mustergültig conservirt, sondern auch die Frassstücke, Gallen etc. mit einer Sauberkeit und mit einem Fleisse aufgestellt, wie wir es noch in keinem Museum der Welt gesehen hatten. Wir empfehlen es allen Fachmännern, wenigstens von dem Katalog dieser Mustersammlung Einsicht zu nehmen.*) Wem das Verdienst dieser Mustersammlung zuzuschreiben, ob Sr. kaiserl. Hoheit oder dem Förster Friedr. A. Wachtl, muss nach dem referirenden Kataloge unentschieden bleiben.

Die Forstakademie zu Neustadt-Eberswalde hatte in zoologischer Beziehung durch die Hand des Herrn Prof. Dr. Altum das Ihrige gethan; jedoch konnten diese Leistungen nicht mit den Wachtl'schen Präparaten concurriren, weshalb denn auch die Jury von der Prämiirung derselben Abstand nehmen musste.

Unter der Aegide des sächsischen Ministeriums des Cultus und öffentlichen Unterrichts hatte Schaufuss aus Dresden mehrere Mustersammlungen für verschiedene Unterrichtsanstalten eingesandt. Dass derartige Sammlungen auf die Einzelheiten nicht allzu grossen Fleiss verlegen können, versteht sich von selbst, weil sich der Preis dadurch zu hoch stellen würde. Wenn jedoch eine Lehranstalt eines Lehrers entbehren sollte, welcher selbständig die Auswahl und Präparation zoologischer Gegenstände zu leiten verstände, dann können wir die Anschaffung der Schaufuss'schen Naturalienkabinette nur empfehlen

Dasselbe Urtheil fällen wir von den käuflichen Sammlungen von V. Fric in Prag. Das ausgestellte Musterkabinet für Mittelschulen kostet ja nur 3000 fl., „es eignet sich — wie der Aussteller sich ausdrückt — wegen seiner eleganten Ausstattung als Geschenk reicher Mäcene für Schulen ihrer Vaterstadt.“

Der Maler Joseph Plaschke aus Landeck in Schlesien lieferte „13 Bilder von einzelnen, paar- und gruppenweise vereinigten Vögeln, deren Gefieder durch natürliche Federn wiedergegeben ist.“ Wir erblicken darin nichts anderes als Spielerei. Mussten doch in diesen Reliefbildern die Köpfe und Füsse der Vögel angeklebt werden! Es ist leichter einen Vogel gut auszustopfen, als ihn in dieser Weise unnatürlich zu behandeln.

Die Thiere, welche das österreichische Marine-Ministerium neben den Schiffsmaschinen und Geräthen aufgestellt hatte, gehören eigentlich nicht in unser Gebiet. Von den grossen Delphinen, Haien, Schildkröten anfangend bis zu den nutzbaren Krebsen, Muscheln und Schnecken lag Alles haufenweise auf tellerförmigen Korbgeflechten und es zogen die verstümmelten Individuen mehr die Gourmand's an, als die Zoologen von Fach.

Prof. Dr. Möbius aus Kiel hatte die Ergebnisse der wissenschaftlichen Exploration der Nord- und Ostsee zur Schau gestellt. Es sind jedoch die hierher bezüglichen Resultate dieses gewiegten Zoologen schon durch besondere wissenschaftliche Abhandlungen publicirt worden. Wir freuen uns, dass diese Collection in dem Ehrendiplom der Jury ihre berechtigte Anerkennung gefunden hat.

Nur der Vollständigkeit des vorliegenden Referates wegen erwähne ich schliesslich noch meine eigene Sammlung zoologisch-biologischer Präparate. Bei der Darstellung derselban ging ich von dem Grundsatze aus, die Thiere nicht allein in ihren Formen, sondern auch in ihrem Leben wiederzugeben.

Nachschrift des Herausgebers.

Da der geehrte Herr Verfasser dieses Berichtes über seine eigene Ausstellungs-Objecte mit allzugrosser Bescheidenheit hinweggeht, so sei (

*) Katalog der entomologisch-biologischen Sammlung schädlicher und nützlicher Insekten mit besonderer Rücksicht auf Land- und Forstwirthschaft. Wien 1873. Im Selbstverlage der Güter-Administration Sr. kais. Hoheit des durchlauchtigsten Herrn Erzherzog Albrecht. D. Red.

dem Herausgeber ds. Z., welcher diese schätzbaren Unterrichtsmittel genau zu besichtigen Gelegenheit fand, gestattet, auf dieselben näher einzugehen. Er erlaubt sich zu diesem Zwecke, einen Theil*) seines Aufsatzes der officiellen Ausstellungszeitung (Beil. z. n. fr. Presse Nr. 3233), in welchem er auf Grund der vom Herrn Aussteller ihm gegebenen Unterlagen das gebildete Publicum auf diese wichtigen Präparate aufmerksam machte, hier (mit den nöthigen Abänderungen) zu reproduciren:

„Wir stehen**) im deutschen Unterrichts-Pavillon in Gesellschaft der Brendel'schen Blüthenmodelle und der Büchner'schen Pilze; da finden wir in der Nähe dieser Unterrichts-Objecte jene eigenthümlichen Präparate, welche wegen ihrer äusseren Schmuck- und Anspruchslosigkeit, man möchte sagen, wegen ihrer veilchenartigen Bescheidenheit und überdies wegen der ungünstigen Lage des ihnen zugewiesenen Platzes gar leicht übersehen werden. Und doch findet der Laie in ihnen ein anziehendes und belehrendes Object seiner Schaulust, der Naturfreund einen Gegenstand seiner stillen Bewunderung und vor Allem der Lehrer der Naturgeschichte ein vorzügliches, fast möchten wir sagen — neues Lehrmittel, das ihm zeigt, **wie** er in der Schule **Naturgeschichte** treiben soll, ein Lehrmittel, das zugleich beweist, wie man mit ausserordentlich geringen Mitteln Bedeutendes zu leisten vermag, wenn sich Beobachtungsgabe mit ausdauerndem Fleisse vereint. Heben wir nun aus der Sammlung einige Präparate heraus.

Vorerst die Classe der Säugethiere ist vertreten durch zwei Ordnungen der Fledermäuse (Handflügler — *Chiroptera*) und der Nagethiere (*Glires*). Da ist die Zwergfledermaus (*Vesperugo pipistrellus*) in der mannichfachsten Stellung, fliegend, kriechend, schlafend; sie schickt sich an, ein passendes Winterquartier zu beziehen. Ein solches ist mittelst

---

*) Der Eingang jenes Aufsatzes betitelt „Lebende Bilder aus der Naturgeschichte“ lautete:

Gleichwie die Wissenschaft in mannichfacher Weise der Kunst dienstbar geworden ist, so bezeigt wiederum die Kunst sich dankbar und gefällig ihrer ernsteren Freundin, der Wissenschaft. Wenn die Plastik den rohen Stoff bearbeiten soll, vermittelt ihr zuvor die Naturwissenschaft die Kenntniss eben dieses Stoffes und seiner richtigen Verwendung; nicht anders in der Musik: das Kunstwerk reift gewissermassen an der Hand der Wissenschaft, der Akustik und der Aesthetik. Die Naturgeschichte hat sich längst die Malerei dienstbar gemacht, und wir erinnern unter Anderem nur an Rösel's treu nach der Natur gezeichnete und prachtvoll colorirte Insecten-Belustigungen (1746 bis 1761). In neuerer Zeit ist besonders die Plastik in den Dienst der Naturgeschichte getreten, wie die zahlreichen Nachbildungen von Naturkörpern, namentlich aus der Physiologie und Anatomie beweisen, welche die Unterrichtsabtheilungen zieren. Es sei nur erinnert an die berühmten Hyrtl'schen Präparate, an die in den Schulen vielfach benützten und ebenfalls ausgestellten Bock-Steger'schen Modelle, an die Büchner'schen Pilze und an die Brendel'schen aus Gummi gefertigten Blüthenmodelle, die im deutschen Unterrichts-Pavillon in ziemlicher Anzahl ausgestellt sind. Doch Eines fehlte bislang der Schule noch: ein Lehrmittel, welches, einen wichtigen Moment aus der Lebensweise der Thiere erfassend, denselben sozusagen erstarrt, als Bild hinstellt, und zwar durch den todten Naturkörper selbst in naturgetreuer Staffage.

Bislang hatte man — um von wandernden Menagerien zu schweigen — zur Unterstützung des zoologischen Unterrichts besonders zwei Mittel: zoologische Gärten, deren häufigere Benutzung jedoch nur den glücklichen Bewohnern grosser Städte vergönnt ist, und — Sammlungen in Museen und Cabinetten. In diesen aber sind die präparirten Thierkörper in der Regel aufgestellt wie Soldaten in Reih und Glied, ein treffliches Seitenstück zu den Lehrbüchern und trockenen Vorträgen, welche nur Beschreibung bieten, nicht aber Naturgeschichte. Freilich, wer das Leben der Thiere an der Quelle studiren will, der muss hinausgehen in die Natur, muss den Ameisenhaufen, die Spinne in ihrem Gewebe, den Hamster in seinem Bau, den Vogel im Baumwipfel, den Marder beim nächtlichen Raubgang belauschen. Das aber ist nur für den Forscher, nicht für die Schule. In diese müssen diese lebenden Bilder aus der Natur hinein getragen werden. Aber solche „lebende Bilder“ plastisch darzustellen, daran dachten wohl nur wenige Lehrer der Naturgeschichte, und wenn Einzelne diese Idee erfassten, so unterblieb die Ausführung entweder ganz, oder sie kam nur selten und vereinzelt vor, oder erreichte weitaus nicht die Idee. Diese Idee ist nun aber aufs neue erfasst und trefflich ausgeführt in den plastisch-zoologischen Präparaten für den naturgeschichtlichen Unterricht von Professor Landois in Münster (Westfalen).

**) Wir behalten absichtlich das Präsens der Schilderung bei.

Torfes und Holzes hergestellt und die Thiere sind in der natürlichsten Stellung angebracht. Ein Skelet demonstrirt den Knochenbau dieser sonderbaren Nachtthiere; dann die spätfliegende Fledermaus (*Vespertilio serotinus*) in fliegendem Zustande, wie sie ihre beiden Jungen, die sich an der Brust der Mutter festgeklammert haben, im Fluge mit sich herumführt, ein Seitenstück zu dem in Neu-Holland lebenden Känguruh oder Beutelthiere, welches seine Jungen bis zur Reife derselben im Beutel herumträgt; endlich die langohrige Fledermaus (*Vespertilio auritus*), welche die Eigenschaften des Langohres mit denen der Dunkelmänner verbindet und deshalb als Sinnbild der Dummheit und der Verdummungssucht gelten könnte, in vier Exemplaren. Eines davon ist so aufgestellt, wie es im Schlafe die grossen Ohren zusammengedreht verbirgt, während die Ohrdeckel als Spiesse frei vorstehen.

Die Ordnung der Nagethiere (*Glires*) bietet zahlreiche und anziehende Bilder: Die Zwergmaus (*Mus minutus*), unsere kleinste Maus, hat ihr kugeliges Nest in einen Strauch gebaut. „Wie," höre ich fragen, „eine Maus baut ein Vogelnest?" Ja, allerdings; mit ihrem Kletterschwanze hält sich eine der Alten an dem Zweige fest, während die zehn Jungen an den mit dem Neste verbundenen Grashalmen auf- und abklettern. Ein zierlicheres Bild konnte so leicht nicht in einem Präparate vorgeführt werden. Sollte man nicht glauben, die Natur habe hier ein Zwischenglied der Säugethiere und Vögel schaffen wollen? Vom Wiesel (*Mustela vulgaris*), diesem nahen Verwandten des Hermelins, präsentiren sich Männchen und Weibchen. Sie haben eine Waldmaus gefangen und streiten sich nun um die blutige Beute. Also auch hier Kampf ums Dasein und noch dazu zwischen Männchen und Weibchen. Erinnert dies nicht an manche Scenen aus dem menschlichen Leben? Die Waldmaus (*Mus silvaticus*) sitzt über ihrem Wintervorrath, einer Menge Pflaumensteine, welche sie stets an derselben Stelle, dort, wo der Stein am weichsten ist, annagt, um zum Kern durchzudringen. Eine ausserordentlich interessante Gruppe bilden die deutschen Spitzmäuse. Wir kommen gerade zum Mittagsmahl; dort am Wasser, das durch eine Spiegelscheibe versinnlicht wird, verzehrt die Wasser-Spitzmaus — die einzige schädliche unter ihren Gattungsverwandten — (*Sorex fodiens*) einen Fisch. Die Hausspitzmaus (*Sorex araneus*) trägt oben auf dem Steine eine Bärenraupe im Maule, rechts läuft eine andere mit einer Käferlarve davon, eine dritte birgt einen Käfer unter der Pfote. Die Zwergspitzmaus (*Sorex pygmaeus*) späht am Saume des Steines nach einem Käfer, während die Feldspitzmaus (*Sorex leucodon*) einen Regenwurm bewältigt. Zwei Waldspitzmäuse (*Sorex vulgaris*) schnüffeln im Gekräut nach Insecten umher. Ein Bild verderblichen Schadens bietet uns die Gruppe der Wühlmäuse (*Hypudaeus amphibius*). In vier Farbenvarietäten ist diese Wühler-Species vertreten: grau, braun, graubraun und schwarz. Die eine hat eine Erdbeere geraubt, andere verzehren in ihren unterirdischen Gängen die Wurzeln nützlicher Gartengewächse.

Von den Präparaten aus der Classe der Vögel heben wir ein Kolibri-Skelet hervor, dessen oft haarfeine Knöchelchen mit Meisterhand präparirt und im Zusammenhange vorgeführt sind. Von Amphibien ist eine Froschgruppe dargestellt. Auf dem Boden ist ein Teich — durch eine flache Branntweinflasche dargestellt — Laich und Larven in Glycerin enthaltend, die Frösche daneben in ihrer Thätigkeit, Insecten aller Art belauernd und vertilgend. Diesem Bilde reiht sich als Seitenstück die Krötengruppe an. Unter den dargestellten Arten: Geburtshel[illegible], Kreuz-Kröte etc., hebt sich unsere gemeine graue Kröte (*Bufo cine[illegible]*) vortheilhaft ab, indem sie bei einem Erdloche auf schädliches Gewürm la[illegible].

Auch die Insecten sind in verschiedenen, sehr anziehenden Leb[illegible]bildern vorgeführt. Ein Wespennest von *Vespia media* zeigt im D[illegible]schnitt das ganze Leben und Treiben dieser Thiere. Die Papierhülle, die Waben-Etagen mit Eiern, Larven, Puppen und ausschlüpfenden Ju[illegible]

bieten Alles, was ein Lehrer der Naturgeschichte in seinem Vortrage über den Wespenstaat nöthig hat. Das Nest von *Vespa rufa*, in der Erde angelegt, beherbergt eine Unzahl dieser Wespen. Aus der Gruppe der Blattschneiderbienen oder, wie man sie auch genannt hat, Tapezierbienen, ist die Birkenblattschneiderbiene (*Megachile belutina*) von höchstem Interesse. In der oberen Etage sind die Blätter, aus denen diese Thiere die Blattstücke ausgesägt haben, und unten ist die Tapezier-Arbeit dargestellt. Eine trägt fliegend ein Blattstück, während andere mit Anfertigung der Zelle in der Erde auf einer Mauer beschäftigt sind. Auch die Ameisen sind in ihrem Staatenleben dargestellt. Wir sehen unter einem abgehobenen Steine Männchen, Weibchen und Arbeiter der gelbrothen Ameise (*Formica rubida*) nebst ihren Cocons. Die Lebensweise der Mordwespen führt ein anderes Präparat vor. Diese Banditen haben kleine Nester oder Gruben, theils frei, röhrenförmig hervorragend, theils in die Erde gebaut. Nachdem sie Blattläuse, Raupen und andere unglückliche Opfer durch einen Stich gelähmt haben, schleppen sie dieselben in ihre Mördergrube — ohne dafür vom Staatsanwalt belangt zu werden. Sie legen dann ihre Eier hinein, und die Larven zehren an ihrem Opfer, schon bei ihrer Geburt eine reichbesetzte Tafel findend. Ein treffliches Seitenstück hiezu bietet die in einem andern Präparate dargestellte Gruppe von Todtengräbern (*Necrophorus vespillo*). Sie haben soeben glücklich eine Ratte mit dem Bauche nach oben in die Erde eingegraben, um ihre Eier hineinzulegen, damit die auskriechenden Larven gleich Nahrung finden. Indem wir in das Anschauen dieser plastischen Lehrmittel wieder einmal versunken sind, hören wir hinter uns die Worte: „Eine Maus, wie sie von die Vicher zernagt wird." Wahrlich es thut noth, dass deutsche Sprache und Naturgeschichte mehr als bisher in den Schulen betrieben werden. — Sowol der gemeine als auch der Rosskastanien-Maikäfer (*Melolontha vulgaris* und *hippocastani*) sind in ihrem schädlichen Treiben vorgeführt. Die Käfer selbst verzehren an einem Eichbäumchen die Blätter, während Eier und Larven unten in der Erde angebracht sind. Die Wasserkäfer-Gruppe concentrirt sich um einen Fisch. Die Larven dieser Käfer verzehren Kaulquappen und kleinere Fische, während die Puppen unbeweglich liegen. Ein Käfer sucht fliegend das Weite. Die Laufkäfer-Gruppe gliedert sich in solche, welche die Laubkronen der Bäume nach schädlichen Insecten absuchen, also gewissermassen Polizei und Gendarmerie spielen, wie die Puppenräuber und Raupenjäger (*Calosoma sycophanta* und *inquisitor*), und in andere, welche auf dem Boden räuberisch sich umhertreiben. Einige suchen sogar im Wasser Schnecken, wie der *Carabus nodulosus*, um sie am Ufer zu verzehren. Die Hirschkäfer, die Riesen unter den Käfern, sind mechanisch beweglich dargestellt, indem durch ein Hebelwerk die grossen geweihförmigen Oberkiefer auf- und zugeklappt werden können, ein sehr instructives Präparat, um die Kiefernatur dieser Geweihe zu veranschaulichen. Neben diesen die kleinen und auch die ausländischen (exotischen) Schröterformen, unter denen ein sehr grosses Exemplar besonders auffällt.

Aus der Ordnung der Schmetterlinge, dieser leichtlebigen Windbeutel unter den Insecten, hebt sich heraus der prachtvolle grosse Cecrops-Spinner (*Saturnia Cecrops*), der als Raupe, Puppe, Schmetterling und Ei alle Entwicklungs-Stadien der Schmetterlinge zur Anschauung bringt. — Von den Holzbohrern ist der Rosskastanienspinner oder Blausieb (*Cossus aesculi*) sehr instructiv dargestellt, wie er als Raupe in einem Apfelbaumstämmchen sein Zerstörungswerk treibt.

Die Maulwurfsgrillen-Gruppe zeigt dieses schädliche Insect in allen Lebensstadien, Stellungen und Thätigkeiten. Von der Seite sehend findet man das unterirdische Nest mit Eiern und eben ausgeschlüpften Jungen. Ebenso sind die Feld- und Laubheuschrecken, die Libelle (Wasserjungfer), auch Eidechsen und Skorpione, sämmtlich in ihren biologischen und physiognomischen Verhältnissen vorgeführt.

Trotz dieser sinnreichen Anordnung sind diese neuen Präparate mit äusserst geringen Mitteln angefertigt und treten deshalb in einer Unscheinbarkeit auf, welche ihnen leider in den Augen der grossen Welt zum Nachtheil gereicht. In einem kleineren oder grösseren Cigarrenkasten ist eine Unterlage von Torf eingelegt, welche mit Leimwasser angefeuchtet, mit Sand, Erde, Farbe, kleinen Steinen beschüttet und mit getrockneten Pflanzen besetzt ist. Die Thiere selbst werden dann in passenden Stellungen und Umgebungen auf dieser Unterlage angebracht. Der Kasten wird nach Vollendung des Präparats mit einer Glasscheibe verschlossen, etiquettirt, und unter diesem sicheren Verschluss darf der Professor, ohne eine Beschädigung des Präparats selbst befürchten zu müssen, das Object bei seinen Schülern oder Zuhörern umherwandern lassen."

Gewiss, durch diese Methode wird der naturgeschichtliche Unterricht aus den Fesseln todter Naturbeschreibung erlöst; er erhält neues Leben und wird zur wahren Naturgeschichte. Desshalb darf die Methode des Herrn Landois, die vorher wol kaum von Jemandem in dieser Ausdehnung auch nur versucht worden ist, bahnbrechend genannt werden. Wir fühlen uns verpflichtet, im Namen aller Lehrer der Naturgeschichte dem Hrn. Prof. Landois öffentlich hier in diesem Unterrichtsorgane den ihm gebührenden Dank für diese Unterrichtsmittel auszusprechen und wollen diese Präparate, von denen Hr. L. vermuthlich käufliche Sammlungen zusammenstellen wird, allen Lehrern der Zoologie aufs Wärmste empfohlen haben.

Der Herausgeber.

Signale der Redaction.

1) Von Joh. Müller, dem bekannten Verf. des physikalischen Lehrbuchs ist soeben erschienen eine „Vorschule der Physik", auf welche wir die Fachgenossen schon jetzt aufmerksam machen. Auch ist eine neue Auflage des math. Supplements in Aussicht.
2) Hr. Prof. Fasbender (Thorn) bittet uns in Bezug auf den von Hrn. Dr. Butz (Hft. 2, S. 151) ausgesprochenen Wunsch, mitzutheilen, dass von seiner Abhandlung „die Kopernikanischen Sehnen- u. Dreiecksberechnungen" eine Anzahl Separatabdrücke gemacht worden seien, und diese, soweit der Vorrath reiche, den Hrn. Fachgenossen gratis zu Diensten stehen.
3) Mit Bezugnahme auf die bekannte Arbeit des Hr. Rectors Dr. Hippauf „Trisection des Winkels etc." (III, 215 u. bes. Abdruck, Lpzg. bei Teubner) machen wir aufmerksam auf eine denselben Gegenstand behandelnde Broschüre des Hrn. Dr. Siedler in Bern „Trisection eines Kreisbogens u. die Kreisconchoide (aus den Mitth. der naturforsch. Gesellschaft in Bern). Bern, bei Galber 1873.
4) Von der Thätigkeit der mathem.-natw. Sectionen der drei periodischen Versammlungen, deren Organ diese Zeitschrift zugleich ist, kann in diesem Jahre nichts berichtet werden, da zwei derselben, die Philologen- und die allgemeine Lehrer-Versammlung ausfielen, in der dritten aber, der Naturforscher-Versammlung (Wiesbaden), die pädagogische Section diesmal gestrichen war. Hoffentlich wird man die Verhandlungen im künftigen Jahre mit um so grösserer Intensität wieder aufnehmen.
5) Die bekannte Zeitschrift „das pädagog. Archiv" bisher red. von Langbein wird von Neujahr 1874 ab von Dr. A. Krumme in Remscheid redigirt werden.

Kleinigkeiten aus der Schulstube.

Von Prof. Dr. Erler in Züllichau.

1.

Neuerdings ist wieder den Constructionsaufgaben eine grössere Aufmerksamkeit geschenkt worden. Es sind nicht wenig Bücher erschienen, die nicht blos eine reiche Sammlung solcher Aufgaben enthalten, sondern auch sehr zweckmässige Anweisungen zur Lösung derselben geben. Denn es ist das für den Classenunterricht ja das Missliche bei derartigen Aufgaben, dass sich schwerer eine allgemeine Anleitung zu ihrer Lösung geben lässt, als zu der Lösung algebraischer Aufgaben. Insofern wird jedes Verfahren erwünscht sein, welches wenigstens für eine ausgedehnte Classe von Aufgaben eine allgemeine Anwendung gestattet, und auf ein solches möchte ich im Nachstehenden aufmerksam machen. Es ist nämlich oft der Fall, dass durch gewisse der gegebenen Stücke die Gestalt der gesuchten Figur gegeben ist, während dann noch durch das letzte die Grösse bestimmt wird. Sind also z. B. zur Zeichnung eines Dreiecks 2 Winkel, oder 1 Winkel und das Verhältniss zweier Geraden, oder das Verhältniss dreier Geraden gegeben (wobei angenommen wird, dass die Stücke von einander unabhängig sind), so ist dadurch die Gestalt des Dreiecks bestimmt, wenn diese Bestimmung auch bisweilen mehrdeutig sein kann. Es muss nur noch eine Länge gegeben sein, aus welcher sich die Grösse des gesuchten Dreiecks ergibt. Das einzuschlagende Verfahren für solche Aufgaben ist nun leicht zu übersehen; in seiner Anwendung erfordert es aber immer eine concentrirte Aufmerksamkeit des Schülers und empfiehlt sich aus beiden Gründen sehr für den Classenunterricht, zudem die Anzahl der darnach zu lösenden Aufgaben, die sich auf alle Figuren, ja nicht blos auf die Planimetrie, sondern

auch auf die Stereometrie erstrecken, unerschöpflich ist. — Um die einzelnen dabei zu beobachtenden Punkte darzulegen, führe ich eine derartige etwas verwickelte Aufgabe als Muster durch.

Aufg. Ein Dreieck zu construiren aus einem Winkel α, dem Verhältniss $p:q$ der Gegenseite a zu der Höhe h_b auf eine der anliegenden Seiten und aus der Differenz d der Radien des ein- und umgeschriebenen Radius ϱ und r.

Aufl. Durch den Winkel α und das Verhältniss $p:q$ der Geraden a und h_b ist die Gestalt des Dreiecks gegeben. Ich nehme zwei Gerade a' und h_b', die sich $= p:q$ verhalten und zeichne ein Dreieck aus α, a' und h_b'. Durch α und a' ist mir der Radius r' des umschriebenen Kreises gegeben; durch a' und h_b' ist γ' zweideutig bestimmt; ich erhalte demnach im Allgemeinen 2 Dreiecke, welche die Stücke α, a' und h_b' enthalten, in folgender Weise. Zunächst suche ich nach bekanntem Verfahren über $a' = B'C'$ als Sehne den Abschnitt, welcher den Winkel α fasst (Fig 1 und 2), schlage über a' als Durchmesser einen vollständigen Kreis und mit h_b' um B' einen Kreis, welcher den vorigen im Allgemeinen in 2 Punkten F' Fig. 1 u. F' Fig. 2 schneidet. Diese Durchschnittspunkte verbinde ich mit C' und die Durchschnitte A' dieser Geraden und des Kreisabschnittes über a' mit B', so sind die beiden Dreiecke $A'B'C'$ diejenigen, welche dem gesuchten ähnlich sind. Es ist klar, dass die Aufgabe unmöglich wird, wenn $h_b' > a'$, dass beide Dreiecke in eines zusammenfallen, wenn $h_b' = a'$, indem der Durchschnittspunkt des 2. und 3. Kreises mit C' zusammenfällt, so dass die Verbindungslinie zur Tangente an den 2. Kreis, d. h. zum Lothe auf $B'C'$ wird, dass endlich der stumpfe Winkel für γ' unzulässig ist, wenn $\alpha + \gamma' > 2R$ wird. — Die weitere Construction ist für beide in Fig. 1 und 2 dargestellten Dreiecke ganz dieselbe. Ich halbire die Winkel B' und C' durch Gerade, die sich in O' schneiden, fälle $O'D' \perp B'C'$, ziehe MA', MB', $MC' = r'$, trage $O'D'$ auf MC' von C' ab bis E', so das $ME' = r' - \varrho'$ ist. Ich betrachte nun M als den Aehnlichkeitspunkt für das bereits gefundene und das gesuchte Dreieck und trage daher d auf ME' von M aus ab bis E; zie- $E'A'$, ferner $EA \parallel E'A'$ bis zum Durchschnitte mit MA' in A $AB \parallel A'B'$ bis zum Durchschnitt mit MB' in B, $BC \parallel B'C'$ b zum Durchschnitt mit MC' in C und verbinde A und C, so i ABC das verlangte Dreieck.

Bew. Zunächst ist $MA' : MA = MB' : MB = MC' : MC$, also auch $A'C' \parallel AC$, also $B'A'C' \sim BAC$; ferner da $MA' = MB' = MC'$, auch $MA = MB = MC$, also MC der Radius des umschriebenen Kreises. Zieht man $BF \parallel B'F'$ bis zum Durchschnitt mit AC in F, so ist $BF \perp AC$ und $= h_b$, ferner $BCF \sim B'CF'$, also $BC : BF$ oder $a : h_b = B'C' : B'F' = p : q$. Zieht man ferner $BO \parallel B'O'$, $CO \parallel C'O'$ bis zum Durchschnitt in O, so ist $\sphericalangle OBC = O'B'C' = \frac{1}{2}B' = \frac{1}{2}B$, und $OCB = \frac{1}{2}C$, also O der Mittelpunkt des eingeschriebenen Kreises, und wenn $OD \parallel O'D'$ gezogen wird, so ist $OD \perp BC$, also $= \varrho$. Nun ist $BOC \sim B'O'C'$, also $OD : O'D' = BC : B'C' = CA : C'A' = CE : C'E'$ und $= CM : C'M'$, folglich $CM - OD : C'M' - O'D' = CE : C'E'$, nun war $C'M' - O'D' = C'E'$, also ist $r - \varrho = CM - OD = CE = d$.

Auf folgende Punkte mache ich noch besonders aufmerksam. Zunächst wird die Figur gezeichnet, welche der gesuchten ähnlich ist, ich nenne sie F', die gesuchte F; und hierbei können alle Schwierigkeiten eintreten, die stattfinden, wenn nicht das Verhältniss, sondern die Geraden selbst gegeben sind. Hierauf wird für F' diejenige Linie gezeichnet, deren Länge für F gegeben ist, und jeder Endpunkt derselben mit einer Ecke der Figur F' verbunden. Einen dieser Endpunkte betrachte ich als den Aehnlichkeitspunkt und trage von ihm aus die gegebene Linie auf der gezeichneten ab und zeichne dann durch Parallelen, die stets bis zum Durchschnitt mit den von dem Aehnlichkeitspunkte ausgehenden Geraden verlängert werden müssen, eine der Fig. F' ähnliche Fig. F, welche die verlangte ist. Zum Beweise, der ebenso wie die Construction mancherlei Modificationen gestattet, ist es vortheilhaft, nur Parallelen zu ziehen. Dann hat man stets nur folgende Sätze anzuwenden: Winkel mit parallelen Schenkeln sind gleich; Dreiecke, deren Seiten parallel sind, sind ähnlich, und die bekannten Sätze der Proportionslehre.

2.

Wenn die Definitionen für die inversen Rechnungsarten, wie es jetzt gewöhnlich geschieht, so aufgestellt werden, dass der Charakter der Umkehrung in ihnen ausgedrückt ist, so ist es naturgemäss, auch die Beweise der Sätze über diese Rechnungs-

arten so zu führen, dass man nachweist, der Definition werde genügt. Es geschieht dies auch jetzt gewöhnlich, aber nicht immer mit der wünschenswerthen Consequenz, die es dem Schüler möglich macht, nachdem ihm der Beweisgang an einem Satze klar gemacht, selbst die übrigen Beweise zu führen. Namentlich auf die Sätze von den Logarithmen habe ich diese Beweisart noch nicht angewendet gefunden, bin auch selbst erst vor Kurzem darauf gekommen und möchte daher darauf aufmerksam machen. Der Logarithmus a zur Grundzahl b ist nun diejenige Zahl, mit welcher b potenzirt a giebt. Lehrs. $\overset{\alpha}{\log}\, ab = \overset{\alpha}{\log}.a + \overset{\alpha}{\log}\, b$. Bew. Ich potenzire α mit $\overset{\alpha}{\log}\, a + \overset{\alpha}{\log}\, b$, dann ist $\alpha^{\overset{\alpha}{\log}\, a + \overset{\alpha}{\log}\, b} = \alpha^{\overset{\alpha}{\log}\, a}\, \alpha^{\overset{\alpha}{\log}\, b} = ab$; da dies nun der verlangte Logarithmandus ist, so ist die rechte Seite der richtige Logarithmus.

3.

An einem andern Orte habe ich bei Besprechung der Stereometrie von Helmes auf die schöne Behandlung aufmerksam gemacht, welche derselbe der Symmetrie zu Theil werden lässt. Durch nachstehende Betrachtungen möchte ich sie noch erweitern und vervollständigen.

An jeder körperlichen Raumgrösse unterscheidet man nach den 3 Dimensionen drei Gegensätze der Lage, den des Rechts und Links, des Oben und Unten, des Vorn und Hinten. Bringt man eine solche Raumgrösse in eine andre Lage, so ändert sich entweder keine dieser Beziehungen, wenn ich z. B. die Raumgrösse sich selbst parallel verschiebe, oder es gehen zwei in ihre Gegensätze über; drehe ich z. B. einen Körper um eine vertikale Achse, so wird das, was vorher hinten lag, nun vorn, aber auch zugleich das, was vorher rechts lag, nun links liegen, während das, was vorher oben lag, auch jetzt noch oben bleibt. Dagegen ist es unmöglich, dass nur eine dieser Beziehungen, oder alle drei in ihren Gegensatz übergehen. Hat man daher drei Raumgrössen, die zwar in der Länge aller Kanten, in der Grös aller Linienwinkel und Flächenwinkel, in der Congruenz alle ebenen Figuren paarweise der Reihe nach übereinstimmen, di aber in einer oder in drei jener Beziehungen der Lage im Gegensatz stehen, so können diese mit den homologen Stücken nich

zur Deckung gebracht werden. Man nennt dieselben symmetrisch.

Lassen sich nun alle Punkte zweier Körper paarweise durch Gerade so verbinden, dass diese Verbindungslinien sich sämmtlich in einem Punkte schneiden und in ihm halbirt werden, so sind sie symmetrisch und man sagt von ihnen, sie befinden sich in der Scheitellage. Der gemeinsame Durchschnittspunkt heisst der Scheitel, und der eine Körper heisst der Scheitelkörper des andern. Bew. Der Scheitel heisse O, die in O halbirten Geraden seien AA', BB' ... Demnach ist $AOB \cong A'OB'$, folglich $AB = A'B'$, und $\sphericalangle\, OAB = OA'B'$, f. $AB \parallel A'B'$, und da dies von sämmtlichen homologen Geraden gilt, so sind auch die homologen Winkel, als Winkel mit parallelen Schenkeln, gleich und liegen in parallelen Ebenen, also sind auch die von homologen Ebenen gebildeten Flächenwinkel gleich, endlich sind die entsprechenden ebenen Figuren gleich, da alle homologen Seiten und Winkel paarweise gleich sind. Dagegen stehen die Raumgrössen in allen drei Beziehungen der Lage im Gegensatz; denn geht OA nach rechts, vorn, oben, so geht OA' nach links, hinten, unten.

Lassen sich alle Punkte zweier Körper durch Gerade so verbinden, dass diese Verbindungslinien sämmtlich durch eine auf ihnen senkrechte Ebene halbirt werden, so sind sie symmetrisch und man sagt von ihnen, sie befinden sich in der Spiegellage. Die Ebene heisst der Spiegel und jeder Körper heisst das Spiegelbild des andern. Bew. Der Spiegel heisse S und es werden die Geraden AA', BB', CC', DD' ... von der zu ihnen senkrechten Ebene S in den Punkten α, β, γ, δ ... halbirt, so ist $A\alpha\beta B \cong A'\alpha\beta B'$, folgl. $AB = A'B'$, also sämmtliche homologen Kanten gleich, folgl. $ABC \cong A'B'C'$, folgl. $\sphericalangle\, ABC = A'B'C'$, also sämmtliche von homologen Kanten gebildeten Linienwinkel gleich, also sind auch sämmtliche homologen ebenen Figuren congruent, und die Flächenwinkel in den 3seitigen Ecken $A\ (BCD)$ und $A'\ (B'C'D')$ wegen der Gleichheit der 3 Seiten derselben gleich. — Dagegen findet ein Gegensatz der Lage nur in einer Beziehung statt; ist z. B. die Spiegelebene horizontal, so ist, wenn αA rechts vorn oben liegt, $\alpha A'$ rechts vorn unten.

Hat man nun zu einem Körper K sein Spiegelbild K' und

den Scheitelkörper K'', so differiren nach dem Vorigen K und K' in einer, K und K'' in allen 3 Beziehungen der Lage; dagegen sind K' und K'' selbst untereinander congruent. Es ist nämlich möglich, den Körper K' in die Scheitellage, oder den Körper K'' in die Spiegellage zu bringen. Errichtet man nämlich in einem Punkte O der Spiegelebene ein Loth OP und dreht K' um OP als Achse um 180^0 herum, so kommt $O\alpha$ so in die Richtung $O\alpha''$, dass $\alpha O\alpha''$ eine Gerade bildet; es ist nun $A\alpha = A'\alpha$ oder in der neuen Lage $= A''\alpha''$, und $A\alpha O = A''\alpha''O$, folgl. $A\alpha O \cong A''\alpha''O$, folgl. $\sphericalangle\, AO\alpha = A''O\alpha''$, also AOA'' eine in O halbirte Gerade, und da dies demnach auch von BB', CC' gilt, so befindet sich K' in der Scheitellage. — Befinden sich umgekehrt K und K'' in der Scheitellage, so können sie sofort in die Spiegellage gebracht werden. Zieht man nämlich durch den Scheitel O eine beliebige Gerade OP und legt durch O eine zu OP senkrechte Ebene E und fällt von A, B, C ... und A'', B'', C'' ... Lothe $A\alpha$, $A''\alpha''$ u. s. w. auf diese Ebene, so ist $\alpha O\alpha''$ eine gerade Linie, ferner $OA = OA''$, $AO\alpha = A''O\alpha''$ und $A\alpha O = A''\alpha''O$, folgl. $A\alpha = A''\alpha''$. Dreht man nun K'' um OP als Achse um 180^0 herum, so fällt $O\alpha''$ in $O\alpha$ und es wird demnach AA'', oder in der Bezeichnung der neuen Lage AA' in α von der darauf senkrechten Ebene E halbirt u. s. w. — Zu bemerken ist hierbei, dass im ersten Falle der Punkt O beliebig, die Richtung von OP durch die Spiegelebene bestimmt, im 2. Falle der Scheitel O bestimmt, dagegen die Richtung von OP beliebig ist.

Hieraus folgt, dass es zu jedem Körper, abgesehen von der Lage, nur einen symmetrischen Körper giebt, dass also 2 Körper, die einem dritten symmetrisch sind, unter sich congruent sein müssen.

Lassen sich die Punkte zweier Raumgrössen paarweise durch gerade Linien so verbinden, dass diese Verbindungslinien sämmtlich durch einen Punkt gehen, in dem sie proportional getheilt werden, so heissen sie direct ähnlich oder auch schlechtweg ähnlich, wenn je zwei entsprechende Punkte auf derselben Seite des gemeinsamen Punktes liegen, dagegen symmetrisch ähnlich wenn sie auf entgegengesetzten Seiten dieses Punktes liegen In beiden Fällen gilt, dass je zwei homologe Geraden proportional und parallel, je zwei homologe Linienwinkel gleich, je

zwei homologe ebene Figuren ähnlich und proportional, je zwei homologe Flächenwinkel gleich sind. Im ersten Falle stimmen sie in allen Beziehungen der Lage überein, im zweiten differiren sie in allen Beziehungen und befinden sich in der Scheitellage. Bew. Der constante Quotient der Verhältnisse $OA : OA'$, $OB : OB' \ldots$ sei q, so ist $OA : OA' = OB : OB'$ und $AOB = A'OB'$ folgl. $AOB \sim A'OB'$, folgl. $\sphericalangle BAO = B'A'O$, also $AB \parallel A'B'$, und $AB : A'B' = q$ für alle homologen Geraden; demnach sind auch alle homologen Linienwinkel gleich, als Winkel mit parallelen Schenkeln, und liegen in parallelen Ebenen, demnach sind auch alle homologen Flächenwinkel gleich; endlich folgt die Aehnlichkeit homologer ebener Figuren aus der Proportionalität der Seiten und der Gleichheit der Winkel, und da $ABC : A'B'C' = q^2$ und dies für alle entsprechenden ebenen Figuren gilt, so sind auch sie proportional. — Der Quotient q des Verhältnisses je zweier Linien, der für alle homologen Geraden ähnlicher Raumgrössen derselbe ist, heisst ihr Längenquotient, der des Verhältnisses je zweier Flächen dieser Grössen ihr Flächenquotient, und zwar gilt, dass der Letztere stets das Quadrat des Längenquotienten ist. Die Ausmessung der Körper lehrt, dass auch je zwei homologe Körpertheile ähnlicher Raumgrössen proportional sind; der Quotient dieser gleichen Verhältnisse heisst der Körperquotient und ist der Kubus des Längenquotienten.

Lässt sich ein Körper K, sei es durch eine Spiegelebene, sei es durch einen Scheitelpunkt in zwei einander symmetrische Theile A und B theilen, so ist K seinem Scheitelkörper oder Spiegelbilde K' nicht blos symmetrisch, sondern auch congruent. K' lässt sich nämlich dann ebensowohl in die symmetrischen Theile A' und B' zerlegen. Nun ist es allerdings, wie oben gezeigt, nicht möglich K so mit K' zur Deckung zu bringen, dass die homologen Theile A und A', B und B' zusammenfallen; da aber sowohl B als auch A' symmetrisch zu A sind, so sind B und A' und ebenso A und B' congruent. Es lassen sich also K und K' so zur Deckung bringen, dass A' in B und B' in A fällt. Es gibt demnach unter den Raumgrössen, die in allen einzelnen Stücken übereinstimmen, 1) solche, die nur congruent und nicht symmetrisch sind z. B. 2 Parallelepipeda, deren Kanten paarweise gleich und gleich gerichtet sind, und für welche die in einer Ecke zusammenstossenden Winkel schief

und unter sich ungleich siud; 2) solche, die nur symmetrisch, aber nicht congruent sind, z. B. die Hälften eines schiefen Kegels, die durch den Normalschnitt gebildet werden: sie befinden sich in der Spiegellage; die Hälften eines schiefen Parallelepipedums, die durch irgend eine Ebene gebildet werden, welche durch den Durchschnittspunkt der Diagonale gelegt wird; sie befinden sich in der Scheitellage, indem jener Durchschnittspunkt der Scheitel ist; 3) solche, die zugleich congruent und symmetrisch sind, z. B. der schiefe Kegel, das schiefe Parallelepipedum und das Spiegelbild beider Körper; die Hälften eines geraden Cylinders, die durch einen Achsenschnitt gebildet werden, und zwar befinden sich dieselben sowohl in der Spiegellage, indem der Achsenschnitt die Spiegelebene bildet, als auch in der Scheitellage, indem die Mitte der Achse der Scheitel ist.

Ebenso giebt es unter ähnlichen Körpern solche, die nur direct ähnlich, solche, die nur symmetrisch ähnlich, und solche, die zugleich direct und symmetrisch ähnlich sind und für die letzteren gilt ebenfalls die Bedingung, dass sich ein solcher in zwei unter sich symmetrische Theile zerlegen lässt.

Endlich folgt auch noch, dass für jede ebene Figur, da sie als ihr eigenes Spiegelbild betrachtet werden kann, Congruenz und Symmetrie verbunden sind, je zwei congruente Figuren symmetrisch, je zwei symmetrische auch congruent sind.

4.

Bei scharfer Beweisführung lassen sich manche Beweise ungemein abkürzen und bieten dann in dem Sinne des schönen Programms von Freyer in Ilfeld: „Beispiele aus der Mathematik zur Logik“ treffliche Gelegenheit zur Uebung in schwierigeren Schlussformen. Es ist wahr, dass diese Beweise durch solche Kürze und Schärfe bisweilen schwieriger für das Verständniss werden, als wenn man sie mit einer gewissen behaglichen Breite ausführt, und insofern mag die letztere Behandlung für den Anfänger pädagogisch richtiger sein; aber in den ober-- Classen und daher in der Stereometrie sollte man die Schü zu solch kurzer und scharfer Beweisführung zwingen, ihnen d Umfang der Gültigkeit eines Beweises zum deutlichen Bewus sein bringen. Und das wird nur zu oft versäumt. Wenn m

im Euklid. Beweise des pythagor. Lehrsatzes z. B. bewiesen hat, dass das rechte Rechteck gleich dem rechten Quadrate ist, so ist damit auch bewiesen, dass jedes derartige Rechteck gleich dem zugehörigen Quadrate ist. Es ist daher nicht einmal ganz scharf zu sagen, es lasse sich ebenso von dem linken Rechtecke beweisen; denn es gibt dem Gedanken Raum, als lasse man den eigentlich nöthigen Beweis blos weg, um eine Wiederholung dessen zu vermeiden, was jeder leicht selbst hinzufügen werde. Wenn man im Dreieck bewiesen hat, dass $a = 2r \sin \alpha$ und der Beweis setzt ausdrücklich oder stillschweigend voraus, dass α spitz ist, so ist zwar damit bewiesen, dass für die andern spitzen Winkel β und γ auch $b = 2r \sin \beta$, $c = 2r \sin \gamma$; dagegen ist die Formel für einen stumpfen W. erst noch zu beweisen; und es ist ebenso unrecht, das letztere wegzulassen, als den Beweis für einen zweiten spitzen Winkel zu wiederholen. Ich füge hierfür noch ein paar Beispiele aus den ersten Kapiteln der Stereometrie hinzu, die einiges Frappante haben. Lehrs. Die Durchschnittskanten dreier sich schneidender Ebenen sind entweder parallel oder schneiden sich in einem Punkte. Die Ebenen seien A, B, C; ihre Kanten nach den Gegenseiten benannt, α, β, γ. Gewöhnlich beweist man nun: Wenn α und β sich parallel sind, so ist auch γ ihnen parallel; wenn α und β sich schneiden, so schneidet auch γ diese Geraden in demselben Punkte, und führt so zwei Beweise, weil man den eigentlichen contradictorischen Gegensatz übersieht. Ich beweise so: Es sind nur 2 Fälle denkbar, entweder schneidet sich wenigstens 1 Paar Kanten, oder es schneidet sich kein Paar. Schneiden sich also α und β in O, so gehört O sowohl B und C, als auch A und C, also A und B, also auch γ an. Schneidet sich also mindestens ein Paar in einem Punkte, so geht auch die dritte Gerade durch diesen Punkt. Schneidet sich aber kein Paar, so sind sie, da sie paarweise in einer Ebene liegen, sämmtlich parallel. — Ganz ähnlich ist es mit den beiden Sätzen: Wenn eine von zwei Parallelen einer Ebene parallel ist, so ist es auch die andre, und: Wenn eine von zwei Parallelen eine Ebene schneidet, so schneidet auch die andere die Ebene. Auch hier findet man gewöhnlich zwei Beweise, von denen der erste noch in 2 Fälle gespalten wird, während durch den zweiten der erste zugleich bewiesen ist. Denn es ist dann nur noch der

Fall denkbar, dass keine von beiden Parallelen die Ebene schneidet, d. h. dass sie beide der Ebene parallel sind. Zum Beweise des Satzes: „Eine Senkrechte A auf der einen von zwei parallelen Ebenen ist auch senkrecht auf der andern“ legt man gewöhnlich zwei Ebenen durch die Gerade A, während der Beweis nur einer solchen Ebene bedarf, die man durch die Gerade A und eine beliebige in der 2. Ebene gezogene Gerade B legt. Denn indem man zeigt, dass A auf B senkrecht steht, hat man gezeigt, dass A auf jeder beliebigen in der 2. Ebene durch ihren Fusspunkt gezogenen Geraden senkrecht steht. — Es ist also hier kürzer zu beweisen, dass A auf allen in der Ebene gezogenen Geraden senkrecht steht, als dass sie auf zweien senkrecht ist.

Bemerkungen zur Praxis des trigonometrischen Unterrichts.

Von Dr. Ridte in Hamm.

1. Dass der schliessliche Zweck der trigonometrischen Auflösung eines Dreiecks für die Schule in erster Linie das Erlernen der Handhabung der Formeln, und dass „das Neue, was der Schüler hier vorzugsweise lernen soll, die Handhabung der logarithmisch-trigonometrischen Tabelle sei," wie Herr College Brockmann (IV, 1. S. 37) sagt, kann ich nicht zugeben. Ich habe von jeher geglaubt, die Handhabung der trig. Tabelle werde gelernt um die Auflösung der Dreiecke und der durch diese ermöglichten Anwendungen und Uebungen willen, nicht aber umgekehrt; demgemäss meine ich, dass jene Handhabung schon vorher vollständig gelernt sein solle, wobei ich natürlich für selbstverständlich halte, dass sie durch die spätere Anwendung weiter geübt und befestigt wird. Mir ist sogar der Gebrauch der logarithmischen Tafeln stets nicht nur nicht als ein Zweck des Unterrichts, sondern vielmehr als ein nothwendiges Uebel erschienen, und ich betrachte es als eine Aufgabe des Lehrers, den Gebrauch der Logarithmen als eines mechanischen Handwerkszeuges überall zu Gunsten mehr geistiger Uebungen möglichst einzuschränken.

2. Eben desshalb habe ich wiederholt in dieser Zeitschrift der allgemeinen Abschaffung der siebenstelligen Tafeln das Wort geredet, da die mechanische Arbeitslast für den Schüler ohne eigentlichen geistigen Gewinn bei denselben ganz erheblich grösser ist, als bei den fünfstelligen. Wie die Behauptung, die letzteren gewährten gegen die siebenstelligen keine wesentliche Zeitersparniss, aufrecht erhalten werden kann, ist mir unbegreiflich. Ich habe jedoch dieser Behauptung wegen eigene Versuche angestellt, indem ich eine ganze Reihe verschiedenartiger Rechnungen auf

beide Weisen unter Vergleichung der Uhr ausführte. Um jedenfalls kein Vorurtheil zu Gunsten der fünfstelligen Logarithmen einwirken zu lassen, rechnete ich die Exempel mit dieser zuerst und bediente mich eines neuen, noch nicht gebrauchten Exemplars einer Tafel von mir noch nicht geläufig gewordener Einrichtung (Hertzer, 1872), während ich für die siebenstelligen Rechnungen das von mir seit 21 Jahren gebrauchte Exemplar von Vega-Hülsse benutzte. Dabei ergab sich für nicht zu kurze Rechnungen bei sieben Decimalen durchschnittlich ein Mehrverbrauch an Zeit von fast $50^0/_0$. In anderen Fällen, wo ich meine gewohnte fünfstellige Tafel von August anwendete und die Exempel mit dieser zuerst rechnete, brauchte ich mit derselben nur die Hälfte der bei sieben Decimalen erforderlichen Zeit.

Hierbei setze ich jedoch voraus, dass öftere Interpolationen in der trigon. Tafel vorkommen, denn bei diesen, insbesondere bei der Bestimmung der Secunden (bis zu den Hundertsteln) für eine gegebene Function, tritt jener erhebliche Zeitverbrauch gegenüber fünfstelligen Rechnungen (mit Interpolation nur auf ganze Secunden) vorzugsweise ein. Ist z. B. zu log sin $\alpha = 9{,}6010(00)$ der Winkel zu bestimmen, so habe ich nach Vega $1099 : 48{,}37 = 22{,}72$ schriftlich auszurechnen, und hier macht schon das blose Anschreiben der Divisions-Aufgabe mehr Arbeit, als wenn ich nach August kurzer Hand im Kopfe $\frac{11 \,.\, 60}{29} = \frac{11 \,.\, 58}{29} + \frac{11 \,.\, 2}{29} = 22 + \frac{22}{29}$, also 23 berechne. Ich habe absichtlich kein besonders bequemes Beispiel für die letztere Rechnung gewählt. Freilich im Kopfe muss die Interpolation hierbei stets gemacht werden, wobei auf die vorkommenden Abkürzungen Rücksicht zu nehmen ist und die Bruchtheile der Secunden gar nicht berechnet werden. Ich ziehe desshalb die Differenzen für die ganze Minute denen für die einzelne Secunde $\left(\frac{d}{60}\right)$, wie sie z. B. Schlömilch gibt, vor. Bei letzterem wäre in obigem Beispiel $11 : 0{,}48$ zu berechnen, wobei der Schüler leicht geneigt sein wird, zur Feder zu greifen und so einen Theil des gebotenen Vortheils daran zu geben.*) Eine Genauigkeit der Berechnung auf ganze Secunden ist fi

*) In ähnlicher Weise scheint mir auch bei den Brigg'schen Log rithmen die Beifügung des ganzen Interpolations-Apparates für fünf De malen mindestens entbehrlich.

Schüler auch völlig hinreichend; man mache sich doch nur klar, wie gross eine solche Genauigkeit schon ist, und wie weit in Wirklichkeit die gewöhnlichen Messungen der Praxis reichen. Will man aber bei dem Gebrauche der siebenstelligen Tafeln durch Verzicht auf die Hundertstel an Zeit gewinnen, wozu dann überhaupt die sieben Decimalen?

Mir scheint diese Frage durchaus keine Kleinigkeitskrämerei zu sein, ja ich kann mich, wenn ich finde, dass hier oder da Vega oder Bremiker gebraucht wird, dabei niemals des Gedankens entschlagen, dass damit ein entschiedener pädagogischer Fehler begangen werde. Denn als solchen betrachte ich es, wenn man die Schüler nöthigt, z. B. auf eine Arbeit, die in einer halben Stunde gemacht werden kann, blos für eine mechanische Thätigkeit die doppelte Zeit zu verwenden.

3. Die Weitläufigkeit der Interpolation in den siebenstelligen trigonometrischen Tafeln erklärt wohl auch zum Theil die Verurtheilungen, welche der Gebrauch der Hilfswinkel neuerdings mehrfach erfahren hat. So sagt Bardey in seiner arithmetischen Aufgabensammlung über die Hilfswinkel bei quadratischen Gleichungen: „Bei Tafeln ohne die Differenzen für die Secunden ist die trigonometrische Auflösung mit Hülfe des Sinus, wenn c positiv ist, mindestens doppelt so lang und umständlich, die mit Hülfe der Tangente, wenn c negativ ist, mindestens dreimal so lang und umständlich als die hier gegebene, und mit der Länge der Rechnung wächst die Unsicherheit derselben in gleichem Grade.“ Erler (Zeitschr. f. d. Gymnasialwesen, XXVI, April, S. 268 ff.) citirt diesen Ausspruch beistimmend und führt denselben weiter aus, und Mr. Hoüel, Prof. d. Math. zu Bordeaux, geht in dieser Zeitschrift (III, 4, S. 378) gar so weit, zu sagen: „Für alle einfachen Rechnungen sind die Hilfswinkel ganz und gar aus den Lehrbüchern gleichwie aus der Praxis zu verbannen.“ Zur Begründung bemerkt derselbe vorher, dass die Hilfswinkel „die numerische Rechnung erschweren, weil sie den Gebrauch der trigonometrischen Tafeln erfordern, der viel beschwerlicher ist, als der der gemeinen Logarithmen.“

Eben die Richtigkeit dieser letzteren Begründung bestreite ich für fünfstellige Tafeln und Interpolation durch Kopfrechnung in der angegebenen Weise, und überhaupt finde ich die vorstehend citirten Bemerkungen sämmtlich zu weitgehend. Dass

hier und da der Werth der Hilfswinkel überschätzt worden, dass man mehrfach durch dieselben sogar auf Weitläufigkeiten gegenüber der directen Rechnung gerathen ist, kann nicht bestritten werden, und für den gewöhnlichen Schulunterricht verzichte ich unter den bestehenden Verhältnissen ebenfalls völlig auf eine systematische Theorie und Anwendung der Hilfswinkel. Für die Praxis aber und auch in einzelnen Fällen als bildendes Uebungsmaterial für die Schule können dieselben jedoch unter Umständen einen nicht geringen Werth gewinnen. In Betreff der quadratischen Gleichung $ax^2 + 2bx + c = 0$ z. B. ist es gewiss eine grobe Weitläufigkeit, die Hilfswinkel in der bekannten Weise anzuwenden, wenn a, b, c selbst gegeben sind, und nur wenn statt dieser Coefficienten deren Logarithmen gegeben sind und $\log x$ gesucht wird, ist die trigonometrische Auflösung von Werth. Allein dieser letztere Fall kommt doch in der Praxis auch vor, und für den, welcher den Gebrauch der Hilfswinkel lernen oder sich in der Handhabung der goniometrischen Formeln üben will, bieten gerade die quadratischen Gleichungen ein einfaches und durch die Vergleichung mit den übrigen Auflösungsmethoden derselben, unter anderen auch mit der construirenden, recht anregendes und bildendes Material. Eben dieser Vergleichungen wegen ist es auch schwerlich sehr zu verdammen, wenn man Lehre und Uebung an in der obigen Form gegebene Gleichungen anknüpft; dass die Frage, unter welchen Bedingungen bei numerischen Rechnungen die eine oder die andere Auflösung den Vorzug verdiene, in solchem Falle Erörterung finde, ist gewiss zu wünschen. Aber auch bei der Berechnung mittelst

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{b}{a}\sqrt{1 - \frac{ac}{b^2}}$$

sehe ich nicht ein, warum es nicht unter Umständen ein Vortheil sein kann, den Logarithmus der Wurzelgrösse trigonometrisch zu suchen. Bardey will zu $\log \frac{ac}{b^2}$ den Numerus aufschlagen, ihn von 1 subtrahiren und dann weiter das zweite Glied der Forme logarithmisch berechnen. Kann ich aber z. B. $\frac{1}{2} \log \frac{ac}{b^2}$ a log sin φ in der Tafel aufschlagen und daneben unmittelbar de $\log \sqrt{1 - \frac{ac}{b^2}} = \log \cos \varphi$ ablesen (wobei selbstverständlich d

Secunden gar nicht berechnet werden, sondern unmittelbar zwischen beiden Columnen interpolirt wird), so erspare ich mindestens ein einmaliges Blättern in der Tafel. Aehnliche Beispiele lassen sich in grosser Menge anführen; es genüge auf den Nutzen der Hülfswinkel zur Vereinfachung von Formeln oder Rechnungen bei häufig vorkommenden trigonometrischen Gleichungen, wie z. B. $a \,.\, \sin x + b \,.\, \cos x = c$ hinzuweisen und in Betreff der vollständigen Verbannung der Hülfswinkel aus den Lehrbüchern auch an den irreducibelen Fall der cardanischen Formel zu erinnern.

Das Gesagte kurz zusammenzufassen, meine ich also, dass die Hilfswinkel in vereinzelten Fällen ein recht praktisches und anregendes Werkzeug sind, indem sie manche unläugbare Vortheile zur Erzielung einer abgekürzten numerischen Rechnung oder einer anscheinenden Eleganz der Formeln gewähren. Diese Bedeutung derselben aber ist zu untergeordnet, um ihnen als einem integrirenden Bestandtheil des regelmässigen systematischen Schulunterrichts die zur Erreichung der nöthigen Sicherheit und Gewandtheit erforderliche Zeit auf Kosten anderer, bildenderer Parthien widmen zu dürfen. Als Uebungsmaterial zur gelegentlichen Behandlung oder zum Privatstudium sind sie auch hier von Werth.

4. Damit komme ich nun auf die im Eingang dieses Artikels citirte Entgegnung Brockmann's zurück, um zu constatiren, dass wir nicht im Princip, sondern nur in der Anwendung desselben von einander abweichen. Völlig einverstanden bin ich nämlich mit dem Grundsatze, dass nicht die Rücksicht auf die rein wissenschaftlich beste oder kürzeste Form der Behandlung, sondern diejenige auf den pädagogischen Werth als erziehendes Bildungsmittel es ist, welche bei der Wahl der Stoffe und der Methoden in erster Reihe betont werden muss. Beide Rücksichten fallen oft, aber doch nicht immer zusammen, schon desshalb nicht, weil wir die zum Verständniss der strengen Wissenschaft nöthige geistige Reife erst entwickeln helfen sollen, weil unser Publicum zum Theil aus Kindern oder kaum dem Knabenalter entwachsenen Jünglingen von sehr ungleicher Befähigung besteht. Mir scheint, dass dies bei den Erörterungen über die Methode des mathematischen Unterrichts nicht selten viel zu wenig beachtet wird, und es sei mir gestattet, beispielsweise

eine specielle Parthie der Trigonometrie in dieser Beziehung etwas näher zu beleuchten.

Bei der Berechnung eines Dreiecks aus irgend welchen Bestimmungsstücken stellen Praxis uud Wissenschaft an das zu befolgende Verfahren gleichmässig die Anforderungen möglichster Kürze und Eleganz neben möglichster Genauigkeit der Resultate. Für den Unterricht treten diese Forderungen entschieden zurück hinter diejenigen, dass sich an der Behandlung der betreffenden Aufgabe möglichst viel neues lernen, möglichst viel altes repetiren und befestigen lasse, dass nach Möglichkeit Gelegenheit geboten werde zu selbständiger geistiger Arbeit und zur Verknüpfung mit anderen Parthien des Unterrichts. Die Frage, ob die Resultate so oder so etwas kürzer oder sicherer erhalten werden, kommt — darin stimme ich, wie bemerkt, Brockmann bei*) — erst in zweiter Linie. So würde es bei Aufgaben, wie beispielsweise: „Ein Dreieck aus der Differenz zweier Seiten, der der Differenz der den letzteren gegenüberliegenden Winkel und der dritten Seite zu berechnen," wohl wissenschaftlich richtig sein, die Lösung derselben stets auf ein allgemeines Princip, die Bildung und Auflösung von Bestimmungsgleichungen zwischen den gegebenen und den gesuchten Stücken, zu gründen; aber für einen Beweis von pädagogischem Geschick des Lehrers würde ich ein solches Verfahren niemals halten. Denn für den Schüler ist eine solche allgemeine Methode entweder zu abstract, und die Anwendung auf den concreten Fall wird ihm mehr wie andere Behandlungsweisen als Kunststück erscheinen, oder sie ist für ihn zu schablonenmässig, erspart ihm eigenes Denken und führt ihn zu wenig auf die Genesis der correcten Entwickelung. Hier ist vielmehr in erster Linie an die entsprechende geometrische Constructionsaufgabe anzuknüpfen, wodurch nicht nur die Pensen früherer Classen auf anregende Weise repetirt und die Beziehungen zwischen Geometrie und Arithmetik zu klarer Erkenntniss geführt, sondern auch an bereits bekanntem und geübtem Entwickelungsgang die gesetzmässige Abhängigkeit der einzelnen Stücke von einander und der successive Fortschrit

*) D. h. im Allgemeinen, jedoch nicht in der besonderen Anwendung auf seine nachträglich angeführte Begründung der Empfehlung der „separirten" Tangentenformel.

vom Bekannten zum Unbekannten leichter verstanden werden. Für den Schüler ist desshalb auch dieses anschaulichere Verfahren, mit Ausnahme der Fälle, in welchen die Construction geometrische Oerter anwendet, fast stets das leichtere. Dass derselbe auch das rein analytische Verfahren lernt und übt, versteht sich von selbst. — Von relativ geringer Wichtigkeit ist ferner bei derartigen Aufgaben für den Unterricht die Frage, ob es zur Erzielung grösserer Bequemlichkeit oder Sicherheit der Resultate bei numerischen Beispielen, bezw. grösserer Eleganz der Formeln zweckmässiger sei, zuerst die Winkel und dann mittelst dieser die Seiten, oder umgekehrt, zuerst die Seiten und dann die Winkel zu suchen. Im Gegensatz zu beiden Methoden, für welche sich gleichmässig Gründe geltend machen lassen, halte ich meine Schüler an, soweit ohne allzugrosse Weitläufigkeit thunlich, die gesuchten Stücke immer sämmtlich unmittelbar durch die gegebenen auszudrücken. Denn dadurch kann bei der Berechnung des einzelnen Stücks nicht nur der bei einem anderen begangene Fehler an sich wirkungslos gemacht und nicht selten auch das Verfahren abgekürzt werden (da bei den für den Unterricht besonders anregenden praktischen Anwendungen selten alle Stücke, oft nur eins oder einzelne verlangt werden, deren Zusammenhang mit den gegebenen dann nicht durch vermittelnde Rechnungsgrössen verdeckt wird), sondern es wird auch eine reichlichere Gelegenheit zur mannichfaltigsten Uebung im Gegensatz zur einseitigen Gewöhnung an ein bestimmtes einzelnes Verfahren geboten.

In's Extrem soll man freilich hierbei ebenso wenig, wie an irgend einem anderen Orte gerathen. Eine alleinseligmachende Methode gibt es auch in unserem Fache nicht; in beschränktem Kreise vermag der Einzelne in seiner Art Tüchtiges zu leisten mit Hilfsmitteln, welche ein Anderer vielleicht nicht ohne Recht werthlos bei Seite wirft.

Zur Physik.

Ueber eine neue Wasserluftpumpe.

Von Oberlehrer KIESSLING in Hamburg.

(Mit zwei Figuren auf Tafel V.)

Unter dem Namen Pulsirpumpe (pompe syrène) haben die Chemiker D. Mendelejeff, M. Kirpitschoff und G. A. Schmidt einen äusserst sinnreich und einfach construirten Apparat beschrieben,*) dessen Leistungsfähigkeit derjenigen einer grossen zweistiefligen Luftpumpe so vollkommen gleichsteht, dass nach den Versuchen, welche der Verfasser anzustellen Gelegenheit gehabt hat, dieser Apparat allen Fachgenossen angelegentlichst empfohlen werden darf. Die Priorität der Erfindung scheint einem Stud. Jagno zu gebühren, welcher zuerst 1870 im Chemischen Laboratorium der Petrowsky-Razumowsky'schen Landwirthschaftlichen Akademie zu Moskau mittelst einer von ihm selbst construirten Pulsirpumpe eine Luftverdünnung von 720^{mm} Quecksilber erreichte.

Der wesentlichste Theil des von den oben genannten Chemikern construirten Apparates (s. Fig. 3, Taf. V) besteht aus einer 900^{mm} langen verticalen Glasröhre *ab* von 6 bis 8^{mm} innerem Durchmesser, an welcher 50—60^{mm} von der oberen Oeffnung entfernt ein 50^{mm} langes und 10^{mm} im Lichten weites Ansatzrohr *cd* rechtwinklig angeschmolzen ist. Eine Abweichung von den angegebenen Dimensionen soll nach Angabe der Erfinder die Leistungsfähigkeit des Apparates wesentlich beeinträchtigen. In das Ansatzrohr *cd* ist eine 3^{mm} im Lichten weite, an dem eingeschobenen Ende zugeschmolzene Glasröhre *fe* mittelst eines durchbohrten Korkes luftdicht eingekittet. Dieselbe reicht mit dem zugeschmolzenen Ende bis dicht an die verticale Röhre, enthält in ihrer M[illegible] eine oder zwei diametral gegenüberstehende seitliche Oeffnun[illegible] von 0,5^{mm} und ist mit einem Bunsenschen Kautschukventil verseh[illegible] welches in etwas vergrössertem Maassstab Fig. 2 (s. dslb. Taf. Fi[illegible])

*) Annalen der Chemie Bd. 165 p. 63—92.

dargestellt ist. Ein solches Ventil besteht aus einem Stück dünnwandiger Kautschukröhre, welche ohne jegliche Spannung aber doch luftdicht anschliessend über die durchlöcherte Glasröhre geschoben und bei *h* und *i* mit einem Faden luftdicht zugeschnürt ist. Diese Kautschukröhre enthält bei einer Oeffnung des Glasrohrs einen dieser gerade diametral gegenüberstehenden Einschnitt von 5—6^{mm} Länge, der sich mittelst eines genässten, scharfen Federmessers auf einem eingeschobenen Holzstäbchen leicht herstellen lässt. Enthält die Glasröhre zwei Oeffnungen, so können in dem Ventil zwei Einschnitte angebracht werden, welche dann um $^1/_4$ des Röhrenumfanges von den dazwischenliegenden Oeffnungen entfernt stehen müssen. Damit ein solches Ventil allen Anforderungen entspreche, muss es beim Hineinblasen in die Röhre der durch die Oeffnungen austretenden Luft einen möglichst geringen Widerstand entgegensetzen, beim Anhängen jedoch einen vollkommen luftdichten Verschluss geben. Auf der Güte dieses Ventils, zu welchem man am besten dünnwandigen, unvulkanisirten (rothen) Kautschukschlauch verwendet, beruht zum wesentlichsten Theil die Leistungsfähigkeit des ganzen Apparates. Der Wasserzufluss wird durch eine unvulkanisirte Kautschukröhre von 8^{mm} innerem Durchmesser und etwa 1,5^{mm} Wandstärke vermittelt. Diese Röhre *kl* ist, genau wie es in der Figur (3) angegeben ist, so schräg auf die obere Oeffnung des Abflussrohres geschoben, dass dieselbe durch die obere lose anliegende Röhrenwandung schon bei horizontaler Lage des Schlauches geschlossen ist. Dann bildet diese elastische Röhrenwandung ein Ventil, welches beim Durchfluss des Wassers ohne besonderen Widerstand zu leisten sich hebt, aber bei eintretender Luftverdünnung in der Röhre luftdicht sich an die obere Oeffnung des Abflussrohres anlegt. Lässt man nun durch diesen Schlauch aus einem Wasserbehälter, dessen Ausflussöffnung nur wenige Zoll höher zu stehen braucht als *a*, Wasser zuströmen, während das der oberen Oeffnung *a* zunächst gelegene Ende etwas gehoben wird, so fliesst das Wasser ohne Unterbrechung durch das Abflussrohr ab; sobald man aber den Schlauch so tief sich senken lässt, bis der vorhin beschriebene „Ventilverschluss“ bei *a* eintritt, so beginnt ein discontinuirlicher Wasserabfluss; die obere, als Ventil dienende Röhrenwandung zeigt deutliche Pulsirbewegungen und zugleich tritt bei jeder Unterbrechung des Wasserzuflusses aus

dem Bunsen'schen Ventil eine Luftblase aus. Wird der Zutritt der atmosphärischen Luft zu *fe* verhindert, so zeigt das mit dem Apparat verbundene Quecksilbermanometer schon nach höchstens einer halben Minute einen hohen Grad von Evacuation an. Die Erklärung dieses Vorganges erlaube ich mir mit den eigenen Worten*) der Erfinder hier wiederzugeben. „Stellen wir uns einen Wasserstrahl vor, der mit einer gewissen Geschwindigkeit eine Röhre durchströmt und dessen Bewegung an beliebiger Stelle in der Röhre plötzlich unterbrochen wird. In unserem Apparate findet eine solche Unterbrechung durch die Kautschukröhre bei *l* statt, welchen Theil wir desshalb das Wasserventil nennen wollen. Der auf diese Art vom Hauptstrahl getrennte, unter dem Ventil in der Glasröhre befindliche Theil wird vermöge seiner Trägheit oder der seiner Masse innewohnenden Kraft mit der erworbenen Geschwindigkeit sich fortzubewegen streben, in Folge dessen unterhalb der Unterbrechungsstelle gleichsam ein Abreissen des Wasserstrahles stattfindet, also ein leerer Raum entsteht. In diesen Raum werden hineingedrückt: a) die Kautschukplatte des Wasserventils, b) die Kautschukröhre des Luftventils, welches dadurch geöffnet werden kann und c) der Luft aus *ef* den Eintritt gestattet. Wenn aber in diesen leeren Raum keine Luft eintreten kann und die Röhrenwände nicht nachgiebig sind, so hört die Bewegung des abgerissenen Wasserstrahles auf; die lebendige Kraft desselben wird nicht nur zur Bildung des Vacuums, d. h. zur Ueberwindung des Luftwiderstandes verbraucht, sondern sie kann auch zum Theil in Wärme übergehen. Unter dem Einfluss des Atmosphärendruckes wird dann das Wasser in den leeren Raum zurückgedrängt, das Wasserventil öffnet sich wieder, das Luftventil wird geschlossen. Wenn aber der Theil der Röhre, in dem das Vacuum entsteht, nachgiebig oder der Luft zugänglich ist, so wird der leere Raum im ersteren Fall durch Zusammenfallen der Wände, im zweiten direct durch Luft ausgefüllt. Letzteres findet nun bei unserem Apparat statt, das Kautschukventil *r* bildet den nachgiebigen Theil, der Kautschukcylinder wird durch den Luftdruck aufgetrieben, der Spalt öffnet sich und die Luft dringt in das Vacuum der Röhre *ab* ein. Erscheinungen, wie sie bei der Pulsirpumpe stattfinden, kann

*) a. a. O. p. 73.

man unter Umständen auch in den gewöhnlichen Wasserleitungsröhren beobachten. Wird z. B. der vollständig geöffnete Wasserhahn plötzlich zugedreht, so ist die Unterbrechung des Wasserausflusses bisweilen von einem heftigen Stoss begleitet, welcher von dem Rückprall der abgeschnittenen Wassersäule in das hinter ihr entstehende Vacuum herrührt. Die einfachste Form der Interruption des fliessenden Wasserstrahles ist nun diejenige, welche Jagno bei seinem Apparat angebracht hat, nämlich das vom Wasser selbst bewirkte Schliessen und Oeffnen des Wasserventils. Man kann sich das Spiel desselben auf folgende Weise verdeutlichen: Stellen wir uns die Röhre *ab* mit Wasser gefüllt und und deren obere Oeffnung von der Kautschukplatte geschlossen vor; durch den Zug der Wassersäule wird der Luftdruck auf die untere Fläche der Platte vermindert, während die obere Fläche unter dem vollen Druck der Atmosphäre steht; hiezu tritt noch die erwähnte Vacuumbildung in *ab*, so dass die Kautschukplatte die Oeffnung bei *l* vollständig schliesst. Bei einer gewissen Neigung der Kautschukröhre *kl* zum Rohr *ab* bewirkt das Einströmen des Wassers in die letztere schon an und für sich eine Druckverminderung auf die obere Wand der Kautschukröhre. Ist der Neigungswinkel der letzteren zu *ab* ein grosser, so wird der Anprall des Wassers an die Kautschukwand die Röhre offen erhalten und der Zufluss ungehindert erfolgen. Wenn aber dieser Neigungswinkel abnimmt und etwa 90° erreicht, so kann die Druckverminderung auf die obere Kautschukwand so weit gehen, dass unter dem Einfluss der oben erwähnten Vorgänge das Ventil zuschlägt und der Wasserzufluss gehemmt wird. Von nun an kommen die oben auseinandergesetzten Momente zur Geltung; die in der Glasröhre abgesperrte Wassersäule wird nach Verlust ihrer lebendigen Kraft in Folge des Atmosphärendruckes, gleichgültig ob Luft ins Vacuum einströmt oder nicht, die rückgängige Bewegung antreten. Theils dadurch, theils durch die Elasticität der gespannten Kautschukplatte des Wasserventils und schliesslich durch den Druck des Wassers der Wasserleitung wird das Ventil gehoben, es findet nun wieder Zufluss von Wasser in die Röhre *ab* statt und das ganze Spiel beginnt von Neuem."

Zu Versuchen im Vacuum eignen sich am besten tubulirte Glasglocken, die auf eine mattgeschliffene Spiegelglasplatte luftdicht aufgesetzt werden. Der Tubulus wird mit einem durch-

bohrten Kautschukpfropfen verschlossen, welcher mittelst einer dünnen Glasröhre mit dem nach der Pulsirpumpe führenden (dickwandigen) Kautschukschlauch in Verbindung steht; durch einen Hoffmannschen Quetschhahn kann mit grosser Leichtigkeit ein vollkommen luftdichter Verschluss des evacuirten Raumes erreicht werden.

Zum Schluss erlaube ich mir noch zu bemerken, dass dieser schöne Apparat, auf eine Eisenplatte befestigt und im Uebrigen ebenso ausgestattet wie die Bunsen'sche Wasserluftpumpe (incl. Quecksilbermanometer) vom Universitätsmechaniker Desaga in Heidelberg für 10 fl. bezogen werden kann. Doch liefert ihn derselbe auch in einfacherer Form.*)

*) Man sehe übrigens die a. a. O. mitgetheilten Versuche (v. S. 77 an), die ausgeführten Rechnungen und vollständigeren Figuren. — D. Red.

Kleinere Mittheilungen.

Die Analysis der Beweise.

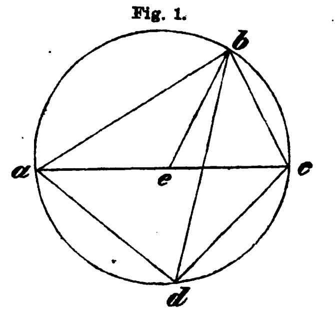
Von Dir. Dr. Krumme in Remscheid.

Seit einigen Jahren habe ich mich beim Beweise von Lehrsätzen einer Methode bedient, welche den Schüler anleitet, die Beweise selbst zu finden und die ihm das Wiederauffinden der Beweise wesentlich erleichtert. Die Methode führt auf die nothwendigen Constructionen und lässt den Grund derselben erkennen, während der Schüler in dieser Beziehung gewöhnlich auf sein Gedächtniss angewiesen wird; weshalb denn auch bei einer veränderten aber eben so gut zulässigen Construction der Minderbegabte sich nicht zu helfen weiss. Ich glaube mich am besten verständlich zu machen, wenn ich die Anwendung der Methode an einigen Beispielen zeige und bemerke dabei, dass ich dieselben ziemlich willkührlich ausgewählt habe.

1. Der Ptolemäische Satz.

Gang des Beweises. Eine Diagonale des Kreisvierecks wird so getheilt, dass das Rechteck aus der ungetheilten und einem Stücke der getheilten Diagonale gleich ist einem der beiden Rechtecke, wovon jedes ein Paar gegenüberliegender Seiten des Kreisvierecks zu anstossenden Seiten hat.

Fig. 1.



Man hat also (Fig. 1) eine der Diagonalen etwa ac zu theilen und zwar so zu theilen, dass $bd \,.\, ec = bc \,.\, ad$ oder $= ab \,.\, dc$ wird. Die Wahl der einen oder der andern dieser Gleichheiten bedingt die eine oder andere Construction.

Die Gleichheit zweier Produkte, deren jedes zwei die Maasse von Linien bezeichnende Factoren hat, wird bewiesen, indem man zeigt, dass diejenige Proportion richtig ist, worin die Factoren des einen Produkts die innern, die des andern Produkts die äussern Glieder sind. Die Richtigkeit dieser Proportion wird ihrerseits dadurch bewiesen, dass man die Aehnlichkeit zweier Dreiecke beweist, wovon das eine das erste und zweite

(erste und dritte), das andere das dritte und vierte (zweite und vierte) Glied der Proportion zu Seiten hat.

Es ist also $bd \,.\, ec = bc \,.\, ad$, wenn

$$bd : ad = bc : ec \text{ ist.}$$

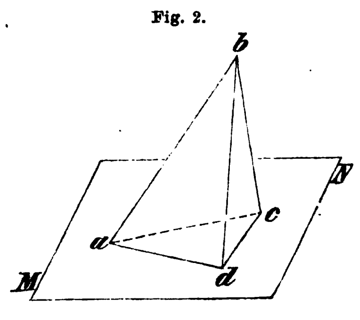
Weil nun bd und ad in dem einen, bc und ec in dem andern zweier ähnlichen Dreiecke liegen und weil bd und ad den Seiten bc und ac bezüglich entsprechen müssen, so ergiebt sich nach einigen Schlüssen ohne Weiteres, dass die Verbindungslinie von b und dem Theilpunkte e der Diagonale bc mit ab einen Winkel = Winkel dbc bilden muss. Die Aehnlichkeit der Dreiecke abd und bec ergibt sich dann ohne Weiteres. Der zweite Theil der Behauptung $db \,.\, ae = ab \,.\, dc$ führt darauf, dass die Dreiecke abe und bcd ähnlich sein müssen. Weil die Aehnlichkeit dieser Dreiecke sich auf Grund der Voraussetzung und Construction ebenfalls ergibt, so ist hiermit die Analysis zu Ende.

Wäre man von der Gleichung $bd \,.\, ec = ab \,.\, de$ ausgegangen, so würde man auf eine andere Construction gekommen sein. Man hätte dann ac so theilen müssen, dass die Verbindungslinie des Theilpunkts mit d den Winkel eda = Winkel bdc macht.

Allgemein hat man den Theilpunkt der zu theilenden Diagonale so zu wählen, dass seine Verbindungslinie mit einem Endpunkte der nichtgetheilten Diagonale mit einer von demselben Punkte ausgehenden Vierecksseite einen Winkel bildet, der dem Winkel der zweiten von demselben Punkte ausgehenden Vierecksseite und der ungetheilten Diagonale gleich ist.

2. **Der Winkel** bac **(Fig. 2), welchen eine gegen eine Ebene** (MN) **geneigte und dieselbe schneidende Gerade** (ab) **mit ihrer Projection** (ac) **auf die Ebene bildet, ist kleiner als der Winkel** bad**, den sie mit einer andern in der Ebene gelegenen und durch ihren Schnittpunkt mit der Ebene gehenden Graden (etwa mit** ad**) macht.**

Fig. 2.



Dass ein Winkel grösser ist, als ein anderer, zeigt man mittelst des Satzes: Der grösseren Seite eines Dreiecks liegt der grössere Winkel gegenüber, wenn die beiden Winkel in **einem** Dreieck liegen. Gehören aber die Winkel **zwei** Dreiecken an, so hat man den Satz zu benutzen: Haben zwei Dreiecke zwei Seiten bezüglich gleich, sind aber die dritten Seiten ungleich u. s. w. Weil hier die beiden Winkel, deren Ungleichheit zu beweisen ist, in verschiedenen Ebenen liegen, so kann nur der zweite der angezogenen Sätze zur Verwendung kommen. Damit die Winkel in Dreiecke zu liegen kommen, hat man einen Punkt von ab mit einem Punkte der Projection ab und

einem Punkte von ad zu verbinden. Die Dreiecke haben die Seite ab gemein, es müssen nun auch die nicht gemeinsamen Schenkel der Winkel bac und bad gleich sein. Weil der angezogene Satz nur die Gleichheit der betreffenden Seiten voraussetzt, über ihre absolute Länge aber nichts bestimmt, so ist die Lage des auf ab zu wählenden Punktes willkührlich und die Lage der Punkte auf ac und ad ist nur an die Bedingung gebunden, dass sie gleichen Abstand von a haben. Hierdurch wird man auf die Construction geführt: Man schneidet auf den nicht gemeinsamen Schenkeln der beiden Winkel, vom Durchschnittspunkt an gerechnet, gleiche Stücke ab.

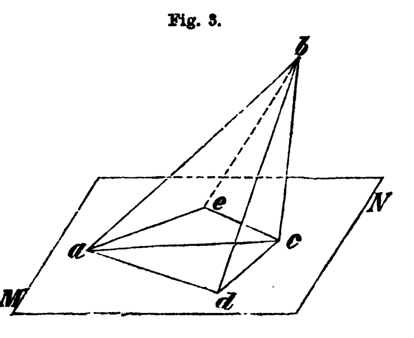
Kann man nun noch zeigen, dass $db > dc$ ist, so ist der Satz bewiesen. Dass von zwei Linien die eine grösser ist als die andere, wird durch die Umkehrung des ersten der eben angeführten Sätze bewiesen, wenn die Linien Seiten eines Dreiecks sind, durch die Umkehrung des zweiten, wenn die Linien Seiten zweier Dreiecke sind. Als weitere Construction folgt demnach: Man verbinde d mit c.

Weil nun in dem zuletzt enstandenen Dreiecke nach der Voraussetzung der Winkel bcd ein Rechter und demnach $>$ Winkel bdc ist, so hat hier die Analysis ihr Ende erreicht.

Der Beweis hat, vom $\triangle\, dbc$ ausgehend, den umgekehrten Weg zu nehmen, nachdem vorher die durch die Analysis sich als nothwendig ergebenden Constructionen ausgeführt worden sind.

3. Eine gegen eine Ebene geneigte und sie schneidende Grade ab (Fig. 3) bildet gleiche Winkel ($bad = bae$) mit zwei Graden (ad u. ae), welche in der Ebene liegen, durch den Durchschnitt der geneigten Graden und der Ebene gehen und mit der Projection (ac) der geneigten Graden gleiche Winkel ($dac = eac$) bilden.

Fig. 3.



Von den Sätzen, wodurch die Gleichheit zweier Winkel bewiesen werden kann, kommt hier nur die Congruenz der Dreiecke in Betracht, worin die beiden Winkel liegen. Die übrigen Sätze können zur Uebung angeführt werden und man kann die Gründe aufsuchen lassen, warum sie hier nicht zur Verwendung kommen können.

Weil die beiden Winkel, deren Gleichheit zu beweisen ist, in congruenten Dreiecken liegen müssen, so folgt, dass man auf den nicht gemeinsamen Schenkeln vom Durchschnittspunkt derselben aus, gleiche Stücke ($ad = ae$) abzuschneiden und die nicht gemeinsamen Endpunkte dieser Stücke mit einem willkührlichen (siehe oben) Punkt des gemeinschaftlichen Schenkels zu verbinden hat. Um die Congruenz der so entstandenen Dreiecke beweisen zu können, hat man

[illegible]

[illegible]

Der mathematische Punkt.

Von Dr. [illegible] in Frankfurt a. M.

[illegible]

[illegible]

das Einzige, was ich verlangen konnte, was, ich gestehe es, ich mir selbst davon versprochen hatte.

Am ungünstigsten wurde im Allgemeinen meine Herleitung des mathematischen Punktes beurtheilt. Man gestand, es habe freilich noch Niemand recht zu sagen vermocht, wie er in unser Bewusstsein komme, aber meine Definition: „Er ist im Raume das objective Abbild der im Subject empfundenen Untheilbarkeit des Bewusstseins.“ — Diese Definition war doch gar „zu weit hergeholt, zu idealistisch, zu wenig nachweisbar.“

Vielleicht lohnt es sich doch der Mühe, wenigstens kurz Rechenschaft über den Gedankengang abzulegen, der mich zu einem solchen Dictum verleitet hat; zumal jetzt, nachdem ich so manche Einwendung gelesen und erwogen habe, nachdem ich selbst zu der an ihrem Ort gegebenen Einleitung noch manches zuzufügen gefunden habe:

In der Welt unsres Bewusstseins treffen wir Vorstellungen, Gedanken, Begriffe, die uns mit der Aussenwelt verbinden. Sie sind uns sinnlich vermittelt und unsre Sinne, an den äusserlichen Körper geknüpft und so an die Sphäre der Materie rührend, schliessen uns die Welt der Materie auf. Wir stehen durch diese Organe und ihre Thätigkeiten zugleich mit den andern ähnlich organisirten Wesen in Verbindung und Wechselwirkung. Das Bereich des Vorstellens, Denkens, Begriffebildens u. s. w. ist demnach ein allgemeines. Es hat sich die Sprache gebildet, welche gleich dem Gedanken nichts ausser Allgemeinem, Allgemeingültigem enthalten kann. In der Consequenz der Ausbildung dieser Thätigkeit erkennen wir eine alles durchdringende Causalität an, die jeden Zufall eliminiren muss.

Aber daneben gewahre ich in meinem Bewusstsein noch eine andre Stimme. Diese sagt mir, dass ich Ich bin, nicht blos eins von den vielen Centren der Thätigkeit und Empfindung, an denen die Welt so reich ist, nicht blos grammatisches Subject, wie ich auch Object sein könnte, sondern etwas absolut Anderes als Alles, was auf der Welt existirt, etwas Einziges, das Wesen, dessen Existenz allein dem Bewusstsein völlig gewiss ist, neben dem alle andern nur wie Schatten an Bedeutung dastehen.

Freilich haben seit den Kindestagen ununterbrochen Erziehung, Umgang, Gewohnheit, Sitte, Moral, Philosophie und Religion in stärkster Vereinigung die Lehre vorzuhalten gesucht: Du bist, wie die Andern auch, bist ein verschwindender Theil der Welt; es ziemt dir, dich dem Allgemeinen einzuordnen, ja unterzuordnen; du hast dein Ich zu verläugnen, nimmermehr unbeschränkt geltend zu machen; nichts an dir gehört dir zu eigen; wie jedes Atom deines Körpers, so ist jeder deiner Begriffe und Gedanken erborgt; er gehört der Welt an, in der du erwachsen; du selbst bist entstanden und kannst als endlich vergehen.

Aber diese Mahnungen gleiten von der innersten Ueberzeugung

ab. Diese spricht unwandelbar und ohne sich einschüchtern zu lassen: ich bin einzig, bin das Centrum, das allein Gewisse, stets Gegenwärtige, Allem umher erst Licht und Wirklichkeit Leihende. Das ist freilich keine allgemein gültige, keine Vernunftwahrheit, kein zu Beweisendes, sondern der einzige ausnahmsweise dastehende Zufall in der Welt der Nothwendigkeit, dass an mich, den jetzt hier Schreibenden (Lesenden) diese Mittelpunktsstellung für die ganze Welt geknüpft ist.*)

Es mussten zur Darstellung eines solchen Bewusstseins so viele Worte gemacht werden, um es scharf von allem erst Erkannten, Erlernten, Eingewöhnten zu scheiden. Eigentlich entzieht es sich der Darstellung durch die Sprache, grade wie jeder vernünftigen Erkenntniss, denn es ist auch kein Allgemeines, sondern ein völlig Besonderes, Vereinzeltes. Es existirt nur unvermittelt in mir. Darum lässt sich dafür auch ans Bewusstsein appelliren.

Dieses Ich nun wird von mir als ein völlig einheitliches gefasst. Sein Verhältniss zur Aussenwelt ist durch den einen Körper vermittelt, der ihm unter allen andern zum Wohnsitz angewiesen ist. Aber schon die vielfachen Empfindungen und Aeusserungen, welche durch die Hülfe der körperlichen Organe im Bewusstsein entstehen, scheiden wir scharf von dem Ich selbst, wie wir uns auch bewusst sind, dass der ausgedehnte, gegliederte Körper nicht mehr Ich ist, so dass wir jeden materiellen Theil desselben als einen Theil der fremden Aussenwelt zu betrachten im Stande sind. — Von dieser Verbindung eines untheilbar empfundenen Ich mit dem Vielfachen, das uns der eigene Körper mit seinen Organen aufzuschliessen weiss, muss nun auch unsere ganze Anschauung der Aussenwelt tingirt sein.

Wir kommen hier an die entscheidende Stelle, nämlich an die Frage: Welchen Einfluss auf die Art, wie uns die ganze Aussenwelt erscheint, hat der subjective, der Einzelstandpunkt, den das Ich einnimmt?

Ein Vergleich mag die Sache noch deutlicher machen:

Unsere Kenntniss des Universums verdanken wir der Möglichkeit, unsern Ort successiv zu ändern und die Resultate der Beobachtung, welche von hier und von dort aus stattgefunden, zu vergleichen, mit einem Wort: der Möglichkeit von Parallaxen. Man kann fragen und ohne viel Schwierigkeit beantworten, welche Vorstellung wir nothwendigerweise von der Gestalt und Grösse der Theile des Universums haben würden, wenn auch nur die fortschreitende und drehende Bewegung der Erde nicht stattfände oder auch, wenn der Beobachter (auch noch) an eine Stelle gebannt wäre. Oder an einem

*) Es bedarf ja wohl kaum der Erinnerung, dass hier nicht von persönlichen Bekenntnissen, sondern von psychologischen Anschauungen die Rede ist.

andern Beispiel: Unser einzelnes, bestimmt localisirtes Auge sieht, wenn es dem Regen zugewandt, von der bescheinenden Sonne abgewandt ist, den farbigen Bogen. Könnte sich die Sehkraft statt des einzelnen Standpunkts die gleichzeitige Verbreitung auf der ganzen Verticalebene verschaffen, so würde weder Bogenform noch Farben mehr vorhanden sein, sondern Alles zu einem indifferenten Weiss vermischt erscheinen, weil sich die Spektra vollständig überlagern müssten, die dem subjectiven Standpunkt entsprechen. Freilich ist es leichter, aus dem erweiterten Standpunkt auf die Ansicht des beschränkten zu schliessen als umgekehrt. Eben darum ist, wenn ich wieder auf das Thema komme, der Gedanke, wie sich die Welt ausnähme, wenn der Beobachter nicht in die Schranke der vereinzelten Subjectivität eingekerkert wäre — ein weitaus schwierigerer, ja wohl ungeheuerlich zu nennender. Dennoch scheint es mir, als ob sich gewisse Spuren dieser Vereinzelung in unsrer Weltanschauung abgeprägt erkennen liessen.

Prüfen wir zuerst einmal unsern populären Zeitbegriff — auf philosophische Untersuchungen über das Wesen der Zeit brauchen wir dabei nicht einzugehen: Ist hier nicht das Ich der einzig denkbare Erzeuger der Vorstellung von der Gegenwart, dem blitzartigen Jetzt, das im Widerspruch mit dem Begriff der Zeit als des Fliessenden allein zu ruhen scheint? Wäre eine solche Vorstellung auf dem Wege des verallgemeinernden Denkens zu Stande gekommen? Diesem müsste das Jetzt als unausgedehnt für nichts gelten. Dem Ich ist es grade das allein Reale. Dieses Jetzt ist das treue Abbild von dem Bewusstsein des stets gegenwärtigen, absolut herrschenden, sich allein für real geltenden Ich. Denn das Vergangene ist nicht und das zukünftige ist nicht.

Von hier ist es leicht, die Brücke zum Räumlichen zu schlagen: Unser unmittelbarster Eindruck des Raumes ist das Hier, der Ort. Zu definiren ist er auch nicht, so wenig als das Jetzt und das Ich selbst. Er ist der Punkt, das adäquate Object zum untheilbaren einheitlichen Subject in uns und zwar in der Kategorie des Raumes, wie es der Gegenwartsmoment in der Zeit ist. Ueberall erblickt das Ich Bilder seiner ureigenen Einzigkeit. Jedes Eins muss in ihm wurzeln. Gewiss nicht zufällig oder aus Befangenheit im Kirchenglauben seiner Zeit hat der grosse Geist des Cartesius gleich auf die unzweifelhafte Gewissheit des Ich die Offenbarung Gottes im Bewusstsein folgen lassen und hernach erst die Welt der mannichfachen Erscheinungen sich darin erschaffen lassen. Auch hier in der Kategorie der Causalität sogleich und zuerst die untheilbare Einheit!

Wenn ich jetzt noch einmal in aller Bescheidung meinen ersten Satz ansehe: der mathematische Punkt ist im Raum das objective (will heissen von mir objectivirte) Abbild der im Subject empfundenen Untheilbarkeit des (eignen) Bewusstseins, so kann ich das

allerdings nicht für eine Definition des Punktes ausgeben. Aber dass dieser Satz die Erklärung enthalten dürfte, wie wohl einzig eine so bestimmte und allgemein anerkannte Thatsache eines Orts im Raume, der absolut keinen Theil des Raumes ausmacht, in unser Bewusstsein gelangen konnte, das muss ich noch immer festhalten. Einer Definition im strengen Sinne scheint mir allerdings, wie gesagt, der Punkt nicht fähig zu sein. Sie wäre Abgrenzung von Dingen gleicher Gattung. Er aber gehört wohl zu keiner Gattung, sondern ist sui generis und ein Ursprüngliches.

Ein falscher Satz.

Von J. Kober.

In dem Lehrbuche der Planimetrie von Heis und Eschweiler, Cap. VI. Nr. 4, steht folgender Satz, der sich auch in dem Lehrbuche von F. Rummer (3. Aufl. §. 144.) findet.

„Jedes einem Kreise ein- oder umgeschriebene Vieleck, dessen Seiten oder dessen Winkel gleich sind, ist ein reguläres."

„Hat das umgeschriebene Vieleck gleiche Seiten, so gehören diesen als Sehnen gleiche Bogen an, woraus nach III, 20 die Gleichheit der Winkel folgt. Derselbe Schluss gilt auch umgekehrt"(!).

„Hat das umgeschriebene Vieleck gleiche Winkel, so sind auch die Hälften derselben, in welche sie nach II, 11 von den aus dem Centrum des Kreises nach den Ecken gezogenen Linien getheilt werden, alle gleich, woraus sofort die Congruenz der gleichschenkligen Dreiecke sich ergibt, welche diese Linien mit den Seiten des Polygons bilden."

„Umgekehrt folgt aus der Voraussetzung, dass diese Seiten gleich seien, in Verbindung mit III, 17, die Gleichheit ihrer Hälften(!), in welche sie durch die Berührungspunkte getheilt werden(!), und daraus wieder die Congruenz aller rechtwinkligen Dreiecke, in welche das Polygon durch die aus dem Centrum nach seinen Ecken und Seitenmitten gehenden Geraden getheilt wird."

„Die detaillirte Ausführung der hier absichtlich nur angedeuteten Beweise wird dem Lehrer überlassen"(!)

Dieser Satz ist nur theilweise wahr. Die Wahrheit lautet folgendermaassen:

1) Jedes eingeschriebene Vieleck mit gleichen Seiten ist regelmässig. (Die Congruenz aller Dreiecke ergibt sich unmittelbar.)

2) Jedes umgeschriebene Vieleck mit gleichen Winkeln ist regelmässig. (Da die Centrale den Tangentenwinkel halbirt, so bilden die Centralen der Eckpunkte gleichschenklige Dreieck

deren Mittellinien als Radien und deren Winkel gleich sind; folglich sind die Dreiecke congruent und ihre Basen d. h. die Tangenten gleich.)

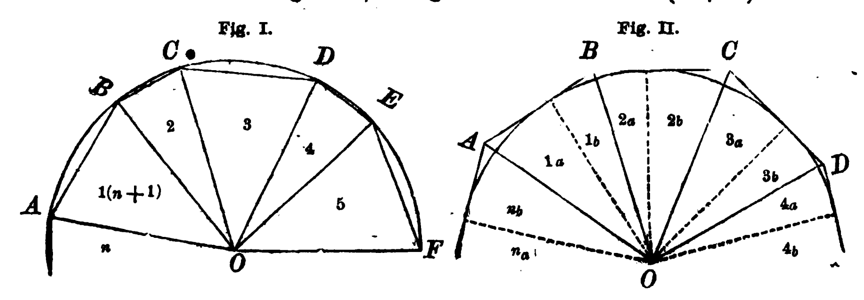
3) Das eingeschriebene Vieleck mit gleichen Winkeln ist regelmässig, wenn es ungerade Seitenzahl hat; hat es dagegen gerade Seitenzahl, so sind nur die abwechselnden Seiten nothwendig gleich.

Es lassen sich die Dreiecke 1, 3, 5, u. s. f. (Fig. I.) als congruent erweisen, ebenso die Dreiecke 2, 4, 6 u. s. f. Ist n ungerade, so ist $n+1$ gerade, das $(n+1)^{\text{ste}}$ Dreieck gehört also in die zweite Reihe (die der geradzahligen), da es aber zugleich das erste Dreieck ist, so gehört es auch in die erste Reihe (die ungeradzahligen); es ist also ein Dreieck der ersten Reihe identisch mit einem der zweiten, folglich sind alle Dreiecke congruent.

Ist dagegen n gerade, so gehört n der zweiten Reihe allein an und $n+1$ der ersten, die Congruenz aller Dreiecke ist daher nicht zu erweisen.

4) Das umgeschriebene Vieleck mit gleichen Seiten ist regelmässig, wenn es ungerade Seitenzahl hat, hat es dagegen gerade Seitenzahl, so sind nur die abwechselnden Winkel nothwendig gleich.

Hier sind zwar alle Dreiecke *OAB, OBC, OCD* u. s. f. (Fig. II) congruent, aber nicht gleichschenklig, daher nur die rechtwinkligen Dreiecke 1_b, 2_a, 3_b, 4_a, u. s. f. und andrerseits n_b, 1_a, 2_b, 3_a, 4_b, 5_a, u. s. f. congruent. Die erste Gruppe enthält also die b der ungeraden Nummern und die a der geraden, die zweite umgekehrt. Ist die Seitenzahl ungerade, so gehört das Dreieck $(n+1)_a$ der



ersten Reihe an, da es aber identisch mit 1_a ist, auch der zweiten, daher beiden Reihen, folglich sind alle rechtwinkligen Dreiecke congruent, daher $\triangle$ *AOB*, *BOC* etc. gleichschenklig.

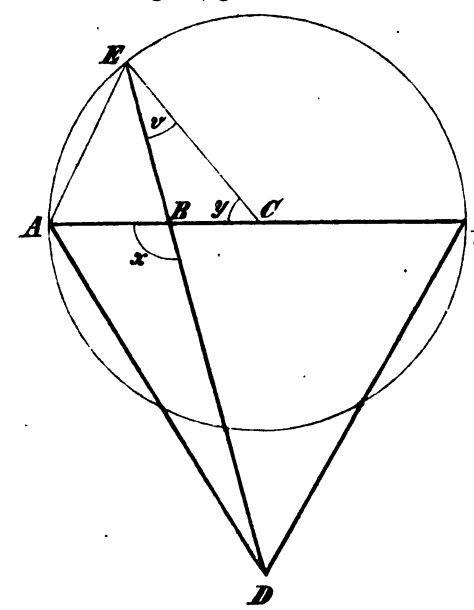
Ist aber n gerade, so gehört $(n+1)_a$ nur der zweiten Reihe an, die Congruenz aller rechtwinkligen Dreiecke ist daher nicht zu erweisen.

Die einfachsten Vielecke mit gerader Seitenzahl sind für Satz 3) das Rechteck, für Satz 4) der Rhombus.

Zwei Näherungswerthe für die Seite (resp. den Centriwinkel) des regulären Siebenecks im Kreise.

Vom Gymnasiallehrer Plagge in Essen.

1. Die Seite des regulären Siebenecks im Kreise ist nahezu gleich der halben Seite des regulären Dreiecks im Kreise, also nahezu $= \frac{1}{2} r \sqrt{3}$. Die Rechnung ergibt diesen Werth um $0{,}0017420\ldots r$, oder den zugehörigen Centriwinkel um $0^0 6' 38'',8$ zu klein.



2. Man beschreibe über dem Durchmesser AF das gleichseitige Dreieck AFD, mache $AB = \frac{4}{7} r$, die Verlängerung von DB schneide den Kreis in E, so ist AE nahezu die Seite des Siebenecks im Kreise.*) Aus $\triangle BAD$ findet man $\sphericalangle x = 103^0 53' 52'',4$; und aus $\triangle EBC$ alsdann $\sphericalangle v = 24^0 35' 2'',0$ und den Centriwinkel $y = 51' 31' 5'' 6$, und daraus $AE = 6{,}8691770\ldots r$; mithin die Seite um $0{,}0014096\ldots r$, den Centriwinkel um $0' 5' 22'',7$ zu gross.

Das arithmetische Mittel der beiden Näherungswerthe $\left\{\begin{matrix}\text{der Seite}\\ \text{des Centriwinkels}\end{matrix}\right\}$ würde $\left\{\begin{matrix}\text{die Seite}\\ \text{den Centriwinkel}\end{matrix}\right\}$ nur um $\left\{\begin{matrix}0{,}0001662\ldots r\\ 0^0 0' 38''\end{matrix}\right\}$ zu klein ergeben. —

*) S. Wittstein, Lehrb. d. Elem.-Math. 5. Aufl. I, S. 121. — Hertel, Sammlung geom. Constructionsaufgaben. Lpzg., 1838. S. 160. (A. 318.) — Auch in elementare Werke übergegangen, s. z. B. Kehr, prakt. Geometrie, 3. Aufl. S. 78, u. a. a. O. D. Red.

Neuer Beweis dass 7 = 13.

Von Dr. Bender in Speier.

Löst man die Gleichung

$$\frac{x+5}{x-7}-5=\frac{4x-40}{13-x}$$

wie folgt auf:

$$\frac{x+5-5(x-7)}{x-7}=\frac{4x-40}{13-x}$$

$$\frac{4x-40}{7-x}=\frac{4x-40}{13-x}$$

oder:

$$\frac{1}{7-x}=\frac{1}{13-x}$$

woraus:

$$7=13$$

Für den Mathematiker bedarf dieses Beispiel keiner weiteren Erläuterung. Wir wollen jedoch die Nutzanwendung davon machen, dass es unerlässlich nothwendig ist, in der Lehre von den quadratischen Gleichungen den Ausdruck

$$Ax^2+Bx+C=0$$

respective $x=\frac{-B\pm\sqrt{B^2-4AC}}{2A}$ zu discutiren. Namentlich sollten aber in den Lehrbüchern der Algebra die scheinbaren quadratischen Gleichungen, welche nach gehöriger Reduction zu Gleichungen vom ersten Grade werden, ihre Stelle bei den quadratischen Gleichungen finden. Das Nichtberücksichtigen des Coefficienten Null von x^2, welcher den Werth $x=\pm\infty$ in sich schliesst, ist ein grosser Fehler. Wie weit würde man in der analytischen Geometrie kommen, wollte man da so unvorsichtig über den Coefficienten Null hinweggehen. Wir würden da beispielsweise weder eine Gleichung der unendlich entfernten Geraden noch der unendlich entfernten Ebene (beide Const. = 0) haben.

Literarische Berichte.

G. Spoerer, Prof. Dr., die ebene Geometrie und Trigonometrie. Zweites Heft für die oberen Gymnasialclassen. 2. Aufl. Anclam, Fr. Krüger. 1870. Preis der Trigonometrie sep. 6 Sgr.

Die **Trigonometrie** des Verfassers, auf welche wir unsere Besprechung beschränken müssen, da von der Planimetrie nur etwa die Hälfte vorliegt, giebt auf 26 Seiten in knapper Form den nothwendigsten Lernstoff, sowie einiges Uebungsmaterial, hier und da auch einzelne weiter gehende Formeln und Ableitungen und überlässt die Ausführung, wie z. B. über die Art und Weise des Gebrauchs der zur Auflösung der Dreiecke entwickelten Gleichungen im speciellen Fall, die geordnete Schreibweise der Rechnungen, die Berechnung, Einrichtung und den Gebrauch der Tafeln, u. dgl. m. dem Lehrer. Besondere Eigenthümlichkeiten finden sich kaum; die Ableitungen sind meist die üblichen. Im Ganzen wird sich das Buch zur Unterstützung des mündlichen Unterrichts mit Nutzen gebrauchen lassen; einzelne Mängel können durch letzteren gehoben werden. Als solche führen wir an das Fehlen des Beweises der allgemeinen Giltigkeit der nur für spitze Winkel abgeleiteten Formeln zwischen den Functionen desselben Winkels und die etwas flüchtige Begründung der negativen Vorzeichen. Die Behauptung, dass, wenn a, b, α gegeben sind, für $a < b$ immer zwei Dreiecke der Aufgabe entsprechen, ist nicht streng richtig, denn für $a = b. \sin\alpha$ giebt es nur ein (rechtwinkliges) Dreieck. Für den Fall von zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel wird die Tangenten-, bezw. die Cosinus-Formel benutzt; die beiden sogenannten Gaussischen Formeln sind später abgeleitet, aber nicht auf jenen Fall angewendet. Die analytische Entwickelung derselben ist weitläufiger, als nöthig, denn statt aus $a:b$ zunächst $(a \pm b):b$ und hieraus durch Multiplication mit $b:c$ dann $(a \pm b):c$ abzuleiten, kann man unmittelbar $a:c$ und $b:c$ addiren und subtrahiren. Bei der Berechnung der Winkel aus den drei Seiten fehlt die Form $\tang \frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{S-a} \cdot \sqrt{\frac{(S-a)(S-b)(S-c)}{S}}$,

bei welcher die für alle drei Winkel nur einmal zu berechnende Wurzelgrösse die geometrische Bedeutung des Radius des einbeschriebenen Kreises hat. Von der Bildung einer Probe der Rechnung ist bei keinem der einzelnen Fundamental-Fälle die Rede.

REIDT.

KÜHL, J. H., (Lehrer der Mathematik und Naturkunde an der höhern Bürgerschule zu Itzehoe): Grundriss der Planimetrie. Ein Leitfaden für den Unterricht an höheren Lehranstalten. Mit 153 in den Text gedruckten Holzschnitten. Itzehoe 1872. VI und 134 Seiten. Preis 15 Ngr.

Die Auswahl und Reihung des Inhalts ist kurz folgende: Einleitung. Winkel. Parallelen. Dreieck. Viereck (Congruenzsätze der Vierecke, besondere Arten von Vierecken). Polygone (Vorbereitungssätze; allgemeines und regelmässiges Polygon). Kreis. Zwei Kreise. Ein- und umgeschriebene Figuren. Hauptsätze der Proportionslehre, Proportionalität der Geraden, Aehnlichkeit, allgemeine Sätze über das Dreieck, Aehnlichkeit der Polygone, Proportionen am und im Kreise, Rectification des Kreises. Flächenraum (Gleichheit, Verhältnisse der Flächen, Inhalt der Figuren). Der Anhang enthält sämmtliche Constructionen, sowohl die Fundamentalconstructionen als auch Uebungsaufgaben (82 Aufgaben mit, meist nur kurz angedeuteter, Lösung).

Das Buch erscheint ziemlich anspruchslos, der Vorrede zufolge zunächst für höhere Bürgerschulen bestimmt, ist aber sorgfältig, correct und solid ausgearbeitet und geht tiefer ein, als manche nur für Gymnasien und Realschulen bestimmten Bücher.

Die Beweise sind aus Princip vollständig gegeben; Zusätze und Anmerkungen sollen „den Stoff zur selbständigen Thätigkeit der Schüler" geben. Wir halten freilich diesen Stoff für nicht umfassend genug und würden es angemessener finden, wenn eine nicht unbeträchtliche Anzahl von Lehrsätzen, die ausführlich gegeben, aber für das System nicht unbedingt nothwendig sind, als Uebungsstoff behandelt wäre. Manche Sätze mit den zugehörigen Figuren könnten getrost wegbleiben z. B. § 19, 32, 40, 42 u. a.

Die Einleitung ist durchaus correct und klar. Winkel wird „der von der (gedrehten) Geraden durchlaufene Theil der Ebene genannt. Hieraus folgt die Definition: Ein Winkel ist das Mass der Drehung einer Geraden, die stets durch denselben Punkt geht." Diese doppelte Erklärung ist freilich nicht wohl angemessen, man sieht auch nicht recht, wie die Definition aus der vorhergehenden Erklärung folgen soll. — Der Ausdruck „Gegenwinkel" ist in der Parallelentheorie vermieden und für die Dreieckswinkel auf-

bewahrt; so kommt es, dass die inneren Gegenwinkel bei durchschnittenen Parallelen gar keinen Namen haben. Die Gleichheit der correspondirenden Winkel ist dadurch bewiesen, dass man sich die schneidende Linie, fest mit der einen Parallele verbunden, in sich selbst verschiebbar denkt u. s. w.

In der Lehre vom Dreiecke heisst es: „Ein Dreieck hat sechs Elemente, nämlich 3 Winkel und 3 Seiten. Eine beliebig gewählte Seite nennt man Grundlinie. Die beiden andern Seiten heissen dann Schenkel.“ Durch diese Fassung erledigt sich das Bedenken, das einst in dieser Zeitschrift gegen das Wort „gleichschenklig“ geäussert wurde.

Die Congruenz wird durch Aufeinanderlegen bewiesen. Der vierte Congruenzsatz (a, b und α*) ist so gefasst: „Die betr. Dreiecke sind congruent, wenn der andre nicht eingeschlossene Winkel in beiden Dreiecken von derselben Art ist.“ (Letzterer Ausdruck ist noch besonders erklärt.)

Der Satz: „In jedem Dreiecke hat die grössere von zwei Seiten auch den grösseren Gegenwinkel“ wird so bewiesen: Es sei $AB > BC$, so verlängere man BC bis E, so dass $BE = AB$, wähle auf AB den Punkt D so, dass $BD = BC$ und verbinde D mit E, so muss $\triangle ABC \cong BED$ und $\sphericalangle \varepsilon = \alpha$ *) sein, und da $\sphericalangle \gamma > \varepsilon$ als Aussenwinkel, auch $\gamma > \alpha$.

§ 58 und 59, die nur wenig Verwendung finden, dürften besser in die betreffenden Beweise eingeflochten werden.

§ 61—66 sind ganz gut, würden aber besser als Uebungssätze betrachtet. Die letzten dieser Sätze behandeln die sogenannten merkwürdigen Punkte des Dreiecks.

Die Lehre vom Parallelogramm ist sehr hübsch behandelt. Vgl. diese Zeitschrift Bd. I. S. 469.

„Jede ebene geschlossene Figur, welche mehr als vier Seiten hat, wird ein Polygon genannt.“ Ich sehe nicht ein, warum unter Polygon nicht auch Dreieck und Viereck verstanden werden soll: Polygon ist das allgemeine Wort.

Die Vorbereitungssätze zur Lehre von den Polygonen sind gut am Platze, z. B. n Linien schneiden einander in $\frac{n}{2}(n-1)$ Punkten, sind aber p derselben parallel, so giebt es $\frac{1}{2}n(n-1) - \frac{1}{2}p(p-1)$ Durchschnittspunkte u. s. w.

In der Proportionslehre braucht der Verfasser das Wort „Exponent“ ganz gleichbedeutend mit Quotient: warum zögert [illegible] noch, ersteres Wort ganz auszumerzen und durch letzteres zu [illegible] setzen? Der Verf. hatte um so mehr Ursache, die Zaghaftigkeit [illegible] überwinden, da er in demselben Abschnitte von Producten- u[illegible]

*) Diese Bezeichnungsweise ist indessen dem Buche fremd.

Quotientengleichungen spricht und den Antecedenten als Zähler (Dividend) betrachtet.

Die „allgemeinen Sätze über das Dreieck," die der Aehnlichkeitslehre beigefügt sind, bilden recht gute Uebungsaufgaben z. B. die Halbirungslinie des Winkels theilt die Gegenseite proportional den anliegenden Seiten, die Schwerelinien schneiden einander in $\frac{2}{3}$ der Entfernung von den Ecken etc. Auch die Proportionen im rechtwinkligen Dreieck und aus diesen abgeleitet der pythagoräische Lehrsatz stehen in diesem Abschnitte; der pythagor. Lehrsatz kommt später (beim Flächeninhalte) noch einmal mit dem alten Euklidischen Beweise. Die wichtigsten Sätze über Transversalen finden sich gleichfalls hier.

Unter „Aehnlichkeit der Polygone" wird u. a. der Aehnlichkeitspunkt besprochen, auch der Satz bewiesen, dass die Aehnlichkeitspunkte dreier Polygone in gerader Linie liegen; analog ist der Kreis behandelt.

In der Rectification ist wenigstens eine Näherungsconstruction gegeben.

Die Uebungsconstructionen (S. 106—134) sind recht mannigfaltig und erschöpfen den Gegenstand so ziemlich, enthalten zumal auch verwickelte, aber nützliche Constructionen, u. a. auch Verwandlungs- und Theilungs-, sowie Berührungsaufgaben.

Ein Abschnitt über die Anwendung der Algebra auf geometrische Constructionen fehlt.

Einige sprachliche Verstösse kommen vor. Verf. schreibt durchgängig Hypothenuse statt Hypotenuse (ὑποτείνουσα). Im Lehrsatz § 71 steht „Congruente Vierecke lassen sich aus zwei congruenten Dreiecken zusammensetzen, wenn sie eine gleiche Seite haben;" offenbar muss statt „sie" stehen „diese". Ueberall steht „umschrieben" statt „umgeschrieben", nur auf Seite 93 ist plötzlich alle drei Mal „umgeschrieben" zu lesen.

Das Congruenzzeichen ist anfangs $\cong$, später überall $\equiv$.

An kleinen, freilich fast unschädlichen, Druckfehlern fehlt es nicht.

Die Ausstattung ist nicht übel, obwohl sie hinter der, die wir gegenwärtig gewohnt sind, merklich zurücksteht. Die Figuren sind auf schwarzem Grunde in den Text gedruckt. J. Kober.

Logarithmen-Tafeln.

I. Schloemilch, Dr. O. Fünfstellige logarithmische und trigonometrische Tafeln. Galvanoplastische Stereotypie. Braunschweig, Vieweg. 1872. (Pr ?)

II. Hertzer, Dr. H. Fünfstellige Logarithmen-Tafeln für Schule und Praxis. Berlin b. Gärtner. 1872. (Pr. 10 Sgr.)

III. Bremiker, Dr. C. Logarithmisch-trigonometrische Tafeln mit fünf Decimalstellen. Stereotyp-Ausgabe. Berlin, Weidmann. 1872.

Handsames Format und möglichste Bequemlichkeit beim praktischen Rechnen sind die beiden Erfordernisse, welche man an Schul-Ausgaben mathematischer Tafeln richtet. Leider stehen beide Bedingungen mehr oder weniger im Widerspruch, und der einen kann nur meist auf Kosten der andern genügt werden. Dies sieht man deutlich bei den beiden ersten der erwähnten Tafeln. Schlömilchs Tafel — für den Schulgebrauch wegen des kleinen Formats entschieden sehr brauchbar — enthält auf der Seite 31 Zeilen, von denen die letzte in der nächsten sich wiederholt. Dies bedingt ein sehr bequemes Arbeiten in dem geometrischen Theil, jedoch eine gewisse unvermeidliche Unbequemlichkeit in dem Theile der Logarithmen der Zahlen. Das viel grössere Format von Hertzers Tafeln — ein Abdruck aus seiner bekannten trefflichen Sammlung mathematischer Tabellen — enthält 51 Zeileu auf der Seite, wodurch sich die bei Schlömilch's Tafeln angeführten Zustände gerade umkehren. Ein Versuch diese Unbequemlichkeit zu umgehen wurde in der (vorliegenden) Tafel von Bremiker gemacht. Selbe enthält ebenfalls 51 Zeilen auf der Seite, entspricht daher den Forderungen der Bequemlichkeit im Theile der Logarithmen der Zahlen. Für den goniometrischen Theil der Tafeln ist die Decimaltheilung des Grades durchgeführt, so dass jeder Grad in 100 Theile getheilt sich auf 2 nebeneinander stehenden Seiten befindet. Durch diese Anordnung ist den beiden oben erwähnten Bedingungen vollkommen entsprochen; handsames Format ist mit Bequemlichkeit beim Rechnen verbunden. Der Druck ist dabei ein sehr scharfer, die mitgetheilten astronomischen Tabellen dürften auch beim Schul-Unterrichte Verwendung finden.

IV. PINETO, S. **Tables de Logarithmes vulgaires à dix Decimales, construites d'après un nouveau mode, approuvées par l'Académie impériale des sciences de S.-Pétersbourg.** Petersb. 1871. (Pr. ?)

Bekanntlich benutzt man zur Bestimmung der Logarithmen der Zahlen Hülfstafeln, welche ausführlichere logarithmische Werke ersetzen. Eine solche Tafel ist die vorliegende, welche sich jedoch von anderen in ihrer Einrichtung wesentlich unterscheidet. Bei der gewöhnlichen Einrichtung wird eine Zahl n, deren Logarithmus gesucht wird, durch Division ihrer ersten Ziffern a in ein Product $n = ab$ zerlegt; vorliegende Tafel giebt in einer Hülfstafel eine Zahl a (und daneben $\log 1 : a$), wodurch das Product $na = m$ eine Zahl wird, wobei $\log m$ sich in der Haupttafel findet; es wird daher die oben erwähnte Division durch eine Multiplication ersetzt. Ausserdem sind in der Haupttafel die Proportionaltheile von 0.01 tel gegeben. Berücksichtigt man, dass die Erhöhung der letzten Stelle bezeichnet ist, so kann man von vorliegender Tafel mit Recht sagen: dass sie hinsichtlich Bequemlichkeit und Genauigkeit allen möglichen Bedingungen genügt.

Gratz. Dr. J. FRISCHAUF.

POULETT SCROPE, G. **Ueber Vulkane. Nach der zweiten verbesserten Auflage des Originals übersetzt von G. A. Klöden.** 65 Holzschnitte und 1 lith. Ansicht. Berlin 1872. 8⁰. S. 473.

Das mit grossem Fleisse und mit grosser Liebe zur Sache gearbeitete Werk zerfällt in folgende 12 Kapitel: 1) Einleitung. 2) Uebersicht der vulkanischen Thätigkeit. 3) Phänomen der gewöhnlichen subaëralen Eruption. 4) Untersuchung der vulkanischen Phänomene. 5) Anordnung der zerstückten Auswürflinge. 6) Ausfluss und Anordnung der Lava. 7) Mineralische Eigenschaften und Zusammensetzung der Laven. 8) Vulkanische Berge. 9) Ueber die Kratere der vulkanischen Berge. 10) Submarine Vulkane. 11) Vulkansysteme. 12) Beziehung der plutonischen und vulkanischen Thätigkeit. Als Anhang sind noch angefügt Verzeichniss und Beschreibung der Vulkane, der jetzt oder in neuerer Zeit thätigen, nebst Andeutungen über frühere vulkanische Bildungen (S. 283—445) und 2) Verzeichniss bemerkenswerther Erdbeben und vulkanischer Ausbrüche vom Jahre 1860 bis zur Gegenwart.

Der Verf. hat eines der interessantesten Kapitel der Geologie der Gegenwart in sehr eingehender und, was besonders hervorgehoben zu werden verdient, in einfacher, leicht verständlicher Weise behandelt. Er bekennt sich allein zur Theorie der Aufschüttungs-

kratere und ist der entschiedenste Gegner der Theorie der Erhebungskratere, die nach ihm die geologische Welt lange Zeit „mystificirt" hat. Dagegen wird natürlich niemand etwas haben können, zumal sich, seien wir offen, die Ansichten sehr vieler Geologen des besten Namens zu derselben Ansicht bekennen; doch geht der Verfasser zu weit, wenn er behauptet, dass sich die von ihm nicht anerkannte Theorie „auf keinerlei Thatsache gründe und durch Nichts gerechtfertigt würde." Es ist dies jedenfalls zu stark aufgetragen und muss die Anhänger der Ansichten hochgefeierter Männer von seltner Beobachtungsgabe wie v. Buch, v. Humboldt, Forbes, E. de Beaumont u. a. verletzen. Der Uebersetzer weist dies deswegen in seiner Vorrede ziemlich ausführlich und scharf zurück. Sehr zu bedauern ist, dass der Verf. nur die Theorie, die er für einzig richtig hält, weitläufig behandelt, während er die andre nur flüchtig erwähnt, gleich als wäre sie schon abgemachte Sache und deshalb gar keines Wortes mehr werth, da er doch gerade darauf ausgeht, die „zur Losung gewordene Täuschung" zu beseitigen. Dies ist aber ja nur dann in Wahrheit möglich, wenn man vergleicht und abwägt und darum ist es auch dem Uebersetzer zu danken, dass er in Kürze ergänzt, was der Verfasser versäumt.

Einzelne geographische Ungenauigkeiten hat der Uebersetzer in Anmerkungen corrigirt, so dass die Uebersetzung nach dieser Richtung hin als eine Verbesserung der Arbeit zu gelten hat.

Hiervon abgesehen, muss Referent doch das Werk allen, die sich gründlich über die vulkanischen Verhältnisse unterrichten wollen, aufs wärmste empfehlen. Es bietet ein überaus grosses und übersichtlich geordnetes Material, dem in den Text eingedruckte gute Holzschnitte zur Seite stehen. Es darf jedenfalls als das beste Werk seiner Art, das die neueste Literatur aufzuweisen hat, bezeichnet werden.

Dresden. H. Engelhardt.

Schilling, S., Grundriss der Naturgeschichte. Theil I: Das Thierreich. Elfte, wesentlich verbesserte und vermehrte Bearbeitung, mit 720 in den Text gedruckten Abbildungen. Breslau 1873, Ferd. Hirt.

Schilling, S., Kleine Schul-Naturgeschichte, Ausgabe B, mit dem Pflanzenreich nach dem natürlichen System in neuer Bearbeitung, vierzehnte verbesserte und vermehrte Auflage mit 822 in den Text gedruckten Abbildungen. Breslau 187? Ferd. Hirt.

Vor uns liegen neue Auflagen von zwei Schriften desselben Verfassers, eine elfte und eine vierzehnte Auflage, gewiss schon ei günstiges Zeugniss für Druckschriften solcher Art und auch wol

verdient, wie schon ein flüchtiger Blick in die Bücher lehrt. Die grosse Menge von Abbildungen, meist in der vorzüglichsten Ausführung, besticht das Urtheil schon von vornherein. Eine gute Abbildung lehrt ja weit mehr als viele Zeilen Text, zumal wenn wie hier so oft nicht nur das Thier allein vorgeführt wird, sondern auch in seiner Umgebung, seiner Lebensweise und Entwickelung sich vorstellt. Ebenso sorgfältig wie die Abbildungen ist übrigens auch der Text. Die Reichhaltigkeit des Buches bei geringem Umfange verlangt natürlich in den Beschreibungen die grösste Beschränkung. Bei der sorgfältigen systematischen Anordnung der Naturkörper, der ausführlichen Beschreibung für Classen, Ordnungen, Familien und Gattungen genügt indessen bei der Art auch oft ein einziges Merkmal, um die Charakteristik zu vollenden, und dies hat Verfasser in einer ganz vorzüglichen Weise verstanden. Ueberdies ist Verfasser auch bemüht, den Fortschritten der Wissenschaft Rechnung zu tragen, neue Forschungen zu berüchsichtigen und alte unrichtige Vorstellungen auszumerzen. So sehen wir in dieser Auflage bei den Säugethieren die Insektenfresser als besondere Ordnung von den Raubthieren getrennt, die Beutelthiere und Schnabelthiere sind als wenigst entwickelte Säugethiere an das Ende dieser Thierclasse gestellt.. Ferner sind die Amphibien als Classe von den Reptilien geschieden worden. Auch in der Classe der Gliederthiere sind nicht unwesentliche Veränderungen bezüglich der Anordnung vorgenommenn worden, besonders bezüglich der Netz- und Geradflügler, sowie der Tausendfüsser, Räderthiere und der Crustaceen. Am meisten ist in den Classen der niedrigsten Thierformen geändert worden, die nun unzweifelhaft als Thiere erkannten Schwämme u. a. sind aufgenommen und selbst dem noch nicht ganz genau erforschten Bathybius ist ein Plätzchen gegönnt worden.

Mit diesen Aenderungen sind wir sehr wohl einverstanden. Lange genug ist man stehen geblieben und hat sich fortwährend an ein einseitig auf den anatomischen Bau gegründetes System gehalten, — man hat das System als ein Mittel betrachtet, die Naturkörper leichter kennen zu lernen, sich ihre Merkmale einzuprägen und die Sammlungen zu ordnen. Das System stellt jedoch mehr vor, es ist der Inbegriff unserer Vorstellungen über die Entwickelung der organischen Welt seit dem ersten Entstehen von Organismen an der Erdoberfläche. Da nun diese Entwickelung ganz nach ähnlichen Grundsätzen vor sich ging, wie die Entwickelung des Embryo im mütterlichen Organismus, so ist diese, so sind physiologische und geologische Erfahrungen vorzugsweise bei der Bildung eines Systems beizuziehen. Das geschieht auch in neuerer Zeit. Häckel, Claus u. a. bauen nach dem Vorgange von Darwin in dieser Weise das System. In die Schulbücher aber dringt davon noch nicht viel und begrüssen wir deshalb den Fortschritt in dem vorliegenden Werke mit um so mehr Freude. Wünschen wir indessen auch noch, dass der Verfasser weiter und tiefer

gehe und ebenso wie er allmälig schlechte Holzschnitte immer mehr ausmerzt, auch im System mehr und mehr das Neue sich aneigne.

In dem zweiten der vorliegenden Werke, in der „kleinen Naturgeschichte" ist Verfasser auch noch nicht so weit. Er ist ein gutes Stück noch zurück in dem Einführen der genannten Verbesserungen. Und wenn auch die oben genannten Vorzüge in der Beschreibung der Naturkörper hier ebenso hervorzuheben sind, so fehlt es, in der Zoologie wenigstens, bei der Anordnung in mancher Richtung. Die Botanik ist darin besser bedacht. Bei der Mineralogie dürfte wohl der chemische Theil der Eigenschaften weit mehr betont sein. Hier ist ein Feld, wo seit lange Stillstand eingetreten ist, ohne dass wir aber hier schon so klar als in der Zoologie sehen, wohin und wie weit die Forderungen der Pädagogen gehen werden.

Wien. Dr. Rothe,

Prof. der Naturwissenschaften am Staats-Real-Gymnasium zu Hernals.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. dergl.)

Zum Repertorium der neuesten Erfindungen, Entdeckungen etc.

I. Chemie.

Von Dr. Fischer.

(Fortsetzung von Seite 72.)

4. Physiologische Chemie.

Wolf und Zimmermann schliessen aus einer Reihe von Versuchen, dass bei einer normalen Vegetation von Pilzen niemals Ammoniak als Secretionsprodukt auftritt. Ammoniak ist stets nur ein Fäulnissprodukt des Pilzes. Bei den Hautpilzen treten nach Aufhören der Vegetation flüchtige alkalische Produkte auf, namentlich Trimethylamin, welches als Umbildungsprodukt gewisser stickstoffhaltiger Gebilde des Pilzkörpers anzusehen ist. (Botan. Zeitg. 29. 296.)

Die Larven der veränderlichen Blattwespe *Cimbex variabilis* haben an beiden Seiten des Körpers eine Reihe Oeffnungen, aus denen sie beim Berühren einen grünen Saft spritzen. Rossum hat gefunden, dass dieselbe eine ziemlich concentrirte Lösung einer dem Albumin sehr ähnlichen Proteinsubstanz ist. (Zeitschr. für Chem. 7. 423.)

Cailletet hat den oberirdischen Theil verschiedener Pflanzen in einen Glascylinder mit enger Oeffnung gebracht, die Oeffnung möglichst verschlossen und durch den Cylinder einen von Kohlensäure befreiten Luftstrom geleitet, dessen Spannung etwas grösser war als die äussere Luft, um so die atmosphärische Kohlensäure von den grünen Pflanzentheilen möglichst abzuschliessen. Die Pflanzen starben nach kurzer Zeit ab, entwickelten aber wieder ein normales Wachsthum, wenn frühzeitig Kohlensäure zugeführt wurde. Die im Boden enthaltene Kohlensäure ist demnach zur Erhaltung des Lebens der chlorophyllhaltigen Pflanzen unzureichend. Verf. glaubt sogar aus diesen Versuchen schliessen zu dürfen, dass der von den Pflanzen abgeschiedene Kohlenstoff ausschliesslich aus der atmosphärischen Kohlensäure stammt. (Compt. rend. 73. 1476.)

Nach Schäfer ist die Thiercellulose (nach Berthellot Tunicin) von *Pyrosoma*, *Salpa* und *Phallusia mammilaris* identisch mit der Pflanzencellulose. Die Elementaranalyse gab: 44,09 Kohlenstoff, 6,30 Wasserstoff und 49,61 Sauerstoff. Sie wird durch Schwefelsäure in gährungsfähigen Zucker übergeführt, ist löslich in Kupferoxydammoniak und wird durch Säure wieder gefällt. (Ann. Chem. Ph. 84. 312.)

Schukoffky erinnert daran, dass das Casein der Frauenmilch chemisch sich von dem Casein sämmtlicher anderer Thiermilcharten unterscheidet. (B. Ber. 75.)

5. Oeffentliche Gesundheit.

Nach dem Genusse von Haferbrot, welches etwa $^1/_6$ aus den Schliessfrüchten von *Lolium temulentum* bestand, trat bei den betreffenden Personen nach drei Stunden heftiges Zittern an allen Gliedern, starker

Schweiss und Schwindel ein, so dass sie zusammenbrachen. (Arch. für Ph. 199. 128.)

Es ist mehrfach beobachtet, dass mit Anilin gefärbte wollene Zeuge, auf der blossen Haut getragen, auffallende Vergiftungserscheinungen hervorgerufen haben. So bildeten sich beim Tragen von mit Anilin gefärbten Strümpfen schon nach 6 Stunden Pusteln mit heftigen Fiebererscheinungen. Nach jedem Versuche diese Strümpfe zu tragen, wiederholten sich diese Erscheinungen. Es ist daher anzurathen nur solche Wollstoffe auf der blossen Haut zu tragen, die keine Anilinfarben enthalten. Diese schönen, aber oft sehr giftigen Farben werden leicht dadurch erkannt, dass Alkohol von 90%, damit in einem Reagircylinder erwärmt, violett, blau oder roth wird. (Pharm. Centr. 13. 69.)

Nach Angabe des englischen Consuls Medhurst in Shanghai werden von den Chinesen in den Dörfern auf der *Hong-keu*-Seite des *Soo-chow-Creek* Weidenblätter im April und Mai gesammelt, um sie dem Thee zuzumischen. Man schüttet sie in Haufen auf und lässt sie unter dem Einflusse der Sonnenstrahlen einen leichten Gährungsprocess durchmachen. Dann werden sie sortirt und in den gewöhnlichen Thee-Oefen geröstet, wodurch sie den ächten Theeblättern ähnlich werden. Sie werden so bis zu 20% dem ächten Thee beigemischt. Medhurst schätzt den Verbrauch der Weidenblätter für diesen Zweck im letzten Jahre auf 200,000 Kilo. (Chem. C. 3. 270.).

Aeby: Ueber die städtischen Grundwasser. (Journ. pr. Ch. 206.)

Patera hat eine kleine Schrift unter dem Titel: Ueber Flammenschutzmittel veröffentlicht, welche allgemeine Beachtung verdient. Verf. erinnert daran, dass in England jährlich über 400 Personen durch brennende Kleider umkommen, dass 1863 in der Kirche zu St. Jago in einer Viertelstunde mehr als 2000 Menschen verbrannten, dass in den letzten 10 Jahren 51 Theater abgebrannt sind, wodurch mehr als 1000 Menschen umkamen. — Um die Entzündung von Holz zu verzögern, wird dasselbe nach dem Vorschlage von Fuchs mit Wasserglas und Kreide überstrichen. Der allgemeinen Anwendung des wolframsauren Natriums für Kleiderstoffe steht der hohe Preis dieses Salzes entgegen.

Als in jeder Beziehung zweckentsprechend empfiehlt dagegen der Verfasser 4 Theile Borax und 3 Theile Bittersalz in etwa 30 Theilen Wasser heiss zu lösen. Die Stoffe werden trocken eingetaucht, ausgerungen und getrocknet. Die Fäden des Gewebes werden dadurch mit unlöslichem borsauren Magnesium umhüllt und so die Entwicklung von brennbaren Gasen erschwert, das Umsichgreifen der Flamme verhindert.

6. Technische Chemie: Sachsen producirt jährlich 16000 Kilo Wismuth. Kein anderes Land auf der Erde gibt irgend welche erhebliche Mengen dieses geschätzten Metalls. (Pol. Centr. 25. 986.)

Der deutsche Zollverein hat 1860 1023346 Centn. Steinsalz und 5041576 Centn. Siedsalz, 1869 dagegen 7107830 Centn. Steinsalz und 5612485 Centn. Kochsalz producirt. (Pol. Centr. 25, 1514.)

1850 wurde bekanntlich im Gneiss des südlichen Grönlands ein Lager von Kryolith $Na_6 \overset{VI}{Al_2} F_{12}$ ($3\ Na\ F + Al_2\ F_3$) entdeckt, das etwa 200 Meter lang, 70 Meter breit und von unbekannter Tiefe ist. Es werden jährlich über 300000 Centner nach Europa und Nordamerika ausgeführt. Mit Calciumhydrat $Ca\ (OH)_2 = (Ca\,O + HO)$ erhitzt, bildet sich Fluorcalcium, Natriumhydrat und Natriumaluminat. Letztere werden mit Wasser ausgelaugt und durch Kohlensäure zerlegt: die gefüllte Thonerde wird zu Alaun verarbeitet, eine sehr reine Soda bleibt in Lösung. (Chem. C. 2. 406.)

Benrath schliesst aus seinen Versuchen über die Entglasung, dass das Glas nicht aus drei oder vierfach sauren Verbindungen bestehe, sondern aus Lösungen von Kieselsäure in Glas, dessen Zusammensetzung etwa der Formel $R_2\ Si_2\ O_5$ entspricht. Scheinbar homogenes Glas ist eine rasch erstarrte übersättigte Lösung. Unter geeigneten Umständen, z. B. Wieder-

erweichen, vermehrt sich die Ausscheidung und die Krystalle wachsen. Die Entglasung wird demnach durch eine Ausscheidung von Kieselsäure, Feldspath, Chromoxyd und anderen in Glas löslichen Verbindungen bewirkt. (Pol. J. 203. 19.)

Wernekink führt die entfärbende Wirkung der Knochentheile auf eine Oxydation der Farbstoffe durch den in den Poren verdichteten Sauerstoff zurück. Die Entwicklung von Ammoniak, wenn frische Knochenkohle durch Wasserdampf erhitzt wird, erklärt er durch Einwirkung desselben auf den in den Poren verdichteten Stickstoff der atmosphärischen Luft. (Pol. Journ. 203. 60.)

7. Analytische Chemie:

Kobell findet geringe Mengen von Wismuth, indem er die zu untersuchende Substanz mit gleichen Theilen Jodkalium und Schwefel auf Kohle vor dem Löthrohre erhitzt. Es bildet sich ein flüchtiger, intensiv gelbrother Beschlag von Wismuthjodid. Blei gibt auf dieselbe Weise behandelt einen tief gelben Beschlag, der aber die Wismuthreaction nicht beeinträchtigt. (Pol. Journ. 203. 242.)

Jean führt als neues Löthrohrreagens das Schwefelnatrium ein. Die Substanz wird mit Borax in der innern Flamme geschmolzen, Natriumpolysulfuret zugesetzt und in der Reductionsflamme weiter erhitzt. Arsen und Antimon geben eine farblose Masse, Gold und Platin eine klare, durchscheinende, mahagonifarbene Masse, Zinn durchscheinende gelbbräunliche, Chrom eine grüne Masse. Braun oder schwarz, undurchsichtig werden: Blei, Silber, Kupfer, Eisen, Kobalt, Nickel, Uran; weiss wird Zink. Cadmium in der Hitze scharlachroth, gelb, Mangan schmutzig-kastanienbraun. (Chem. C. 3. 213.)

Goppelsröder fährt fort die Salpetersäure dadurch in Brunnen und Regenwässern zu bestimmen, dass er dasselbe mit dem gleichen Vol. Schwefelsäure vermischt und so lange Jndigolösung zufliessen lässt, als noch Entfärbung eintritt. (Z. a. Ch. XI. 16.) Nach den Untersuchungen des Ref. ist diese Bestimmung werthlos, da bei Gegenwart von organischen Stoffen nur 10—30% der vorhandenen Salpetersäure gefunden wird. Nach Struve (das. 25) wirkt auch die salpetrige Säure und das Wasserstoffsuperoxyd auf die Indigolösung ein.

Erkmann schlägt vor, dünne Querschnitte von Pflanzentheilen u. s. w. in eine verdünnte Anilinroth-Lösung zu legen. Wäscht man dann nach etwa 12 Stunden die Pflanzentheile mehrmals mit Wasser aus, so lassen die nicht stickstoffhaltigen Stoffe das Anilinroth fahren, während die stickstoffhaltigen schön roth gefärbt erscheinen. (Das. 37.)

Struve: Darstellung der Hyperoxyde des Bariums, Calciums und Strontiums. (Das. 22.) Derselbe: Die Benutzung einer Tanninlösung zur Abscheidung des Blutfarbstoffes aus Lösungen. (Das. 29.) Ueber die Bestimmung des Kupfers auf elektrolytischem Wege. (Das. 1.)

Brunner: Vorsichtsmassregel bei Phosphorsäure und Zuckerbestimmungen. (Das. 30 und 32.) Reichert: Ein einfacher Thermoregulator. (Das. 34.) Erkmann: Filtriren mit Hülfe der Luftpumpe. (Das. 37.) Orlowski: Neuer Apparat zur Entwicklung von Chlor. (Das. 38.) Griessmayer: Neue Reaction auf Alkalien und auf Gerbsäure. (Das. 43.) Löwenthal: Transpiration der Flüssigkeiten, und Jndigo Prüfung. (Das. 43 und 45.) Pillitz: Analyse der Getreidesorten und deren Mehle. (Das. 46.) Fresenius: Analyse des rothen Phosphors (das. 63.). Kolbe: Ueber Schlösings Methode der Trennung von Kali und Natron. (J. pr. Ch. 5. 93.) Fleck: Ueber hygienisch-chemische Untersuchungsmethoden. (Das. 263.)

8. Krystallographie und Mineralogie:

Zirkel hat Dünnschliffe der Mexikanischen Obsidiane untersucht, welche einen grünlich gelben oder grün goldenen Schiller besitzen. Das Obsidianglas ist erfüllt mit einer sehr grossen Menge von ungemein dünnen Krystallen, die sämmtlich parallel nach einer Richtung in die Länge gezogen sind. (N. J. Min. 1872. 1.)

Im Kaukasus ist auf der rechten Seite der Jover, nahe der Soldaten-Ansiedelung Muchrevan in einer vegetationslosen, muldenförmigen, von Hügeln umgebenen Vertiefung ein natürlicher Glaubersalzfelsen entdeckt. Ein Bohrversuch ergab Mergel, grauen, dann bituminösen salzigen Thon, zusammen 5 Fuss mächtig, dann reines schwefelsaures Natrium $Na_2 SO_4$, dessen Masse Nöschel zu 15,5 Millionen Cub.-Fuss veranschlagt. In der Umgegend von Tiflis gibt es mehrere Seen, aus denen das völlig reine Glaubersalz am Rande herauskrystallisirt. (Arch. Ph. 199. 65.)

Klein: Krystallographische Untersuchungen. (Ann. Chem. Ph. 85. 363.)

II. Geognosie.

(Zusammengestellt von H. Engelhardt.)

Baltischer Jura. Die Erforschung der Juraformation um das baltische Meer hat mit grossen Schwierigkeiten zu kämpfen. Die Diluvialfluthen haben die Ablagerungen der genannten Gegenden zerstört und die südlich der Ostsee gelegenen Länder hoch mit Lehm, Sand etc. bedeckt, dass die darunter liegenden Gesteine nicht zu ermitteln sind. Nur Gerölle, welche durch die Fluthen von *NO* nach *SW* getrieben worden sind, finden sich zerstreut im Tieflande bis zum Fusse des Riesengebirges, in denen organische Ueberreste vorhanden sind, welche entschieden auf die Juraformation hinweisen und ausser ihnen sehr vereinzelte Aufschlüsse des noch anstehenden Gesteins in Kurland, bei Colberg und an der Odermündung. Nach alle diesem gehört der baltische Jura der oberen Abtheilung des braunen und der untern Abtheilung des weissen Jura an. Die Südgrenze der Ausbreitung der Geschiebe bezeichnet eine Linie zwischen Görlitz und der Flamingshöhe. (Correspondenzbl. d. naturw. Vereins zu Halle.)

Wealdenformation. Unter den allgemeinen Resultaten, welche beim Abschluss der gediegenen Untersuchungen Schenks über die fossile Flora der norddeutschen Wealdenformation gewonnen worden sind, verdienen folgende ganz besondere Beachtung: 1) Diese Flora gehört mit Ausnahme einer einzigen Art den Gefässkryptogamen und den Gymnospermen an. 2) Farne und Cycadeen zeigen eine scharf ausgeprägte Verwandtschaft mit denen des Lias und Jura; überhaupt muss der Charakter dieser Vegetation als ein jurassischer bezeichnet werden. 3) Das Klima muss als tropisches bezeichnet werden. 4) Die Vegetation scheint eine sehr gleichmässige gewesen zu sein.

Pterodaktylus. Auf dem Eichstädter Steinbruch wurde ein Pterodaktylus von mittlerer Grösse gefunden, an welchem die Flughaut sehr schön erhalten ist. Sie ist rein, sauber, glatt und deutlich und zeigt weder Federn, noch Haare, ist aber von mehreren äusserst zarten Linien durchzogen. (N. Jahrb. f. Min. u. Geol. 1872. Heft 8.) Hinzugefügt sei, dass dieses Exemplar auf telegraphische Aufforderung des Professors Marsh durch Professor Geinitz für 2000 fl. für ein amerikanisches Museum angekauft ist, und dass wir uns recht wohl mit den bereits vorhandenen recht wohl gelungenen Photographien begnügen können.

Ueber Castanea vesca und ihre vorweltliche Stammart. So betitelt sich eine kleine, aber fleissige Arbeit von C. v. Ettingshausen, in welcher die an hunderten von fossilen Castanea-Blättern aus dem Hangenden des Braunkohlenlagers von Leoben beobachteten Abänderungen als ganz gleich denen an der jetzt lebenden *Castanea vesca* beobachteten sich ergeben. (Sitzungsber. d. k. Ak. d. W. in Wien. Bd. 65. Heft 2.)

Elephas primigenius. In Thale fand man beim Abräumen einer Erdschicht (Lehm und Mergel) über dem daselbst befindlichen Gypsbruche das Skelet eines Mammuths, welches ca. 15 Fuss lang und 9 Fuss hoch gewesen sein mag. 4 grosse Backenzähne sind gut erhalten und haben

fingerlange Wurzeln. Von ihnen wiegt jeder 7 Pfund. Ausserdem fanden sich 2 starke gekrümmte Stosszähne von 5 Fuss Länge, welche aber, wie viele andere Knochentheile an der Luft zerfielen. (Leipz. Zeitung vom 6. Jan. 1878.) Hierbei erlaube ich mir zu bemerken, dass Collegen, welche ähnliche Funde machen sollten, mürben Knochen längere Dauer verleihen können, wenn sie dieselben dann und wann mit Leimwasser tränken, wie sie auch Stämme von Braunkohlen u. dgl., die mit der Zeit sich aufblättern, durch eine Abkochung von der Wurzel von *Saponaria off.* vor der Zerstörung schützen können.

Eintheilung des Diluviums nach Boyd Dawkins. Zur Eintheilung des Diluviums benutzten die meisten Geologen die in dasselbe fallende Eiszeit, während sie für die andern das allmähliche Auftreten neuer Thierformen als Eintheilungsprincip feststellten. Dawkins nimmt nun 3 Perioden an: 1) die, in welcher die pleistocenen Einwanderer die pliocenen Säugethiere zu beunruhigen anfangen, aber noch nicht die mehr südlichen Thiere verdrängt hatten und arktische Thiere noch nicht angekommen waren; 2) die, in welcher die charakteristischen Cerviden verschwunden waren und die plattzehigen Wiederkäuer durch Stier, Elen, Reh, Auerochs und Bison repräsentirt sind, während *Elephas meridionalis* und *Rhinoceros etruscus* sich nach Süden zurückgezogen hatten; 3) die, in welcher die eigentlichen arktischen Säugethiere die Hauptbewohner der Gegend ausmachten. (Quart. Journ. of the Geol. Society Bd. 28. Nr. 112.)

Europäisches Thierleben im Diluvium. (Nach der Arbeit von Dawkins.) Im Pliocen war das Klima im mittleren und nördlichen Europa gemässigt; in der darauffolgenden Zeit ging es allmählich in die arktische Strenge der Eiszeit über, wodurch der Wechsel der Thierformen bedingt wurde. Solcher lassen sich 5 Gruppen unterscheiden. Die erste umfasst Bewohner südlicher Klimate (Löwe, gefleckte Hyäne, Flusspferd). Der nördlichste Punkt, an dem man Ueberreste des letzteren fand, ist Kirkdale in Yorkshire, der östlichste der Rhein. Unter den Punkten, an welchen sich solche von den beiden ersten zeigten, ist der nördlichste Königsberg. Zur 2. Gruppe gehören Vielfrass, Rennthier, Hamster, Murmelthier, Alpenhase, Lemming, Steinbock, Gemse. Ihr Auftreten spricht für ein entgegengesetztes Klima (Frankreich, Deutschland, England, bis zu den Alpen und Pyrenäen), welches dem des hohen Nordens von Asien und Amerika gleichkommen dürfte. Wie ist nun das gleichzeitige Vorkommen beider Gruppen an denselben Weideorten, das als nachgewiesen betrachtet werden muss, zu erklären? Zwar ist der jetzige Tiger so ausgestattet, dass er die Strenge des sibirischen Winters wie die tropische Hitze Bengalens auszuhalten vermag; aber dies kann man keineswegs vom Hippopotamus behaupten, wie überhaupt nicht von Pflanzenfressern. Die Schwierigkeit schwindet jedoch, wenn man an die Wanderungen von Thieren, wie Rennthier etc. während eines kalten Winters denkt, welche durch die Menge der Nahrung für die Pflanzenfresser regulirt wird. Im pleistocenen Winter wären dann die nördlichen Thiere nach Süden gewandert und im Sommer wären die südlichen Formen nordwärts gezogen und dem Hin- und Herschwanken der Temperatur wäre somit das eigenthümliche Gemisch der Ueberreste zu danken. Dass hierbei der Kampf um's Dasein gespielt hat, liegt auf der Hand. Die drei übrigen Gruppen (solche, die noch jetzt in der gemässigten Zone leben, solche, die sowohl im Norden, als im Süden sich aufhalten und die ausgestorbenen) bieten keine Schwierigkeit dar. — Was die Heimath der pleistocenen Thiere Europas betrifft, so lehrt eine Vergleichung mit den Thieren der pliocenen Periode, dass man 3 Gruppen zu unterscheiden habe, solche, die aus dem nördlichen und mittleren Asien, solche, die aus Afrika stammen und solche, die bereits vorher dieselben Gegenden bewohnten. Diese Thiere müssen während der pliocenen Zeit durch eine Scheidewand zwischen Asien und Europa (caspisches Meer, Obithal), welche später schwand, an der Einwanderung verhindert gewesen sein. Höchst wahrscheinlich ist ferner, dass Afrika mit Spanien und Grie-

chenland zusammenhingen, während das Mittelmeer kleinere Dimensionen einnahm. Die Grösse der damaligen Landmasse gebietet aber den Schluss, dass klimatische Extreme sich erzeugen mussten.

Das Emporsteigen von Australien. Schon 1864 machte Wintle der Royal Society von Tasmanien Mittheilung über Muschelablagerungen, welche einen Beweis für die Hebung der Küste liefern; doch fand er allseitig Widerspruch, indem die meisten Beobachter die Ansicht vertraten, dass diese Muschelanhäufungen von den Eingebornen herrührten und die Abfälle ihrer Lagerplätze darstellten. Diesen Widerspruch widerlegte er durch den Nachweis, dass viele Muscheln gar zu klein sind, als dass sie als Nahrung verwerthet sein könnten. Aus seinen weiteren Beobachtungen sei Folgendes hervorgehoben: An der Sandbucht (eine Einbiegung des Hafens des Derwentflusses) existirt 60 Yard landeinwärts und 40 Fuss über der Hochwassermarke ein Muschelbett von 3 Fuss Dicke, das in einem thonig-sandigen Boden eingelagert und von einer einige Zoll dicken Schicht von Pflanzenerde überdeckt ist. Die Muscheln gehören nur lebenden Gattungen an, die sich unmittelbar an der Küste befinden. Vor 5 Jahren fand man einen löffelähnlichen fossilen Knochen (Zungenbein einer Cetacee?). 1 Meile davon ist eine 2 Fuss dicke Muschelablagerung auf einer Basaltschicht; eine andere in der königlichen Domäne der Stadt Hobart Town 500 Yards von der Wasserlinie. Hier, wie beim ersten Orte zeigen sich die Muscheln sehr zerrieben. Im District von Lorrel ist der Boden in einer Ausdehnung von 2 Quadratmeilen mit Austerschalen dick bedeckt. Auf dem Festlande von Australien fand er zwischen Brighton und Mordillac Schalen recenter Muscheln in einem eisenhaltigen Felsen einige Fuss über der Hochwassermarke mehr als eine Meile längs der Küste freiliegen. Der Verfasser fügt die Notiz hinzu, dass er zu beweisen vermöge, dass gegen das Ende der Tertiärzeit gewisse Landstrecken niedersanken, wodurch Tasmanien und Neuseeland vom australischen Festlande isolirt wurden. (Nature. Dec. 1872.)

Petroleum in Galizien. Dasselbe ist hauptsächlich an eocene Karpathensandsteine gebunden. Bei Bobrka (zw. Dukla und Krosno) zeigte sich, dass diejenigen Schächte von günstigen Resultaten begleitet sind, welche sich auf der streichenden Gebirgslinie aufgerichteter Schichten befinden. Bei Iwonicz ist besonders das Zusammenvorkommen von jod- und bromhaltigen Salzquellen mit dem Petroleum innerhalb desselben Gesteins bemerkenswerth. (Verh. d. geol. R. A.)

Tertiärflora von Göhren. (Zw. Wechselburg und Lunzenau in Sachsen.) Unter diesem Titel erschien in Nova Acta Acad. L. C. G. Nat. Cur. Vol. XXXVI, eine paläontologische Arbeit vom Zusammensteller dieser Zeilen. Die fossilen Pflanzenreste wurden in einem Durchstich unweit des grossartigen, von Muldenthalwanderern bewunderten Viaductes von Göhren gefunden. Die Mehrzahl derselben weisen auf gleichen Horizont mit der Flora des plastischen Thones von Priesen im Biliner Becken (Anfang der Mainzer Stufe) hin. Indem ich unterlasse, näher auf diese Arbeit einzugehen, hebe ich nur hervor, dass durch sie der Formenkreis einzelner Species erweitert worden ist, das Vorkommen von Pflanzen, die bisher nur an einem Orte gefunden worden waren, auch hier nachgewiesen ist, so dass zu hoffen steht, dass in den Zwischengebieten dieselben ebenfalls noch auftauchen und dass sie die Kenntniss der fossilen Pflanzen um eine sichere Gattung und Art vermehrt hat. (*Cistus Geinitzi.*) Besonders erwähnt sei noch, dass *Quercus Platania Heer*, die sich bisher nur im hohen Norden (North Greenland und Spitzbergen) fand, auch hier angetroffen wurde. Ein Verzeichniss der Pflanzen findet sich in den Berichten der naturwissenschaftlichen Gesellschaft Isis zu Dresden. 1872. Heft 4.

Statuten des mathematisch-physikalischen Seminars zu Göttingen.*)

Der nachstehende zweite Abdruck der Statuten des mathematisch-physikalischen Seminars enthält die neue Fassung, welche dieselben in Folge einer Modification der §§. 8. und 9. im Mai 1861 erhalten haben.

§. 1. Das Seminar bezweckt zunächst die Ausbildung von Lehrern für den mathematischen und physikalischen Unterricht an höheren Lehranstalten.

Zugleich soll es den Studierenden Gelegenheit bieten, sich mit solchen Theilen der Mathematik und Physik bekannt zu machen, welche in den gewöhnlichen akademischen Vorträgen kurz oder gar nicht behandelt werden. Auch soll die Anstalt überhaupt zur Hebung des Studiums der mathematisch-physikalischen Wissenschaften beitragen.

§. 2. Das Seminar besteht aus zwei Abtheilungen, einer mathematischen und einer physikalischen. Jede Abtheilung wird von Directoren geleitet, welche das Universitäts-Curatorium aus den akademischen Lehrern der Mathematik und Physik ernennt.

Die Directoren beider Abtheilungen bilden den Vorstand des Seminars.

Einer derselben übernimmt — und zwar vorerst abwechselnd jedesmal für ein Jahr — die Geschäftsordnung für die ganze Anstalt.

§. 3. Für die Arbeiten der mathematischen Abtheilung sind wöchentlich zwei Stunden bestimmt. In der einen Stunde hält einer der Directoren einen Vortrag über mathematische Gegenstände, und zwar vorzugsweise über solche, welche in den regelmässigen akademischen Vorträgen gewöhnlich nicht behandelt werden. Mit diesen Vorträgen können auch praktische Uebungen verbunden werden.

Die zweite Stunde ist ausschliesslich praktischen Uebungen gewidmet. Diese bestehen in Vorträgen über einen Gegenstand der reinen oder angewandten Mathematik, welche die Seminaristen abwechselnd halten. In der Regel darf ein solcher Vortrag nicht mehr als eine Stunde in Anspruch nehmen. Während desselben ist es sowohl dem Director als den Mitgliedern des Seminars gestattet, Einwürfe oder sonstige dahin gehörende Bemerkungen zu machen.

Die Gegenstände der Vorträge werden von den Directoren angegeben, oder mit deren Genehmigung von den Mitgliedern gewählt.

Daneben können die Directoren auch Aufgaben stellen, welche sämmtliche Mitglieder zu lösen haben. Die Lösungen werden in den Uebungsstunden besprochen.

§. 4. Für die Arbeiten der physikalischen Abtheilung, deren Local das physikalische Laboratorium ist, werden wöchentlich zwei bis vier Stunden bestimmt, von denen je zwei zusammengelegt werden können.

Die Arbeiten bestehen in Vorträgen der Directoren über einzelne Gegenstände der theoretischen Physik, verbunden mit Uebungen in Beobachtungen und Messungen.

Ferner haben die Mitglieder über den Inhalt einzelner Abhandlungen und Aufsätze aus akademischen Schriften und physikalischen Zeitschriften zu berichten, welche von dem Director als Leitfaden zu den physikalischen Uebungen ausgewählt werden.

Jährlich wird eine Demonstration der physikalischen Instrumentensammlung gehalten, womit die Anleitung im Gebrauche der einzelnen Instrumente zu verbinden ist.

Die Mitglieder haben über alle Beobachtungen und Versuche, an welchen sie Theil nehmen, Protokoll zu führen, und über die dazu geeigneten Beobachtungen und Versuche selbständige Ausarbeitungen zu liefern.

§. 5. Mitglied des Seminars kann jeder immatriculirte Student werden, welcher schon seit zwei Semestern an einer Universität studirt, oder auf einer polytechnischen Schule hinreichende Vorbildung erlangt hat.

Die Mitglieder sind verpflichtet an allen Stunden Theil zu nehmen.

---

*) Vgl. Greifswalde: IV, 160. Graz: IV. 77 u. 162. D. Red.

Die Aufzunehmenden haben sich bei dem geschäftsführenden Director zu melden.

Es steht den Director frei, Zuhörer zu ihren Vorträgen im Seminar zuzulassen.

Mitgliedern, welche den Forderungen der Statuten nicht entsprechen, können durch einen Beschluss des Vorstandes von der Theilnahme am Seminare ausgeschlossen werden.

§ 6. Es wird eine Summe von halbjährlich 80 Thlr. ausgesetzt, aus welcher gegen das Ende jedes Halbjahrs denjenigen Mitgliedern, welche sich in demselben am meisten ausgezeichnet haben, Stipendien zu bewilligen sind. Es sollen höchstens vier Stipendien bewilligt werden.

Die Directoren haben nach gemeinsamer Berathung dem Universitäts-Curatorium Vorschläge darüber zu machen.

Ein älteres Mitglied der physikalischen Abtheilung, welches von den Directoren der physikalischen Abtheilung dem Universitäts-Curatorium vorgeschlagen wird, erhält eine halbjährliche Vergütung von 20 Thlr. für die Einübung der neu eintretenden Mitglieder, ohne hierdurch seinen etwaigen Anspruch auf ein Stipendium zu verlieren.

Ausserdem werden, soweit nöthig, die bei den physikalischen Arbeiten entstehenden Kosten ersetzt werden.

Für diese und andere Ausgaben erhält das Seminar die jährliche Summe von 60 Thlr.

Diese darf nicht überschritten werden; die Ersparnisse eines Jahres sind jedoch auf das folgende zu übertragen, um grössere Bedürfnisse bestreiten und ausgedehntere physikalische Arbeiten ausführen zu können.

§ 7. Jeder Director führt ein Verzeichniss über die laufenden Arbeiten, in welchem zugleich die grösseren Arbeiten der Mitglieder anzugeben und zu beurtheilen sind.

Dasselbe bildet die Grundlage eines gemeinschaftlichen Berichts über den Zustand des Seminars, welchen die Directoren jährlich dem Universitäts-Curatorium vorzulegen haben.

§. 8. Um dem Bedürfnisse der Lehranstalten zu begegnen, soll den Mitgliedern des Seminars zugleich Gelegenheit gegeben werden, sich in der beschreibenden Naturlehre, sowie auch in der Anstellung astronomischer Beobachtungen praktisch auszubilden.

§. 9. Die Directoren des Seminars und die Lehrer, welche den Unterricht in der beschreibenden Naturlehre und in den astronomischen Beobachtungen übernehmen, haben in jedem Halbjahre neben ihren sonstigen Vorlesungen, auch ihre jedesmalige Thätigkeit am Seminare anzukündigen.

Göttingen im Juni 1861.

Im Namen des Vorstandes

Listing.

Reglement für das mathematisch-physikalische Seminar der Universität Breslau.

§. 1. Das mathematisch-physikalische Seminar soll den Studirenden Anregung und Anleitung bieten zu selbstständigen Untersuchungen in der Mathematik und der mathematischen Physik.

Die Leitung des Seminars übernehmen die Professoren der Mathematik und der Physik. Sie stellen unabhängig von einander Themata zu kleineren und grösseren schriftlichen Arbeiten, und ertheilen den Mitgliedern des Seminars Rath und Anleitung für die Bearbeitung. Die specielle Einrichtung und Anordnung bleibt ihnen überlassen.

§. 2. Mitglieder des Seminars können werden die Studirenden der Mathematik und Physik an der Universität, auch können sie es bleiben nach dem Abgange von derselben, bis sie eine feste Anstellung erlangt haben.

§. 3. Von denjenigen Mitgliedern des Seminars, welche sich durch besonderen Fleiss und tüchtige Arbeiten ausgezeichnet haben, erhalten sechs am Ende jedes Semesters eine Remuneration von je 15 Thalern. Dieselbe wird in der Regel zu gleichen Theilen von den Dirigenten des Seminars an diejenigen Mitglieder, welche unter ihrer resp. Leitung gearbeitet haben, verliehen. Es soll hiebei lediglich auf die Tüchtigkeit der Leistungen, und nicht auf etwaige Bedürftigkeit Rücksicht genommen werden.

Sind nicht sechs Mitglieder des Seminars dieser Auszeichnung für würdig befunden worden, so geht das erübrigte Geld auf das nächste Semester über, und es können dann bei vorzüglichen Leistungen höhere Remunerationen bis zu 30 Thalern verliehen werden.*) Gelangt eine ersparte Prämie aber auch in den nächsten zwei Semestern nicht zur Vertheilung, so wird der Betrag zum Nutzen der Bibliothek des Seminars verwendet.

§. 4. Zur Anschaffung der wissenschaftlichen Hilfsmittel, welche für die Arbeiten der Mitglieder des Seminars erfordert werden, sind 40 Thlr. jährlich ausgesetzt, welche für Bücher, Karten, Modelle und andere Bedürfnisse verwendet werden sollen. Die Verwaltung geschieht von den Dirigenten gemeinsam, die Bücher werden im physikalischen Kabinet aufgestellt. Den Studirenden, welche an den Seminar-Uebungen thätigen Antheil nehmen, steht die Benutzung der Bücher frei.

§. 5. Die Auszahlung des zur Verfügung des mathematisch-physikalischen Seminars stehenden Geldes geschieht auf gemeinsame Anweisung der Dirigenten des Seminars durch die Königliche Universitäts-Quästur.

Ueber die Verausgabung des Geldes und die Thätigkeit des Seminars wird am Ende jedes Universitäts-Jahres ein summarischer Bericht von den Dirigenten vorgelegt.

Berlin, den 23. Mai 1870.

Die mathematischen und naturwissenschaftlichen Lehrmittel auf der Weltausstellung zu Wien i. J. 1873.

III. Die Lehrmittel für Chemie und Mineralogie.

Alles Leben ist nur durch den Einfluss chemischer Kräfte möglich. Eine jede Bewegung setzt chemische Vorgänge voraus. Nicht nur das Leben der Thiere und Pflanzen, auch das Leben des ganzen Erdkörpers, wie es uns die geologischen Forschungen zeigen, bedingt eine grosse Masse von chemischen Processen. Und welche Mannichfaltigkeit von chemischen Processen bringt erst der Mensch durch seine Thätigkeit hervor! Nicht allein in der Industrie, sondern vor allem schon in der Haushaltung, in der Küche. Sollte man nicht denken, ein Unterricht in diesem Gegenstande, dessen Gesetze allen Erscheinungen zu Grunde liegen, müsste auch mit ungemeinem Nachdruck betont und in einer Weltausstellung nach Gebühr zur Vorstellung gelangen? Man sollte es denken und doch ist vielleicht der chemische Unterricht derjenige, von welchem wir am wenigsten sahen und hörten, auch beim aufmerksamsten Durchforschen der Schätze im Prater.

Manches war indessen dort zur Ausstellung gelangt und mit Hülfe desselben, sowie durch den Einblick in verschiedene der vorliegenden Berichte kann man sich doch ein Bild über die Verbreitung chemischen Unterrichts in Schulen machen.

Auf der ersten Stufe des Unterrichts in der Volks- und Bürgerschule, ist der chemische Unterricht begreiflicherweise am wenigsten entwickelt, gewiss aber viel weniger als man der Fassungskraft der Schüler zumuthen

*) Die Uebertragung der ersparten Prämien auf die nächsten Semester ist durch den Etat des Jahres 1873 aufgehoben worden.

könnte und weit weniger, als zum Wohle der Völker im Grossen und Ganzen erspriesslich ist. In vielen dieser Schulen ist der Unterricht gar nicht vorhanden und wo er gegeben wird, da sind es nur schwache Anfänge, wie sich am deutlichsten aus den dafür verwendeten Lehrmitteln zeigt. So zweckmässig und verhältnissmässig reich die von Bopp in der deutschen und von Hauck in der österreichischen Unterrichtsabtheilung vorgeführten physikalischen Lehrmittel waren, so gering war die Abtheilung dieser Aussteller für den chemischen Unterricht. Dasselbe gilt von der Schweizer Ausstellung physikalisch-chemischer Lehrmittel. Etwas mehr vertreten war der technologische Theil desselben, nicht etwa als gesondertes System, sondern im Anschluss an den Gebrauch des Lesebuchs und an die Naturgeschichte. Die hierfür vorgeführten Sammlungen lassen sich doch auch als Hülfsmittel für den chemischen Unterricht ansehen, so die Sammlungen des Lehrers Grimme in Baden, welcher die Spinnstoffe, Leder, Papier u. a. von ihrem Ursprunge an durch die verschiedenen Phasen ihrer chemischen und mechanischen Veränderungen ausstellte. Hierher gehören die Sammlungen von Hestermann in Hamburg, einige in der Schweizer Ausstellung vorkommende ähnliche Sammlungen. Uebrigens kann man wohl sagen, dass es auch Anstalten gibt, in welchen bereits ein ganz sachgemässer chemischer Unterricht ertheilt wird. Besonders sind es diejenigen Bürgerschulen, welche aus der Umwandlung der früheren unselbstständigen Unter-Realschulen entstanden sind. Diese haben mitunter ein recht hübsches Laboratorium und einen entsprechenden Unterricht.

Die Mädchenschulen sind in Bezug auf chemischen Unterricht meist noch weniger günstig gestellt als die Knabenschulen. Doch ist wenigstens in Oesterreich auch hierin ein grosser Fortschritt geschehen mit Einführung der sogenannten Haushaltungskunde, einer Zusammenfassung dessen, was die Mädchen aus den Naturwissenschaften, besonders Chemie, Technologie, Waarenkunde u. dergl. erlernen sollten. Auch hierauf bezügliche Sammlungen waren in der Ausstellung vorhanden, sowie einige ganz gute kleine Lehrbücher über den Gegenstand bereits verfasst wurden.

Dass in den Volksschulen der Chemie noch so wenig Sorgfalt zugewendet werden kann, hat seinen Grund vorzüglich in der dazu fehlenden Ausbildung der Lehrer. Erst in neuerer Zeit wird in den Seminarien Chemie gelehrt, und wo es geschieht, besteht der Unterricht in Vortrag nebst Experiment, ohne aber dass die angehenden Lehrer auch selbst in praktisch chemischen Arbeiten geübt würden.*)

Die Gymnasien haben bekanntlich weder in Oesterreich noch im deutschen Reiche der Chemie einen Raum im Lehrplan gegeben. Doch scheint es auch hier mit der Zeit besser zu werden. In den Realgymnasien hat der österreichische Lehrplan bereits ein Semester für Chemie bestimmt. In den davon nicht wesentlich verschiedenen eigentlichen Gymnasien bildet der chemische Unterricht nur einen kleinen Abschnitt der Physik, doch findet man in den neuesten Auflagen der physikalischen Lehrbücher den die Chemie behandelnden Abschnitt beträchtlich erweitert, so u. a. bei den verbreitetsten Büchern dieses Gegenstandes, den vorzüglichen Lehrbüchern von Krist und Pisko. Als Zeugniss für die Bedeutung der Chemie im Realgymnasium hatte das von Pokorny geleitete Realgymnasium in der Leopoldstadt zu Wien chemische Wandtafeln zur Ausstellung gebracht.

Die Realschulen sind es vornehmlich, welche den chemischen Unterricht pflegen. Früher hatten diese in Oestreich bereits in der III. Classe 6 wöchentliche Stunden in der Chemie, das war zu früh und zu viel. Jetzt beginnt Chemie in der IV. Classe mit 4 Stunden und man fasst den Unterricht weniger von grell theoretischer Seite auf, als von praktischer, die Vorgänge des Lebens und der Technik betrachtend und dadurch die allgemeine Bildung des Schülers fördernd, ohne sein Gedächtniss allzusehr mit den vergänglichen theoretischen Anschauungen zu beschweren, die

---

*) Eine Ausnahme macht Würtemberg. S. ds. Ztschr. I, 167 u. III, 424. IV, 74. D. Red.

doch mehr für die Fachschulen sind. Neben den Vortragsstunden geben alle Oberrealschulen ihren Schülern auch Anleitung zum Arbeiten in den Laboratorien.

Von hiehergehörigen Gegenständen fanden wir in der Ausstellung verschiedenes. In der österreichischen Abtheilung stellte Mechaniker Hauck eine vollständige Sammlung aller für den Vortrag nöthiger Apparate aus, einschliesslich der zu den Mineral-, Mass- und organischen Analysen nöthigen Geräthe, den Reagentien und einer Sammlung von Alkaloiden. Hauck und Lenoir sind für Oesterreich die bedeutendsten Bezugsquellen für physikalische und chemische Lehrmittel. Professor Willigk in Prag hatte sehr zweckmässige Tableaux ausgeführt, um verschiedene Verhältnisse der chemischen Technik anschaulich seinen Schülern vorzuführen. Ein Rahmen enthält die wichtigsten Beleuchtungsmaterialien in gleich weiten Röhren in solchen Mengen, wie sie in gleicher Zeit verbrennen, ein anderer die zur Heizung verwendeten Brennstoffe in den, gleichem Heizwerthe entsprechenden, Mengen. Auch die Bestandtheile von Pflanzenresten sind in ihrer relativen Menge neben einander in einem Rahmen zusammengestellt. Der Unterricht an der Prager Realschule scheint danach, sowie nach den Mittheilungen in den Programmen ein musterhafter, doch lässt sich das von den meisten der österreichischen Oberrealschulen sagen.

In der ungarischen Abtheilung waren ebenfalls chemische Apparate für Realschulen ausgestellt. Daneben ein von einem Schüler (Winter) verfertigtes Modell aus Glasplatten, auf welchem die Formeln einiger Reihen organischer Verbindungen in übersichtlicher Ordnung aufgeschrieben waren. Das fleissig gearbeitete Modell war recht schön, ob aber auch praktisch bei seiner Zerbrechlichkeit, und ob man in einigen sauber gedruckten Tabellen nicht leichter sich zurecht findet, das mag unbeantwortet bleiben.

Einen Glanzpunkt der Ausstellung in unserm Fache bot die sächsische Abtheilung. Neben einer kleinen Sammlung von Präparaten vom Apotheker Krause in Freiberg und dem Modell eines Bessemer-Ofens von der Bergakademie ebenda, wie man es zum Unterricht nicht schöner sich wünschen kann, war die Aufstellung eines vollständigen chemischen Laboratoriums vom Mechaniker Hugershoff in Leipzig nach den Lehrbüchern von R. Arendt ausgeführt! Die Methode von Arendt ist von demselben in mehreren Schriften erläutert und den Fachlehrern bekannt. Sie gipfelt in dem Satze, den Unterricht von Anfang bis zu Ende in gleicher Weise durch das Experiment anschaulich zu machen. Er wählt daher die Experimente sorgfältig aus und vertheilt sie auf das ganze Schuljahr, so dass nicht wie sonst oft im Anfange die glänzendsten Experimente verbraucht werden und zuletzt nur das ewige Einerlei der Niederschläge mit den Metallsalzen folgt. Die verwendeten Apparate sind sehr instructiv und zwar nach verschiedenen Richtungen hin, zugleich für einen möglichst geringen Bedarf an Material berechnet. Das Experiment wird von Arendt sehr genau beschrieben und zugleich werden alle für den Vorsteher eines Laboratoriums sonst noch wichtigen Lehren gegeben. Auf der untern Stufe der Volksschule vereinigt Arendt auf zweckmässige Weise den chemischen mit dem mineralogischen und physikalischen Unterricht, er geht in seinen Ansprüchen viel weiter, als Bopp in Stuttgart, weiter als der österreichische Lehrplan, vielleicht aber geht er auch etwas zu weit. Für die Realschule kann man ihm wohl unbedingt folgen. Der Tisch zum Laborieren enthält eine pneumatische Wanne und auf der einen Seite zahlreiche Schubladen für die nöthigen Werkzeuge und Apparate. Der dahinter stehende Schrank enthält in seinem obern durch Glasthüren geschlossenen Theile eine grosse Anzahl Präparate in Flaschen, im untern Theile ebensolche in zweckmässigen Zinkkapseln, welche neben einander in die Schubladen gereiht sind, so dass durch die ganze Anordnung die grösste Ordnung und Sauberkeit zur Nothwendigkeit gemacht wird. Eine Mineraliensammlung in grossen, instructiven Stücken ist ebenfalls in einige Schubladen eingeordnet. Minder zweckmässig erscheint mir die Einfügung eines Herdes zwischen die Prä-

paratenschränke, um daselbst mit lästigen Gasen experimentiren zu können. Ein solcher Raum hätte sich vielleicht auf dem Experimentiertisch herstellen lassen, in der Weise, dass er im Falle seines Nichtgebrauches beseitigt werden könnte.

Ausser dem bereits Genannten fand sich auf der Ausstellung noch mancher andere Gegenstand, welcher vom Vertreter der Hochschulen und einzelner Fachschulen vorgeführt war. Der Docent Dr. Schwarz in Wien hatte interessante mikroskopische Präparate ausgeführt. Der österreichische Apothekerverein hatte verschiedene Präparate ausgestellt, welche die Zöglinge in seinem Laboratorium gefertigt hatten. Professor Hauer brachte eine grosse Sammlung wunderbar schöner Krystalle zur Ausstellung, die er im Laboratorium der geologischen Reichsanstalt mit seltener Ausdauer und grossem Geschick hergestellt hat.

Vom deutschen Reiche hatte der Berliner Handwerkerverein neben anderen auch eine kleine Sammlung chemischer Apparate, für den Fortbildungsunterricht bestimmt, zur Ausstellung gebracht. Verschiedene land- und forstwirthschaftliche Schulen Oesterreichs und Deutschlands hatten chemische Lehrmittel vorgeführt, welche in den Ausstellungen des Ackerbauministeriums und der Agrikulturhalle zerstreut waren. Nennenswerth sind die Akademien zu Hohenheim, Poppelsdorf und Ungarisch Altenburg, die Forstakademie Mariabrunn, die Landwirthschaftsschule Weihenstephan, das önologisch chemische Institut des Dr. A. Bankenhorn in Carlsruhe, sowie ein solches in Klosterneuburg u. a. Anstalten, welche theils Apparate zu besondern chemischen Untersuchungen, theils Veranschaulichungsmittel verschiedener Art ausstellten.

Einzelne Apparate waren noch an verschiedenen Orten der Ausstellung zerstreut. Platinapparate fanden wir in der englischen, in der französischen, sowie in der deutschen Abtheilung (Hanau), chemische Wagen waren von Oertling (Berlin) und Rüpprecht (Wien) in grosser Auswahl, Heizvorrichtungen für Laboratorien mit Gasbenutzung von Desaga (Heidelberg) und manches andre noch in den Ausstellungen der chemischen Industrie verschiedener Länder aufgestellt. Wichtiger als diese Einzelheiten erscheint ein Bild des chemischen Unterrichts aus Amerika, wie es uns die Tagebücher aus dem School-Laboratory des College von Hinrichs in Jowa gaben. Diese sowie ähnliche Schulen Amerikas werden von Knaben und Mädchen besucht und haben dieselben in den Anstalten einen — wissenschaftlich zwar nicht durchaus lückenlosen, aber doch sehr praktischen — Unterricht in chemischen und physikalischen Arbeiten. Es erscheint das hauptsächlich desshalb bemerkenswerth, weil die Amerikaner auch den Mädchen Uebung in praktischen Arbeiten des Laboratoriums geben und dadurch ihre Ansicht von der Wichtigkeit des Gegenstandes am besten kundgeben, die sich so unendlich weit von der Ansicht so vieler unserer Landsleute unterscheidet, welche die Mädchen kaum ein wenig in Experimentalchemie wollen unterrichten lassen, während doch ein klein wenig Vertrautsein mit chemischen Gesetzen, Bekanntschaft mit dem Verhalten der Metalle, der Säuren, Basen und so vieler anderer Stoffe und Processe, wie es durch praktisch chemische Arbeiten auch bei Mädchen, wie sich zeigt, recht gut erreichen lässt, von ungemeinem Vortheil für die Leitung eines Hauswesens sein muss. Wir könnten da, wie in manchen andern Dingen, von den praktischen Pionieren der Cultur im Westen etwas lernen.

Wollen wir kurz zusammenfassen, was ein Blick auf den chemischen Unterricht der Gegenwart lehrt, so sehen wir auf den Hochschulen, den Fachschulen für Forst- und Landwirthschaft, sowie in Gewerbeschulen und Realschulen einen entsprechenden chemischen Unterricht. Wünschenswerth scheint die Erweiterung desselben in den Gymnasien, in den Lehrerbildungsanstalten (Einführung praktisch chemischer Arbeiten), endlich Einführung des chemischen Unterrichts in den Mädchenschulen, sowie dessen Erweiterung in den Volksschulen.

Dr. Carl Rothe.

Mathematische Orthographie.

Von Adolf Sickenberger, Mathematiklehrer in Kempten.

Bei dem Unterrichte in der elementaren Mathematik scheint es mir von Bedeutung zu sein, auf die mathematische Bezeichnungsweise, deren Auseinandersetzung und nähere Begründung, Bedacht zu nehmen. Dieselbe ist einerseits ein so fein durchdachtes System, dass es schon an sich der Mühe werth ist, demselben einige Aufmerksamkeit zu schenken, andererseits scheint es mir, dass ein Verständniss der mathematischen Zeichensprache schon einen grossen Theil des Verständnisses der Mathematik selbst in sich schliesse.

Die Art und Weise, in welcher die Mathematiker ihre Gedanken auszudrücken pflegen, ist eine verschiedene. Sie bedienen sich hierzu sehr häufig der Wortsprache, sie haben sich aber auch eine eigene Sprache ersonnen, die Zeichensprache der Algebra. Wird ein mathematischer Gedanke in die Form dieser Sprache gekleidet, so stellt er sich als ein Zahlenausdruck dar. Ein Zahlenausdruck ist nichts anderes, als die Forderung mit einer Reihe von Zahlen bestimmte Operationen in bestimmter Reihenfolge vorzunehmen. Es erwächst nun hierbei den Mathematikern die Aufgabe, eine Form zu vereinbaren, in welcher solche Zahlenausdrücke geschrieben werden sollen und zwar so, dass aus der Schreibweise auch die Reihenfolge der Operationen zweifellos erkannt werde. Es läuft das also darauf hinaus, dass gewisse Regeln festgesetzt werden, in welcher Weise Zahlenausdrücke zu schreiben sind. Es werden dies „Regeln“ sein, und nicht „Gesetze.“ Denn so sehr auch diese nun ein für allemal feststehenden Regeln einem festbegründeten System entsprungen sind, so sehr sie durch praktische Gründe unterstützt sein mögen, so besteht doch kein theoretisches Hinderniss, dass die mathematische Zeichensprache nicht auch eine

völlig andere wäre. Insofern glaubte ich diese Regeln mit den orthographischen Regeln der Grammatik theilweise im Vergleich bringen zu können, und diesen Aufsatz „mathematische Orthographie“ überschreiben zu dürfen.

I.

Wir wollen diejenigen Operationen, welche in einem Zahlenausdruck früher ausgeführt werden sollen, „nähere Operationen,“ die später auszuführenden „fernere Operationen“ nennen. Zahlen, mit welchen irgend eine Operation vorgenommen werden soll, werden durch „Operationszeichen“ verbunden, und wollen wir die die näheren Operationen andeutenden Verbindungen „enger,“ die anderen natürlich „weiter“ nennen. Nach Feststellung dieser Nomenclatur stelle ich über die mathematische Orthographie folgenden Grundsatz auf:

> „Die engeren Zahlenverbindungen sind derart anzudeuten, dass die betreffenden Zahlen auch graphisch in engerer Verbindung erscheinen.“

Es soll demnach der geschriebene Ausdruck ein klares graphisches Bild des gedachten sein, wie die graphische Arbeit des Zeichners uns ein Bild seiner Gedanken entwirft. Es besitzt darum die mathematische Zeichensprache resp. die mathematische Schrift einen grossen Vorzug vor der Buchstabenschrift, bei welcher zwischen dem Zeichen und dem Bezeichneten nur schwer ein innerer Zusammenhang aufzufinden sein dürfte.

Die Ausführung dieses Grundsatzes im Einzelnen möge nachstehend versucht werden.

1) „Als engere Verbindungen gelten im Allgemeinen die Verbindungen der höheren Stufe.“

Es ist daher sehr wohl begründet, dass die Bezeichnungsweise der Potenziation eine solche ist, dass Exponent und Dignand auch graphisch in innigster Verbindung erscheinen, indem der Exponent in kleinerer Schrift rechts über den Dignanden gesetzt wird. Weniger deutlich tritt diese Innigkeit der Verbindung hervor bei dem Zeichen für die Wurzel und für den Logarithmus, und wir haben daher, was hier der Klarheit und Durchsichtigkeit der Bezeichnung abgeht, gleichsam durch die Phantasie zu ersetzen. Sehr wohl begründet erscheint uns indessen auch die Schreibweise des Wurzelexponenten sowie die der Basis

für den Logarithmus, wenn letztere über den Buchstaben o in log gesetzt wird. $\overset{b}{\log}\, a$.

Vollkommen deutlich tritt unser Grundsatz wieder zu Tage in der Bezeichnung der Multiplication und Division. Die Form des Productes: ab oder $a \cdot b$ lässt deutlich erkennen, dass das Product als weitere Verbindung anzusehen ist gegenüber den Verbindungen der dritten Stufe insbesondere der Potenziation, dagegen wieder als engere Verbindung, wenn es der Summe oder Differenz gegenüber steht. Dasselbe kann gesagt werden von dem Zeichen für die Division $a:b$ oder $\frac{a}{b}$.

Die Zeichen $+$ und $-$ endlich halten durch die Querstriche die durch sie verbundenen Zahlen soweit auseinander, dass man schon auf den ersten Blick Addition und Subtraction als weiteste Verbindungen erkennt. Aus diesen Gründen halte ich auch dafür, dass die Bezeichnung der Multiplication durch das schiefliegende Kreuz $a \times b$ weniger geeignet sei, indem es denselben Raum beansprucht, als $+$ oder $-$, und daher die Ordnung der Operationen nicht klar genug hervortreten lässt. Von der bei schlechter Schrift leicht möglichen Verwechslung mit dem Additionszeichen soll dabei noch abgesehen werden.

2) „Stehen sich Operationen der nämlichen Stufe gegenüber, so ist der Rang derselben durch eine besondere Bezeichnung anzudeuten.“

Diese Bezeichnung ist eine verschiedene:

a) Die Klammer. Dieselbe ist bei den Operationen aller Stufen anwendbar. Sie hat stets den Sinn, dass die Zahlenverbindungen in der Klammer als engere zu betrachten sind. Ausser dieser allgemeinen Anwendbarkeit hat die Klammer noch den Vortheil der grössten Deutlichkeit; es kommt durch sie die engere Verbindung am energischsten zum Ausdruck, indem wir sie zweifellos als Stücke eines um die betreffenden Zahlen gezogenen Kreises ansehen müssen. Dagegen hat die Klammer den Nachtheil der Weitschweifigkeit. Sie wird zu obigem Zweck besonders bei den Operationen der ersten Stufe angewendet, z. B.

$$a + (b + c).$$

Bei den Verbindungen der höheren Stufen hat man nach einfacheren Bezeichnungen gestrebt. —

b) Bei den Verbindungen der zweiten Stufe ist es möglich, die engere Multiplicationsverbindung bei allgemeinen Zahlen einfach durch das blosse Nebeneinanderreihen der Factoren auszudrücken; z. B.

$$a \cdot bc \text{ oder } a : bc,$$

wobei obigem Grundsatz entsprechend die Multiplication von b mit c als nähere Operation erkannt werden muss. Ist dies nicht mehr möglich, so kommt die Klammer zur Anwendung; z. B.

$$5 \cdot (2 \cdot 3) \text{ oder } 5 : (2 \cdot 3) \text{ oder } (ab \cdot cd) \cdot fg \text{ u. s. w.}$$

c) Die Stelle einer Klammer vermag der zur Bezeichnung der Division angewendete Bruchstrich zu vertreten, und zwar kann dies in einem doppelten Sinne geschehen:

α) der Bruchstrich stellt die durch ihn angedeutete Divisionsverbindung als engere Verbindung gegenüber den Verbindungen ausserhalb des Bruchstrichs:

$$a \cdot \frac{b}{c}, \quad a : \frac{b}{c}, \quad \frac{a}{b} : c$$

er umschliesst also Zähler und Nenner durch eine Klammer,

β) die über und unter dem Bruchstrich stehenden Verbindungen werden durch den Bruchstrich als engere Verbindungen gekennzeichnet gegenüber der durch den Bruchstrich angedeuteten Division:

$$\frac{ab}{c}, \quad \frac{a}{b:c}, \quad \frac{a:b}{c:d} \quad \text{u. s. w.}$$

Der Bruchstrich trennt also Zähler und Nenner durch Klammern.

d) Um beim Zusammenkommen zweier Potenziationsverbindungen die näher gelegene Potenziation anzudeuten, sind Klammern unerlässlich; z. B.

$$(a^m)^n, \quad a^{(m^n)}$$

e) Bei der Radication hat man ein einfaches Mittel die engere Verbindung anzuzeigen, indem man das Wurzelzeichen in einen horizontalen Strich ausgehen lässt. Dieser Strich vertritt die Stelle einer Klammer und zwar ganz in demselben doppelten Sinn, wie dies beim Bruchstrich der Fall ist. Hiernach sind also die Ausdrücke:

$$\sqrt[m]{a^n}, \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}, \quad \sqrt[m-n]{a} \quad \text{u. s. w.}$$

vollkommen klar.

f) Das Zeichen für die Potenziation ist ein solches, dass wenn Potenziation und Logarithmation zusammenkommen, man zufolge des obigen Grundsatzes die Potenziation als nähere Operation erkennen muss. Es ist also die Bezeichnung

$$\log a^m$$

keinem Zweifel unterworfen. Soll dagegen die Logarithmation als enger angesehen werden, so ist in consequenter Verfolgung unseres orthographischen Systems die Klammer zu setzen:

$$(\log a)^m.$$

Es dürfte diese Bezeichnung wohl besser sein, als etwa $\log^m a$, weil einmal die erstere Bezeichnung unserem System entspricht, und weil $\log^m a$ sehr leicht den Sinn eines $m$fachen Logarithmus oder eines Logarithmus m ter Ordnung annehmen könnte.

Treten das Radications- und Logarithmationszeichen nebeneinander, so ist es einmal durch die horizontale Verlängerung des Wurzelzeichens, alsdann durch die Aufeinanderfolge der Operationszeichen leicht, den Rang der Operationen anzudeuten. Das der Zahl näher stehende Operationszeichen bezeichnet offenbar auch die nähere Verbindung. Z. B.

$$\log \sqrt[m]{a} \quad \text{und} \quad \sqrt[m]{\log a}\,.$$

Ueber den Rang zweier Logarithmationen lässt die Reihenfolge der Operationszeichen keinen Zweifel:

$$\overset{c}{\log}\ \overset{b}{\log} a.$$

3) „Soll im Gegensatz zur allgemeinen Regel eine Verbindung der niedrigeren Stufe als enger angesehen werden gegenüber einer Verbindung der höheren Stufe, so ist dies ebenfalls durch besondere Bezeichnung klar zu machen.“

Man hat zu diesem Zweck dieselben Bezeichnungsformen wie oben:

a) Die Klammer. Es gilt hier dasselbe, was schon oben über deren Anwendung gesagt wurde. Sie gewährt auch hier den Vortheil allgemeiner Anwendbarkeit, und wird auch in der That überall da angewandt, wo sie nicht durch eine einfachere Bezeichnung ersetzt werden kann. Z. B.

$$(a+b)\,c, \quad (a+b):c, \quad (a+b)^m, \quad \log(a+b),$$
$$(ab)^m, \quad (a:b)^m, \quad \log(ab), \quad \log(a:b).$$

b) Der Bruchstrich findet auch hier geeignete Anwendung als Stellvertreter einer Klammer und zwar ebenfalls in dem doppelten Sinn, wie dies oben auseinandergesetzt wurde. Steht daher über oder unter dem Bruchstrich eine Additions- oder Subtractionsverbindung, so ist diese enger als die Divisionsverbindung, welche den Bruchstrich anzeigt:

$$\frac{a+b}{c}, \quad \frac{a+b}{c-d}.$$

Den Dienst einer Klammer thut der Bruchstrich jedoch nicht gegenüber der Potenziation, wie aus der Bezeichnung der Potenziation von selbst hervorgeht. Es ist also, wenn die Division näher liegen soll als die Potenziation, die Klammer zu setzen:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m.$$

Ohne Klammer müsste man etwa schreiben: $\frac{a}{b}^m$, was offenbar nicht wohl anwendbar wäre.

Dagegen ist der Bruchstrich als Stellvertretung der Klammer sehr wohl verwendbar gegenüber den Zeichen für Radication und Logarithmation, wenn letztere auch so geschrieben werden, dass ihre Beziehung zum ganzen Bruch klar erkannt wird:

$$\sqrt[m]{\frac{a}{b}}, \quad \log\frac{a}{b}.$$

c) Die Verlängerung des Wurzelzeichens in einen horizontalen Strich bezeichnet die unter dem Strich stehenden Verbindungen niedrigerer Stufe zweifellos als engere Verbindungen gegenüber der Radication:

$$\sqrt[m]{a+b}, \quad \sqrt[m]{ab}, \quad \sqrt[m]{a:b}, \quad \sqrt[m]{\frac{a}{b}}.$$

4) In der weiteren Entwicklung algebraischer Gesetze treten uns Fälle auf, wo wir mehrere Verbindungen als von gleichem Rang unter einander ansehen müssen, d. h. wo die Reihenfolge der Operationen gleichgültig ist. Es ist offenbar nur eine Consequenz aus obigem Grundsatz der mathematischen Orthographie, wenn wir über die Bezeichnung von Operationen gleichen Rangs den Satz aufstellen:

„Operationen von gleichem Rang müssen derart bezeichnet werden, dass die betreffenden Zahlen auch graphisch

in gleich enger oder gleich weiter Verbindung erscheinen."

Operationen gleichen Rangs treten uns, wie die algebraischen Sätze zeigen, in drei Fällen auf:

a) Bei Additions- und Subtractionsverbindungen; es ist nämlich:

$$a + (b - c) = (a + b) - c = (a - c) + b. \text{ etc.}$$

b) Bei Multiplications- und Divisionsverbindungen:

$$a \cdot bc = ab \cdot c = ac \cdot b,$$
$$a \cdot (b : c) = ab : c = (a : c) b. \quad \text{etc.}$$

c) Bei Potenziations- und Radicationsverbindungen:

$$(a^m)^n = (a^n)^m,$$
$$\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m]{a}^n,$$
$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}.$$

ad *a*) Additions- und Subtractionsverbindungen gleichen Ranges werden einfach durch Nebeneinanderreihung der mit den Vorzeichen + oder — versehenen Glieder bezeichnet:

$$a + (b - c) = a + b - c$$
$$a - (b - c) = a - b + c.$$

ad *b*) Haben Multiplications- und Divisionsverbindungen gleichen Rang, so wird dies angedeutet, indem die einzelnen Factoren versehen mit den Zeichen · oder : einfach nebeneinander gereiht werden:

$$a \cdot bc = a \cdot b \cdot c \text{ (oder auch } abc)$$
$$a \cdot (b : c) = a \cdot b : c$$
$$\frac{a}{bc} = a : b : c \text{ u. s. w. —}$$

Die Zeichen · und : halte ich demnach für vollkommen coordinirte Bezeichnungen, wie das bei den Zeichen + und — der Fall ist, einerseits wegen dieser Analogie, andererseits wegen der Consequenz aus unserem orthographischen Princip. Es dürfte daher falsch sein statt:

$$5 : (\tfrac{2}{3} \cdot 1\tfrac{1}{2})$$

einfach

$$5 : \tfrac{2}{3} \cdot 1\tfrac{1}{2}$$

zu schreiben. Es ist kein Grund denkbar, wesshalb das : sich auf $1\frac{1}{2}$ erstrecken sollte.

Man könnte auch sehr wohl einen Ausdruck von der Form

$$a \cdot b : c : d$$

ein algebraisches Produkt nennen (analog zur algebraischen Summe) und a und b multiplicative, c und d divisive Factoren heissen (positive und negative Glieder oder Summanden).

ad c) Obwohl in der dritten Stufe wie gezeigt auch Operationen gleichen Rangs vorkommen, so hat man es doch vorgezogen die Rangbezeichnung beizubehalten. Bei

$$(a^m)^n$$

ist dieselbe nothwendig, weil a^{m^n} die Missdeutung

$$a^{(m^n)}$$

zuliesse, und bei den andern Operationen gleichen Rangs:

$$\sqrt[m]{a^n}, \; \sqrt[m]{a}^{\,n}, \; \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$$

ist die Rangbezeichnung so einfach, dass sie ohne Weitläufigkeit beibehalten werden kann. —

II.

Neben der Frage, wie algebraische Ausdrücke geschrieben werden sollen, ist auch die Frage, wie sie gelesen werden sollen, nicht ohne Bedeutung Wie der Zuhörer aus dem Steigen und Fallen des Tons, aus der stärkeren Hervorhebung einzelner Worte, aus kürzeren oder längeren Redepausen Hauptsatz und Nebensatz und überhaupt den ganzen inneren Bau eines Satzgefüges erkennen soll, so sollen wir in der That schon aus dem einfachen Ablesen eines Zahlenausdrucks dessen Zusammensetzung d. h. den Rang der einzelnen Rechnungsoperationen erkennen. Da aber die Mannigfaltigkeit, in welcher sich Zahlen gruppiren können, eine viel grössere als die Mannigfaltigkeit der Satzverbindungen ist, da ferner die Fälle der Zahlengruppirungen oft viel verwickelter sind, als selbst der weitläufigste Satzbau, so ist es offenbar viel schwieriger, einen mathematischen Ausdruck klar und verständlich abzulesen, als einen Satz richtig vorzutragen, ja es mag oft ganz unmöglich sein, mit den unserem Sprachorgan zu Gebote stehenden Mitteln den gewünschten Er-

folg zu erreichen. Glücklicherweise sind jedoch diese complicirteren Fälle seltener und hinsichtlich der einfachern Fälle glaube ich, dass ein richtiges mathematisches Lesen ebenso als ein richtiges mathematisches Schreiben gefordert werken könne und solle. Um auch über das mathematische Lesen systematisch entwickelte Regeln zu geben, stelle ich folgenden einfachen und an sich klaren Grundsatz auf:

> „Die engeren Verbindungen sind durch rasches Lesen, die weiteren durch Dehnung oder stärkere Betonung in der Aussprache der Operationszeichen zu kennzeichnen.“

Die Dehnung oder stärkere Betonung einzelner Operationszeichen ist besonders möglich bei den Worten „plus“ und „minus.“ Bei der Multiplication haben wir die Möglichkeit mehrere Variationen in dem Lesen des Multiplicationszeichens zu machen. Die engsten Multiplicationsverbindungen deutet man an durch einfaches Nacheinanderlesen, die weiteren durch ein kurzes und dann ein gedehntes „mal“ und endlich kann man das „mal“ in ein „multiplicirt mit“ ausdehnen und dadurch weitere Verbindungen anzeigen. Bei der Division haben wir das Wörtchen „durch“ für enge, und das Wort „dividirt durch“ für weitere Divisionsverbindungen. Umfangreichere Brüche kann man dadurch kennzeichnen, dass man das Wort „Bruchstrich“ vorausgehen lässt, was auch den Vortheil hätte, dass der Schüler gezwungen ist, den Bruchstrich zuerst zu machen, und sollte auch dieses nicht ausreichen, so kann man nach dem Worte „Bruchstrich“ noch das Wort „Zähler“ und dann das Wort „Nenner“ sprechen, wodurch gewiss alle Zweifel beseitigt sind.

Bei der Potenziation ist es wünschenswerth, dass Dignand und Exponent rasch zusammengelesen werden, wesshalb sich namentlich die Worte „Quadrat“ und „Kubus“ empfehlen. Ist der Dignand selbst zusammengesetzt, so wird dies sehr gut kenntlich, wenn man den Dignanden rasch zusammenliest und dann nach einem kleinern oder grössern Absatz den Exponenten folgen lässt. Zusammengesetzte Exponenten werden am besten durch ein vorausgehendes „hoch“ deutlich gemacht.

Schwieriger sind Wurzelausdrücke zu lesen und zwar aus einem doppelten Grunde: einmal ist es schwer den Wurzelexponenten durch die Sprache als solchen zu bezeichnen, alsdann

ist es schwer die Ausdehnung des Wurzelzeichens kenntlich zu machen. Der Wurzelexponent muss rasch zusammengelesen und durch Anhängung der Ordnungssilbe „te" kenntlich gemacht werden, und um einen längeren Radicanden anzuzeigen, ist es am besten nach „Wurzel aus" eine geeignete Pause eintreten zu lassen. Aehnlich verhält es sich beim Logarithmus.

Letztes Mittel endlich zur klaren Ablesung eines Zahlenausdrucks ist das Lesen der Klammer. Die Klammer immer zu lesen, ist höchstens bei den ersten Anfängen am Platz, wie man ja auch Anfänger in der Grammatik die Interpunktionszeichen lesen lässt, und factisch wird es ja von den Mathematikern nicht geübt. Zudem macht die Klammer einen Ausdruck schon in der Schrift, noch viel mehr aber in der Sprache weitläufig. Es dürfte daher der Schüler bald daran zu gewöhnen sein, dass er die Klammer hört, ohne dass sie wirklich gelesen wird, und ebenso, dass er die Klammer auch schon durch den Ton anzuzeigen versteht.

Bei dieser Gelegenheit dürfte auch der Uebertragung von algebraischen Ausdrücken in die Wortsprache gedacht werden. Dieselbe ist nothwendig bei der Aussprache eines in algebraischer Form gefundenen algebraischen oder geometrischen Gesetzes. Dessgleichen kommt auch hierbei die umgekehrte Aufgabe vor, ein in Worten gegebenes Gesetz in die Form der mathematischen Zeichensprache einzukleiden. Ueber diese Uebersetzungen giebt es eine höchst einfache Regel:

> „die engeren Zahlenverbindungen werden in der Wortsprache später, die weiteren früher genannt."

So ist z. B. $a^2 - b^2$ die Differenz der Quadrate zweier Zahlen, wogegen das Quadrat der Differenz zweier Zahlen in der algebraischen Form als $(a - b)^2$ erscheint.

Solche Uebersetzungsübungen*) bieten meiner Ansicht nach mehr als einen Vortheil. Erstens lernt der Schüler die Bedeutung der mathematischen Zeichensprache kennen und erkennt auch ihre Kürze und Präcision gegenüber oft grossen Weitschweifigkeiten der Wortsprache; er fühlt somit, welcher Werth in der Form des mathematischen Denkens liegt, und schätzt somit

*) Vgl. den lehrreichen Aufsatz v. Oppel in Bd. I, 394—417 und besonders 443—468. Die Red.

die Mathematik selbst. Ein zweiter grosser Vortheil liegt alsdann nicht nur in der Uebung klaren, exacten Denkens, sondern auch in der Uebung der eigenen Muttersprache. Ich möchte solche Uebersetzungen aus der mathematischen Sprache in die Wortsprache und umgekehrt, fast gleichwerthig erachten mit der Uebertragung eines Gedankens aus einer Sprache in eine andere, — wenn anders dabei mit der nothwendigen sprachlichen Exactheit vorgegangen wird.

III.

Endlich möchte ich neben einer mathematischen Orthographie auch die Beachtung einer mathematischen Kalligraphie empfehlen. Man legt doch sonst nicht gerade geringen Werth auf die Kalligraphie, in der Mathematik aber ist sie sicher von einem viel grösseren Werth als anderswo. Einmal streift die Kalligraphie sehr nahe an die Orthographie; wenn wir den orthographischen Grundsatz festhalten, dass der geschriebene Zahlenausdruck ein graphisches Bild des gedachten sei, so wird ein kalligraphischer Fehler nicht selten auch ein Verstoss gegen die Orthographie sein. Dann aber hat die bessere oder schlechtere Schrift einen Einfluss auch auf den richtigen Gang der Rechnung; die Zahlenausdrücke sind bei schlechter Schrift nicht übersichtlich und es entsteht leicht eine Verwirrung. Mit Rücksicht hierauf möchte ich folgende kalligraphische Regeln empfehlen:

1) Alle Zahlzeichen (Buchstaben) sind so sehr als möglich vertical zu stellen; schrägliegende Buchstaben sind nicht empfehlenswerth.

2) Das Zeichen der Addition ist genau vertical zu stellen. Der Querstrich im $+$ sowie das Zeichen der Subtraction und die Striche des Gleichheitszeichens sind genau horizontal zu machen. Die genannten Zeichen sollen keine Haarstriche, sondern Striche von mässiger Dicke sein.

3) Die Einhaltung einer streng horizontalen Zeile ist von besonderer Bedeutung. Diese Zeile wird angedeutet durch die Querstriche in $+$ und $-$, welche daher auf einer Geraden liegen sollen. Diese Zeile der mathematischen Schrift läuft in der Mitte zwischen den Zeilen der Buchstabenschrift. Der Multiplicationspunkt kommt auf die Zeile. Das Divisions- sowie das Gleichheitszeichen lassen die Zeile in ihrer Mitte durch.

4) Die Bruchstriche sind in mässiger Dicke so zu führen, dass sie in der eben beschriebenen Zeile liegen. Schiefe Bruchstriche sind beim Schreiben von Zahlenausdrücken kaum empfehlenswerth.*)

Auch empfiehlt es sich, den Bruchstrich eher zu machen, als man den Zähler und Nenner schreibt. Zähler und Nenner bilden dann über und unter dem Bruchstrich selbstständige neue Zeilen und sind unter Umständen mit etwas kleinerer Schrift zu schreiben. Der Bruchstrich darf nicht länger und kürzer sein, als es nothwendig ist. Zähler und Nenner sollen auf dem ihnen gebotenen Raum gleichmässig vertheilt sein.

5) Der Exponent ist in kleinerer Schrift auf einer eigenen erhöhten Zeile rechts über den Dignanden zu setzen. Aehnliches gilt vom Wurzelexponenten, welcher in das hinreichend geöffnete Wurzelzeichen, und von der Basis des Logarithmus, welche symmetrisch über den Buchstaben o in log gesetzt wird. Der Horizontalstrich, in welchen das Wurzelzeichen ausläuft, ist in mässiger Dicke so lang zu machen, als es der Radicand erfordert.

6) Die Klammern sind wiederum in mässiger Dicke vertical zu stellen. Klammern von verschiedenem Rang lassen sich in der Schrift sehr deutlich unterscheiden; die engern Klammern macht man dünner und kürzer, die weiteren dicker und länger oder auch man gibt ihnen eine eckige oder geschweifte Form. Klammern von gleichem Rang sind natürlich auch in gleicher Weise zu bezeichnen.

7) Das Ausstreichen von Zahlen ist unstatthaft. Geben zwei Zahlen oder Zahlenausdrücke Null oder Eins — für beide Fälle gebraucht man oft den meiner Ansicht nach sehr ungeschickten Ausdruck „hebt sich“ — so mag es gestattet sein, dieselben durch einen langen schief geführten Haarstrich zu durchstreichen.

8) Zwischen den einzelnen Zeilen sei ein geeigneter Zwischenraum, welcher eher zu weit, als zu eng angenommen werden mag.

9) Endlich erlaube ich mir den Wunsch, dass auch in der typographischen Anordnung namentlich bei Lehr- und Uebungs-

*) Finden sich leider noch häufig genug in kaufmännischen und Volksschul-Rechenbüchern. D. Red.

büchern auf die mathematische Orthographie und Kalligraphie strengstens Rücksicht genommen werde. Es mögen dem manche technische Schwierigkeiten entgegenstehen, doch haben wir ja vielfach in dieser Hinsicht ganz vortreffliche Muster.

Zum Schlusse stelle ich nun allerdings die Frage, ob ich mit diesen Auseinandersetzungen etwas Nützliches geschaffen habe. Neues enthält mein Aufsatz ohnehin nicht; also wozu die ganze Arbeit?*) Indem ich die Antwort auf diese Frage Anderen überlasse, möchte ich nur soviel bemerken. Form und Wesen stehen in innigem Zusammenhang. Ein klarer Gedanke drückt sich in klarer Form aus, und umgekehrt wirkt eine klare und präcise Form des Ausdrucks zurück auf Klarheit und Präcision der Gedanken. Dies gilt insbesondere vom mathematischen Denken, und gewiss ist das Wort Hesse's wahr, „dass die Lösung einer grossen Zahl von Problemen einzig und allein von der geeigneten Wahl der Bezeichnung abhängt.“ Es ist darum auch gewiss keine für den Unterricht verlorene Zeit, wenn man da und dort Gelegenheit nimmt, die mathematische Bezeichnung zu erklären und zu begründen, und ich möchte es auch nicht für überflüssig halten, wenn mathematische Lehrbücher dem System der mathematischen Orthographie einige Aufmerksamkeit schenken würden.

---

*) Wir wüssten uns nicht zu erinnern, eine so zusammenfassende, einheitliche Behandlung dieses Themas irgendwo gefunden zu habeu.
Anm. d. Red.

Zur Theorie der Gleichungen zweiten Grades.

Von Dr. Jos. Diekmann in Wesel.

Es ist gewiss schon Manchem meiner verehrten Herrn Collegen beim Unterricht aufgefallen, wie wenig die bisherigen Methoden zur Auflösung der sog. unrein quadratischen Gleichungen, welche auf der Schellbach'schen Darstellung der Wurzeln durch 2 symmetrische Gleichungen mit 2 Unbekannten oder quadratischen Ergänzungen fussen, geeignet sind ein eigentliches Verständniss dieser Gleichungen anzubahnen. Näher schon ist man der Sache gekommen, indem man in neuester Zeit auch wohl die Lösung der quadratischen Gleichungen in Form der Differenz der Quadrate gibt, eine Methode, welche, aus der Zahlentheorie herüber genommen,*) ebenso sehr wie die ältere mehr oder weniger ein Kunstgriff und keine allgemeine Auflösung ist. Denn alle diese Methoden lassen uns im Stich, wenn es sich um die Erklärung gewisser Eigenthümlichkeiten dieser Gleichungen handelt, die uns zugleich auf eine weit allgemeinere Auffassungsweise hinleiten. Um eine dieser anzuführen, genügt die Bemerkung, dass die Resultate für x, wenn man die Gleichungen einmal direct nach x, das andere mal nach $\frac{1}{x}$ auflöst, nicht übereinstimmen. Ist nämlich die allgemeinste Form einer quadratischen Gleichung

I. $$ax^2 + 2bx + c = 0$$

so wird bekanntermassen:

1) $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

---

*) Dirichlets Vorlesungen, von Dedekind pag. 135. I. Auflage Vergl. auch Baltzer: Arithmetik. pag. 245. Worpitzky: Elemente der Mathematik. II. pag. 13.

dividiren wir aber I. durch x^2, schreiben also

$$a + \frac{2b}{x} + \frac{c}{x^2} = 0 \text{ und lösen nach } \left(\frac{1}{x}\right) \text{ auf, so wird}$$

II. $$\frac{1}{x} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{c} \text{ und in Folge dessen}$$

2) $$x = \frac{c}{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}$$

Diese formelle Verschiedenheit wird einen in der Gleichung selbst liegenden Grund haben, und es wird daher vielleicht nicht unwillkommen sein, wenn wir im Nachstehenden einige tiefer gehende Untersuchungen über die Gleichungen 2. Grades geben, welche in voller Allgemeinheit nicht nur jene Eigenthümlichkeit und die Bedeutung der quadratischen Ergänzung ins Licht stellen, sondern auch zeigen, indem wir naturgemäss zu der Lösung in Form der Differenz zweier Quadrate geführt werden, dass letztere kein blosser algebraischer Kunstgriff, sondern als die berechtigtste mit dem Wesen der Gleichungen in organischer Verbindung stehende Lösung ist. Zunächst wollen wir jedoch bemerken, dass bereits Cayley*) eine allgemeine Auflösungsformel durch Ausscheiden eines quadratischen Factors gibt, und zwar gelangt er dazu mit Hülfe der neuen algebraischen Formen- oder Invariantentheorie, jedoch unterlässt er die Darstellung der Differenz zweier Quadrate. In vorliegender Arbeit, welche einen ganz andern Weg einschlägt, bedienen wir uns nur elementarer Hülfsmittel. Sie zerfällt in die beiden Abschnitte:

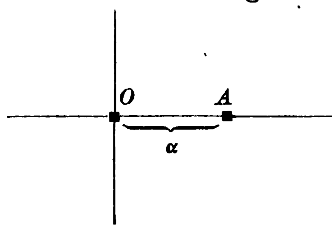
1) Entstehung und Deutung der quadratischen Gleichungen.
2) Aufstellung der allgemeinsten Auflösungsmethode.

---

§ 1. Im Allgemeinen kommen die Aufgaben, welche zu den sog. unrein quadratischen Gleichungen führen, darauf hinaus, das Zusammenfallen (Ort oder Zeit derselben) von 2 Punkten zu suchen, welche einer bestimmten Bedingung (etwa Bewegung) unterworfen sind, oder 2 Grössen (Werthe) zu finden, welche beide ein und derselben Eigenschaft genügen. Als Repräsentation beider wollen wir uns einer geometrischen Anschauungs-

*) Cayley: Fifth Memoir upon quantics. Philosoph. Transact. 1858. pag. 429.
Clebsch: Theorie der binären algebraischen Formen. Leipzig 1871.

weise bedienen, einmal der einheitlichen Darstellung wegen, dann aber auch um das Verständniss der algebraischen Operationen durch Versinnbildung an einer concreten Vorstellung zu erleichtern. Zu dem Zwecke wollen wir uns die Grössen der Longimetrie, speciell die Zahlengrössen, repräsentirt denken durch die Punkte einer unbegrenzten geraden Linie, so dass eine Grösse α erzeugt wird durch einen Punkt A, welcher von einem beliebigen Anfangspunkte der Geraden aus gerechnet die Entfernung α hat.



Die Punktreihe rechts vom Anfangs- oder Nullpunkte 0 möge uns also die positive Grössenreihe von 0 bis ∞, und links davon die negativen Grössen von 0 bis $-\infty$ darstellen. Nennen wir nun die Entfernung eines variabeln Punktes vom Anfangspunkte x, so wird uns also durch die Gleichung

$$x = \pm \alpha \text{ oder}$$
$$x \pm \alpha = 0$$

ein Punkt A repräsentirt, der rechts oder links vom Anfangspunkte die Entfernung α hat. Ebenso würden wir uns auf einer andern Geraden, als Trägerin der Punktreihe, die Grösse β repräsentirt denken durch einen Punkt B, der vom Anfangspunkte die Entfernung β hat, also gegeben durch die Gleichungen

$$y \pm \beta = 0,$$

insofern wir mit y einen variabeln Punkt der zweiten Reihe bezeichnen wollen.

Denken wir uns nun beide Reihen, nämlich die der x und die der y zur Deckung gebracht, so wird im Allgemeinen, so lange $\beta \gtrless \alpha$ ist, der Punkt A nicht mit B zusammenfallen. Selbst ein Punkt α_x wird nicht mit einem Punkte, der auf der y-Reihe dieselbe Entfernung α vom Anfangspunkt hat, also mit einem Punkte α_y, nicht zusammenfallen, so lange wir uns die Anfangspunkte beider Reihen nicht zusammenfallend denken. Wollen wir vielmehr einen Punkt α_y als der x-Reihe angehörig betrachten, d. h. durch seine Entfernung vom Anfangspunkte der x-Reihe ausdrücken, so werden wir setzen müssen

$$\alpha_y = \lambda \alpha_x$$

wo λ rationaler oder irrationaler, ganzer oder gebrochener, jedoch

jedenfalls reeller Factor ist,*) welcher von der gegenseitigen Lage der Anfangspunkte beider auf einer Geraden vereinigt gedachten Punktreihen abhängt. Durch jene Gleichung $\alpha_y = \lambda \alpha_x$ haben wir einem Punkte x der ersten Reihe einen andern y zugeordnet und zwar so, dass wir durch die Entfernung des ersten Punktes vom Anfangspunkte die Entfernung des 2. von demselben Anfangspunkte finden können, seine Lage also auf der Geraden finden können, ohne an den Anfangspunkt der 2. Reihe zu denken. Wäre z. B. $\lambda = 4$, so wäre für $x = 3$ $y = 12$ gefunden etc. Es fragt sich nun, ob λ nicht so beschaffen sein kann, dass für einen Werth von x, y denselben Werth enthält, dass also ein Punkt x mit seinem entsprechenden y auf der Geraden zusammenfällt, oder, um gleich unserer Aufgabe näher zu treten, ob nicht λ so sein kann, dass etwa 2 Punkte auf der Geraden existiren, wo das Zusammenfallen von 2 entsprechenden Punkten stattfindet. Sollen diese beiden Punkte vom Anfangspunkte die Entfernungen α und β haben, so wird λ nicht mehr ein einfacher Factor sein können, sondern es wird in der Gleichung $y = \lambda x$ die rechte Seite λx eine Function von x, α und β sein, $f(x, \alpha, \beta)$, so dass also wird:

$$\text{I)} \qquad y = f(x, \alpha, \beta)$$

wo für $x = \alpha$ auch $y = \alpha$ und für $x = \beta$ auch $y = \beta$ wird. Da aber für α und β $x = y$ wird, so wäre also, wenn die Gestalt von $f(x, \alpha, \beta)$ bekannt wäre, die Gleichung zu lösen

$$\text{II)} \qquad x = f(x, \alpha, \beta) \quad \text{oder}$$

$$\text{III)} \qquad x - f(x, \alpha, \beta) = 0$$

wenn wir die Werthe x, für welche ein Zusammenfallen stattfindet, finden wollen. Da Gleichung III) für 2 Werthe, nämlich α und β erfüllt ein soll, so sehen wir, dass sie in x quadratisch sein muss und damit sind wir bei unserm Probleme angekommen.

Es ist bekannt, dass wir eine Gleichung $ax^2 + 2bx + e = 0$ auch in der Gestalt schreiben können $(x - \alpha)(x - \beta) = 0$ oder

*) Hierauf beruht unser Messen. Diese projectivische Auffassung metrischer Verhältnisse führt zu den Betrachtungen der sogenannten imaginären oder Nicht-Euklidischen Geometrie, welche schon früher Gauss, Lobatschewsky, Bolyai, jedoch auf andre Weise in Betrachtung zogen.

$$\text{IV)} \qquad x^2 - \frac{\alpha+\beta}{2}x - \frac{\alpha+\beta}{2}x + \alpha\beta = 0$$

wenn α und β deren Wurzeln sind. Daraus ergibt sich

$$x\left(x - \frac{\alpha+\beta}{2}\right) = \frac{\alpha+\beta}{2}x - \alpha\beta$$

oder

$$x = \frac{\frac{\alpha+\beta}{2}x - \alpha\beta}{x - \frac{\alpha+\beta}{2}}$$

welches die verlangte Form II) ist, sofern die rechte Seite $f(x, \alpha, \beta)$ repräsentirt. Setzen wir zur Unterscheidung beider Reihen auf der linken Seite wieder y statt x, so haben wir eine Zuordnung der Punktreihe y zu der x-Reihe vor uns in der Gestalt:

$$y = \frac{\frac{\alpha+\beta}{2}x - \alpha\beta}{x - \frac{\alpha+\beta}{2}}$$

Jedem Punkte der Geraden als der x-Reihe angehörig entspricht durch jene Zuordnung ein anderer als der Reihe y angehörig, so dass die Punkte beider Reihen durch jene Gleichung an einander geknüpft sind, wobei dann ein zweimaliges Zusammenfallen entsprechender Punkte stattfindet.

Gehen wir von der Form IV) zu allgemeinen Coefficienten über, indem wir setzen $\frac{\alpha+\beta}{2} = -\frac{b}{a}$ und $\alpha\beta = \frac{c}{a}$, so erhalten wir:
$$ax^2 + 2bx + c = 0.$$

Wir können daher sagen, unter einer Gleichung

$$ax^2 + 2bx + c = 0$$

verstehen wir den analytischen Ausdruck der Abhängigkeit zweier Werthsysteme, speciell hier der Punkte zweier vereinigt liegenden Punktreihen. In der That ist diese Abhängigkeit durch jene Form hinlänglich bestimmt; denn die beiden Wurzeln der Gleichung liefern die zusammenfallenden Punkte, welche, wie wir gesehen haben, die Abhängigkeit bestimmen. Schreiben wir obige Gleichung in der Form:

$$x = -\frac{bx + c}{ax + b}$$

und setzen wieder links y statt x, so haben wir in

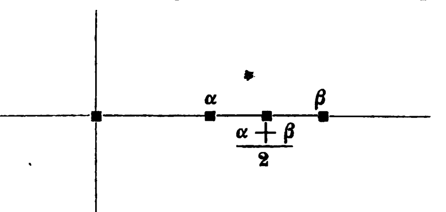
$$y = -\frac{bx + e}{ax + b}$$

die Zuordnung der Punkte beider Reihen vollständig bestimmt vor uns. Insofern wir die Wurzeln obiger Gleichungen wieder α und β nennen, erhalten wir:

$$y = \frac{\frac{\alpha + \beta}{2} x - \alpha\beta}{x - \frac{\alpha + \beta}{2}};$$

jedem Punkte x entspricht ein anderer y und für $x = \alpha$ und β, wird $x = y$. Was die Anfangspunkte beider Reihen betrifft, so wird für $x = 0$ $y = \frac{\alpha\beta}{\frac{1}{2}(\alpha + \beta)}$ also gleich dem harmonischen Mittel zwischen α und β, wodurch auch von anderer Seite die Lage beider Reihen charakterisirt ist.

Wie wir sehen ist die Zuordnung so, dass je zwei zugehörige Punkte in einem bestimmten Verhältnisse zu den festen Punkten α und β stehen, welches wir jetzt näher charakterisiren wollen. Nehmen wir einen Punkt in der Mitte von α und β, setzen also $x = \frac{\alpha + \beta}{2}$, so rückt der zugehörige y ∞ weit, denn es wird nach obiger Formel $y = \infty$. Damit liegt aber zugleich die Vermuthung nahe, dass die Zuordnung überhaupt so sei, dass je 2 zugehörige Punkte x und y zu den festen Doppelpunkten α und β harmonisch liegen. Sind also x und y zwei zugehörige



Punkte, so muss das Abstandsverhältniss des Punktes x von α und β, abgesehen vom Vorzeichen, gleich dem des Punktes y von α und β sein, wenn die Punkte x, y, α, β harmonisch liegen sollen. Diese Abstände sind aber resp. $x - \alpha$, $\beta - x$, $y - \alpha$, $y - \beta$; es muss daher sein:

$$\frac{x - \alpha}{\beta - x} = \frac{y - \alpha}{y - \beta}.$$

Aus obiger Gleichung wird aber, da $y = \frac{\frac{\alpha + \beta}{2} x - \alpha\beta}{x - \frac{\alpha + \beta}{2}}$ ist,

$$\frac{x-\alpha}{\beta-x}=\frac{\dfrac{\dfrac{\alpha+\beta}{2}x-\alpha\beta}{x-\dfrac{\alpha+\beta}{2}}-\alpha}{\dfrac{\dfrac{\alpha+\beta}{2}x-\alpha\beta}{x-\dfrac{\alpha+\beta}{2}}-\beta}$$

$$=\frac{\dfrac{(\alpha+\beta)x-2\alpha\beta}{2x-(\alpha+\beta)}-\alpha}{\dfrac{(\alpha+\beta)x-2\alpha\beta}{2x-(\alpha+\beta)}-\beta}$$

$$=\frac{x(\alpha+\beta)-2\alpha\beta-2\alpha x+\alpha^2+\alpha\beta}{x(\alpha+\beta)-2\alpha\beta-2\beta x+\beta\alpha+\beta^2}$$

$$=\frac{x(\beta-\alpha)-\alpha(\beta-\alpha)}{\beta(\beta-\alpha)-x(\beta-\alpha)}$$

$$=\frac{x-\alpha}{\beta-x}.$$

Die Gleichheit der Verhältnisse findet also wirklich statt, und wir haben das Resultat vor uns, dass durch eine quadratische Gleichung in allgemeinster Weise eine harmonische Zuordnung von Punkten (Werthen) zu zwei festen durch die quadratische Gleichung gegebenen Punkten ausgedrückt ist. Ein derartiges Verhältniss von Punkten zu 2 festen ist bekannt unter dem Namen einer involutorischen Punktreihe. Wir bekommen auf diese Weise gewissermassen eine Geometrie auf der geraden Linie. Zwei zusammengehörige Punkte bilden mit den beiden festen ein bestimmtes Bild, welches sich bei jeder Bewegung des einen der beweglichen Punkte ändert, so jedoch, dass 2 Punkte fest und nur die Gruppirung der übrigen Punkte zu den beiden jedesmal eine andere wird. Verschiedene Bilder kommen jedoch nur solange heraus, als sich x zwischen α und β bewegt; sobald x darüber hinausgeht, springt y hinein, und die Rollen haben sich einfach vertauscht. Während ferner x alle Werthe von α bis $\frac{\alpha+\beta}{2}$ durchläuft, durchläuft y alle Werthe von α bis ∞, und geht x über $\frac{\alpha+\beta}{2}$ hinaus bis β, so durchläuft y alle Werthe von $-\infty$ bis β, so dass wir auch durch jene Zuordnung alle Punkte einer unbegrenzten Geraden auf die Strecke $\overline{\alpha\beta}$ abbilden können.

II. Allgemeine Auflösungsform der Gleichungen zweiten Grades.

Wir wollen jetzt die im vorigen Abschnitte gewonnenen Resultate, dass nämlich eine quadratische Gleichung eine harmonische Zuordnung zu zwei durch die Gleichungen gegebenen festen Punkten bestimme, benutzen um die allgemeinste Lösung der quadratischen Gleichungen aufzustellen. Nehmen wir einen beliebigen Punkt $x = \vartheta$ an, so wissen wir, dass der zu ihm und den Wurzeln der Gleichung

$$f(x) = ax^2 + 2bx + c = 0$$

harmonisch liegende gegeben ist durch

$$x = -\frac{b\vartheta + e}{a\vartheta + b} \quad \text{(vergl. S. 396. u.)}$$

Um daher die Wurzeln der Gleichung $f(x) = 0$ zu finden, können wir auch umgekehrt verfahren und zu den beiden Punkten

$$x = \vartheta \quad \text{oder} \quad x - \vartheta = 0$$

und

$$x = -\frac{b\vartheta + e}{a\vartheta + b} \quad \text{oder} \quad x + \frac{b\vartheta + c}{a\vartheta + b} = 0$$

die beiden harmonischen suchen. Das Resultat muss dann in allgemeinster Form die Wurzeln der Gleichung $f(x) = 0$ enthalten. Der Kürze wegen wollen wir

$$x = \frac{b\vartheta + e}{a\vartheta + b} = x(a\vartheta + b) + b\vartheta + e = 0 \quad \text{mit } p \text{ und}$$

$$x - \vartheta = 0 \quad \text{mit } q \text{ bezeichnen;}$$

wir müssen dann 2 Punkte suchen, die zu den Punkten

$$p = 0 \text{ und } q = 0$$

harmonisch liegen.

Da diese beiden Punkte von p und q gleiches aber entgegengesetztes Abstandsverhältniss, etwa λ, haben müssen, so erhalten wir 2 solche Punkte durch die Gleichungen:

$$\frac{p}{q} = \lambda$$

$$\frac{p}{q} = -\lambda \quad \text{oder}$$

$$p + \lambda q = 0 \quad \text{und}$$

$$p - \lambda q = 0.$$

Sollen uns diese beiden Gleichungen die zu $p = 0$ und $q = 0$

harmonischen Punkte, also die Wurzeln von $f(x) = 0$ liefern, so muss also bis auf einen etwaigen constanten Factor $(p + \lambda q)$ $(p - \lambda q)$ gleich $f(x)$ sein.

Also sei $$p^2 - \lambda^2 q^2 = R.f(x)$$

wo also jetzt λ und R zu bestimmen ist.

Es ist $p^2 = x^2(a\vartheta + b)^2 + 2x(a\vartheta + b)(b\vartheta + c) + (b\vartheta + c)^2$

$\lambda^2 q^2 = \lambda^2 x^2 - 2\lambda^2 x\vartheta + \lambda^2\vartheta^2$;

ordnen wir noch Potenzen von x, so wird

$p^2 - \lambda^2 q^2 =$

$x^2[(a\vartheta + b)^2 - \lambda^2] + 2x[(a\vartheta + b)(b\vartheta + c) + \vartheta\lambda^2] + (b\vartheta + c)^2 - \vartheta^2\lambda^2$

ebenso ist:

$$R.f(x) = R(ax^2 + 2bx + c).$$

Zur Bestimmung von R haben wir also nach Methode der gleichen Coefficienten die Gleichungen:

1) $$Ra = (a\vartheta + b)^2 - \lambda^2$$

2) $$Rb = (a\vartheta + b)(b\vartheta + c) + \lambda^2\vartheta$$

3) $$Rc = (b\vartheta + c)^2 - \vartheta^2\lambda^2.$$

Multipliciren wir 1) mit ϑ und addiren zu 2), so wird:

$$Ra\vartheta + Rb = (a\vartheta + b)^2\vartheta + (b\vartheta + c)(a\vartheta + b)$$
$$R(a\vartheta + b) = (a\vartheta + b)[(a\vartheta + b)\vartheta + b\vartheta + c]$$
$$R = a\vartheta^2 + 2b\vartheta + c$$
$$= f(\vartheta).$$

Zur Bestimmung von λ benutzen wir Gleichung 3)

$$Rc - (b\vartheta + c)^2 = -\vartheta^2\lambda^2$$
$$ca\vartheta^2 + 2bc\vartheta + c^2 - b^2\vartheta^2 - 2bc\vartheta - c^2 = -\vartheta^2\lambda^2$$
$$\vartheta^2\lambda^2 = -\vartheta^2(ca - b^2)$$
$$\lambda^2 = b^2 - ac$$
$$\lambda = \pm\sqrt{b^2 - ac}.$$

Wir sehen also, dass das harmonische Theilverhältniss gleich der Wurzel aus der Discriminante der quadratischen Gleichung ist. Wir haben jetzt also:

$$p^2 - \lambda^2 q^2 = f(\vartheta).f(x).$$

Da nun $f(\vartheta)$ nicht verschwinden kann, so müssen dieselben Werthe, welche $f(x)$ verschwinden machen, auch für $p^2 - \lambda^2 q^2$ gelten. Letzteres wird aber $= 0$, wenn

$$p + \lambda q = 0 \text{ und}$$
$$p - \lambda q = 0$$

ist. Die beiden Wurzeln der Gleichung $f(x) = 0$ müssen also enthalten sein, wenn wir für p, q, λ, die resp. Werthe setzen, in folgenden Ausdrücken:

$$1) \qquad x(a\vartheta + b) + b\vartheta + c + (x - \vartheta)\sqrt{b^2 - ac} = 0$$

$$2) \qquad x(a\vartheta + b) + b\vartheta + c - (x - \vartheta)\sqrt{b^2 - ac} = 0$$

Aus 1) erhalten wir:

$$x = \frac{-b\vartheta + c + \vartheta\sqrt{b^2 - ac}}{a\vartheta + b + \sqrt{b^2 - ac}}$$

und aus 2)

$$x = \frac{-b\vartheta + c - \vartheta\sqrt{b^2 - ac}}{a\vartheta + b - \sqrt{b^2 - ac}}.$$

Ueberhaupt sind also die beiden Wurzeln von $f(x) = 0$ enthalten in der Form:

$$x = \frac{-b\vartheta + c \pm \vartheta\sqrt{b^2 - ac}}{a\vartheta + b \pm \sqrt{b^2 - ac}}.$$

In der That, setzen wir $\vartheta = 0$, so erhalten wir

$$3) \qquad x = \frac{c}{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}$$

also diejenige Form, welche sich ergibt, wenn wir die Gleichung nach $\frac{1}{x}$ auflösen und dann reciprociren.

Dividiren wir aber Zähler und Nenner durch ϑ und setzen $\vartheta = \infty$, so erhalten wir die gewöhnliche Form:

$$4) \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}.$$

Wir brauchen nicht zu erwähnen, dass die beiden Ausdrücke 3) und 4) nicht wesentlich von einander verschieden sind und leicht in einander übergeführt werden können, indessen ist das Resultat, was wir hier erlangt haben, ein höchst interessantes. Denn wenn wir in

$$ax^2 + 2bx + c = 0$$

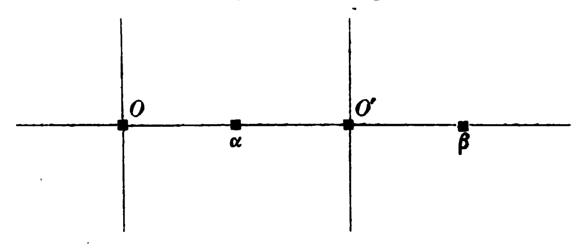
die quadratische Ergänzung machen, so heisst das, wir suchen statt x den Punkt $x' = x + \frac{b}{a}$ und erhalten

$$x' = x \pm \frac{b}{a} = \pm\sqrt{b^2 - ac}$$

d. h. der neue Anfangspunkt $x' = 0$ liegt da, wo

$$x = -\frac{b}{a} = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

ist, mithin in der Mitte zwischen den beiden Wurzelpunkten α und β und die Werthe für x' sind gleich und entgegengesetzt. Der zu diesem neuen Anfangspunkte und den Wurzeln der Gleichung α und β gehörige 4. harmonische Punkt liegt dann natürlich ∞ fern. Die Auflösung mittelst der quadratischen Ergänzung ist also weiter nichts, als ein specieller Fall der vorhin



gegebenen allgemeinen, welche darin bestand, zwei beliebige zugehörige Punkte zu wählen und zu diesen die beiden harmonischen zu suchen, welche uns dann die Wurzeln der Gleichung in allgemeinster Form lieferten. Gingen wir dann zu dem speciellen Falle über, dass wir als zugehörige Punkte den Mittelwerth zwischen den Wurzeln als 0 Punkt und den ∞ fernen Punkt wählten, so gelangten wir zur Auflösung durch die quadratische Ergänzung.

Diese allgemeine Auffassung liefert uns auch zwei neue Darstellungsweisen der quadratischen Gleichungen. Es war nämlich:

$$p^2 - \lambda^2 q^2 = f(\vartheta) \cdot f(x) \quad \text{oder}$$

5) $[x(a\vartheta + b) + b\vartheta + c]^2 - \lambda^2(x - \vartheta)^2 = (a\vartheta^2 + 2b\vartheta + c)(ax^2 + 2bx + c)$

dividiren wir auf beiden Seiten durch ϑ^2 und setzen $\vartheta = \infty$ so wird:

$$(ax + b)^2 - (b^2 - ac) = a(ax^2 + 2bx + c) \quad \text{oder}$$

$$ax^2 + 2bx + c = \frac{1}{a}\left\{(ax + b)^2 - b^2 - ac\right\}.$$

Wenn der Ausdruck links verschwindet, so muss, da $\frac{1}{a}$ eine Constante ist,

$$(ax + b)^2 - (b^2 - ac) = 0 \text{ sein, d. h.}$$

$$ax + b + \sqrt{b^2 - ac} = 0 \quad \text{und}$$

$$ax + b - \sqrt{b^2 - ac} = 0, \text{ die uns die Wurzeln liefern:}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}.$$

Setzen wir aber in 5) $\vartheta = 0$, so erhalten wir:

$$(xb + c)^2 - x^2(b^2 - ac) = c(ax^2 + 2bx + c) \text{ oder}$$
$$ax^2 + 2bx + c = \frac{1}{c}\left\{(xb + c)^2 - x^2(b^2 - ac)\right\}$$

d. h. zur Bestimmung von x die beiden Gleichungen:

$$xb + c - x\sqrt{b^2 - ac} = 0$$
$$xb + c + x\sqrt{b^2 - ac} = 0$$

welche die Werthe liefern:

$$x = \frac{c}{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}.$$

Die beiden Auflösungsformen einer unrein quadratischen Gleichung nämlich

$$(ax + b)^2 - (b^2 - ac) = 0 \text{ und}$$
$$(xb + c)^2 - x^2(b^2 - ac) = 0$$

geben die Lösung auf einem Wege, welcher dem Wesen der Gleichung entspricht, aus der sie in consequenter Weise erhalten wurden. Die erstere Form ist neuerdings bekannt geworden, die zweite, welche ebenso berechtigt ist und sich ganz parallel mit ersterer ergibt, habe ich noch nirgends gefunden. Ich behalte mir vor ein anderes mal auf die bei diesen Gleichungen auftretenden imaginären Verhältnisse zurückzukommen.

Kleinere Mittheilungen.

Ueber Kennzeichen der Theilbarkeit.

Von S. Dickstein in Warschau.

Im vierten Hefte des zweiten Jahrganges dieser Zeitschrift*) befindet sich eine Mittheilung des Herrn Dr. Zerlang über die Theilbarkeit einer Zahl durch 7. Ich will hier eine ähnliche Methode zeigen, die nicht nur für die Zahl 7, sondern auch für viele andere Zahlen sehr gut zum Ziele führt.

Es bedeute e die Einer, a den voranstehenden Zifferncomplex einer Zahl n, e' und a' die entsprechenden Zahlen des Divisors p; wir betrachten vier Fälle:

$$e' = 1, \quad e' = 3, \quad e' = 7, \quad e' = 9$$

d. i. Divisoren von der Form:

$$10a' + 1, \; 10a' + 3, \; 10a' + 7, \; 10a' + 9;$$

Es gelten folgende Sätze:

1. Die Zahl n ist theilbar durch $p = 10a + 1$, wenn $a - a'e$ durch p theilbar ist.

Diese Regel dient für die Zahl 11, 21, 31, 41 u. s. w.

2. Die Zahl n ist theilbar durch $p = 10a + 3$, wenn $a + (3a' + 1)e$ durch p theilbar ist.

Diese Regel enthält die Fälle 13, 23, 33 u. s. w. und auch den Fall $p = 3$, für welchen $a' = 0$; man erhält in diesem Falle die bekannte Bedingung, dass $a + e$ durch 3 theilbar sein soll.

3. Die Zahl n ist theilbar durch $p = 10a + 7$, wenn $a - (3a' + 2)e$ durch p theilbar ist

Dieser Satz schliesst ein die Fälle 17, 27, 37 u. s. w. und auch den Fall $p = 7$. Im letzten Falle ist $a' = 0$ und man erhält die von Dr. Zerlang gegebene Bedingung $a - 2e$.

4. Die Zahl n ist theilbar durch $p = 10a + 9$, wenn $a + (a' + 1)e$ durch p theilbar ist.

Es sind hier enthalten die Fälle 19, 29, 39 u. s. w. und aucl der Fall $p = 9$, für welchen $a' = 0$.

Der Beweis dieser 4 Sätze ist sehr einfach und ergibt sich (aus

---

*) S. II, 337. Die Red.

genommen $a' = 0$) auf folgende Weise: Dividirt man $10a + e$ durch $10a' + e'$, so erhält man die Bedingung $a'e - ae'$. Diese allgemeine Bedingung nimmt die einfacheren erwähnten Gestalten in den vier Fällen $a' = 1, 3, 7, 9$. Für die übrigen Fälle ist sie nicht einfach.

Es mag noch erwähnt werden, dass man die Sätze über die Theilbarkeit der Zahlen sehr leicht empirisch auffinden kann. Wir wollen dies an Beispielen erläutern.

Theilbarkeit durch 3.

Wir nehmen die kleinste zweiziffrige durch 3. theilbare Zahl 12, so ist für sie $a' = 1$, $e' = 2$, da aber $a' + e'$ durch 3 theilbar ist, so schliesst man daraus, dass überhaupt jede Zahl $n = 10a + e$ durch 3 theilbar ist, wenn für sie $a + e$ durch 3 theilbar ist. Aus dieser Bedingung aber kommt man sehr leicht auf die bekannte Bedingung.

Theilbarkeit durch 7.

Wir nehmen die Zahl 14. Hier ist $a' = 1$, $e' = 4$; da $a' - 2e' = -7$ durch 7 theilbar ist, so ist auch jede Zahl $n = 10a + e$ durch 7 theilbar, wenn $a - 2e$ durch 7 theilbar ist (Regel von Dr. Zerlang).*)

Theilbarkeit durch 11.

In diesem Falle ist $a' = 1$, $e' = 1$, $a' - e' = 0$; es ist demnach jede Zahl n, für welche $a - e$ durch 11 theilbar ist, auch durch 11 theilbar. Aus diesem Satze kann man aber sehr leicht die bekannte für 11 geltende Bedingung erhalten.

Theilbarkeit durch 19.

$$a' = 1,\; e' = 9,\; a' + 2e' = 19;$$

es ist demnach die Zahl $n = 10a + e$ durch 19 theilbar, wenn für sie $a + 2e$ durch 19 theilbar ist. Z. B. die Zahl 5434 ist durch 19 theilbar, wie folgende Rechnung zeigt

$$\begin{array}{r} 543\not{4} \\ \underline{8} \\ 55\not{1} \\ \underline{2} \\ 5\not{7} \\ \underline{14} \\ 19 \end{array}$$

Theilbarkeit durch 17.

$$a' = 1,\; e' = 7,\; a' - 5e' = -34;$$

es ist demnach eine Zahl $n = 10a + e$ durch 17 theilbar, wenn $a - 5e$ durch 17 theilbar ist. Z. B. die Zahl 14501 ist durch 17 theilbar, wie es folgende Rechnung zeigt

*) Die Brauchbarkeit dieses Merkmals wird sehr gering, wenn a' sehr gross wird. Dies gilt ebenso von den andern Merkmalen. Die Red.

$$\begin{array}{r} 14501 \\ 5 \\ \hline 1445 \\ 25 \\ \hline 119 \\ 45 \\ \hline -34 \end{array}$$

Diese Beispiele zeigen genügend, auf welche Weise man die Regel der Theilbarkeit für jede Zahl erhalten kann. Wollen wir z. B. die Regel der Theilbarkeit durch 29 finden, so bilden für folgende Zahlen

$$2 + 1 \,.\, 9, \quad 2 + 2 \,.\, 9, \quad 2 + 3 \,.\, 9 \; \ldots \,,$$

und da schon $2 + 3 \,.\, 9$ durch 29 theilbar ist, so ist eine Zahl $n = 10a + e$ durch 29 theilbar, wenn $a + 3e$ durch 29 theilbar ist. —

Alle Regeln, die man auf diese Weise erhält, sind in obigen 4 Sätzen enthalten; man kann sie auch sehr leicht für jeden speciellen Fall beweisen. In der Anwendung sind die Regeln auch grossentheils sehr einfach.

Ueber Winkelmessung.

Von S. Dickstein in Warschau.

In den Lehrbüchern der Geometrie und zwar in dem Abschnitte von der Winkelmessung durch Kreisbögen findet man, wie bekannt, mehrere Fälle, die gewöhnlich ohne Zusammenhang auftreten und darum dem Gedächtnisse der Schüler nicht zugänglich sind. Um diesen Uebelstand zu vermeiden, fasse ich alle diese Sätze zusammen in folgendem allgemeinem Satze:

„Als Maass eines Winkels dient die halbe Summe oder die halbe Differenz der beiden von ihm eingeschlossenen Bogen eines Kreises; die halbe Summe dann, wenn die beiden Bogen auf entgegengesetzten Seiten, die halbe Differenz, wenn sie einerseits des Scheitels liegen.“

Man kann freilich annehmen, dass jeder Winkel (und sein Scheitelwinkel) zwei Bogen einschliesst; bezeichnet man den einen mit α_1*), den zweiten mit α_2, den gegebenen Winkel mit A und den rechten Winkel mit D, so kann man den Satz in folgender Formel ausdrücken:

$$\frac{A}{D} = \frac{\alpha \pm \alpha_1}{180}$$

Dieser Satz und diese Formel enthalten alle möglichen Fälle, und zwar

---

*) Ich verstehe darunter die Zahl der 360stel des Kreisumfanges.

1) im Falle eines Centriwinkels ist $\alpha_1 = \alpha$ und

$$\frac{A}{D} = \frac{2\alpha}{180} = \frac{\alpha}{90}.$$

2) für einen Peripheriewinkel ist $\alpha_1 = 0$ und

$$\frac{A}{D} = \frac{\alpha}{180} = \frac{\frac{\alpha}{2}}{90}.$$

Dasselbe gilt für einen Winkel zwischen einer Tangente und Sehne.

3) Für einen Winkel, dessen Scheitel im Innern des Kreises liegt, ist:

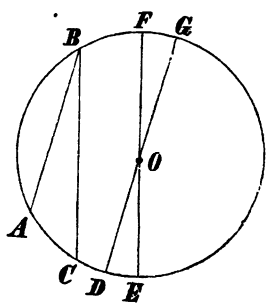
$$\frac{A}{D} = \frac{\alpha + \alpha_1}{180}.$$

4) Für einen Winkel, dessen Scheitel ausserhalb des Kreises liegt, ist:

$$\frac{A}{D} = \frac{\alpha - \alpha_1}{180}.$$

Im Falle eines umgeschriebenen Winkels ist noch $\alpha + \alpha_1 = 360$, und auch:

$$\frac{A}{D} = \frac{\alpha}{90} - 2; \quad \frac{A}{D} = 2 - \frac{\alpha_1}{90}.$$



Es versteht sich von selbst, dass der Satz vom Centriwinkel der Fundamentalsatz bleibt. Nach dem Beweise dieses Satzes folgt der Satz 2), den man auf folgende Weise beweisen kann:

Es sei ABC der gegebene Winkel, $AC = \alpha$; durch den Mittelpunkt O ziehen wir $DG \parallel AB$, $EF \parallel BC$; man darf jetzt nur beweisen, dass $\alpha = 2DE$. Aus der Figur erhellt:

$$\alpha + CE - DE = BF + FG,$$

da aber $DE = FG$, $CE = BF$, so ist

$$\alpha = 2 . DE \qquad \text{w. z. b. w.}$$

Alle übrigen Fälle reduciren sich auf 1) und 2), und man kommt sehr leicht zu dem allgemeinen Satze, den man bald nach dem Beweise des 1) vortragen kann.

Von der Theilbarkeit der Zahlen.*)

Von C. Masing, früher Lehrer d. Mathem. am Gymnasium zu Helsingfors, jetzt in Moskau.

Gewöhnlich werden in den Lehrbüchern die Merkmale der Theilbarkeit durch 7, 13, 17, 19 etc. ausgelassen, weil die hierfür bekannten Merkmale sehr verwickelt sind und deswegen keine praktische

---

*) Wir glaubten, dass es für die Leser d. Z. nicht ohne Interesse sein dürfte, noch eine zweite Behandlung des Dicksteinschen Themas kennen zu lernen. D. R.

Anwendbarkeit finden können; im Folgenden werde ich mir erlauben, ebenso einfache als praktisch anwendbare Merkmale anzugeben, und werde an der Theilbarkeit durch 7 den Beweis liefern; dass dieser Beweis und die Anwendung für alle übrigen Zahlen ein ähnlicher ist, liegt auf der Hand.*)

Wenn N die Einer, und M die Zehner der gegebenen Zahl beseichnet, so ist die Zahl selber $= 10M + N$. Ist nun $10M + N$ ein Vielfaches von 7, so ist auch $M - 2N$ ein Vielfaches von 7. Denn ist $\frac{10M + N}{7} = a$, in welchem Falle a eine ganze Zahl ist, so folgt, dass $N = 7a - 10M$ ist. Nimmt man beide Formeln zusammen, so erhält man $M - 2N = M - 2(7a - 10M) = 21M - 14a$. Hier sind die Coefficienten durch 7 theilbar, also ist auch $M - 2N$ theilbar, und folglich ist $M - 2N$ ein Zeichen für die Theilbarkeit der Zahl $10M + N$ durch 7. Wenn man also die verdoppelten Einer von der voranstehenden Zahl subtrahirt, und der Rest durch 7 theilbar ist, so ist auch die gegebene Zahl durch 7 theilbar.

Wenn $M - 2N$ durch 7 theilbar ist, so ist auch $M - 2N + 7N = M + 5N$ theilbar, wir haben somit 2 verschiedene Zeichen der Theilbarkeit durch dieselbe Zahl. Wenn das letztere Zeichen für 7 auch nicht praktisch ist, so sind doch einige andere auf diese Weise gefundene Zeichen für andere Zahlen durchaus anwendbar.

Wenn man wegen der Grösse des Restes nach der Subtraction nicht weiss, ob dieses durch 7 theilbar ist, so wird dieselbe Operation noch ein- oder mehrere Male angewandt. Um z. B. zu erfahren, ob 864192 durch 7 theilbar ist, verfährt man folgendermaassen:

$$
\begin{array}{llllllllll}
86419 & - 2 \times 2 & = & 86415 & \text{oder: } 4 & \text{von} & 9 & \text{bleibt} & 5 \\
8641 & - 2 \times 5 & = & 8631 & \text{„ } 10 & - & 11 & - & 1 \\
863 & - 2 \times 1 & = & 861 & \text{„ } 2 & - & 3 & - & 1 \\
86 & - 2 \times 1 & = & 84 & \text{„ } 2 & - & 6 & - & 4 \\
8 & - 2 \times 4 & = & 0 & \text{„ } 8 & - & 8 & - & 0
\end{array}
$$

Durch dieses Verfahren werden mit Leichtigkeit auch die Zeichen der Theilbarkeit durch andere Zahlen gefunden, wenn die Theilbarkeit, wie dies bei der 7 der Fall war, sich durch Addition oder Subtraction bewirken lässt.

Am leichtesten sind die Merkmale der Theilbarkeit durch Nachbar-Zahlen**) reiner Zehner aufzusuchen und im Gedächtniss zu behalten, z. B. die Nachbar-Zahlen 9 und 11, 19 und 21, 29 und 31 u. s. w.

Diese Zeichen der Theilbarkeit für die Zahl $10M + N$ sind folgende: (a stellt eine ganze Zahl vor)

---

*) In II. (1871) S. 337 der vorliegenden Zeitschrift gibt Rector D Zerlang hierfür eine Regel, für die er, obgleich das Zeichen der Theilbai keit durch 7 dasselbe ist, doch den Beweis anders führt.

**) Unter Nachbar-Zahl verstehen wir die vor- und nachstehende Zah

$$\text{für } 9 \ldots \frac{M+N}{9}=a; \ldots (1) \quad \text{für } 11 \ldots \frac{M-N}{11}=a \ldots (2)$$

$$\text{„ } 19 \ldots \frac{M+2N}{19}=a; \ldots (3) \quad \text{„ } 21 \ldots \frac{M-2N}{21}=a \ldots (4)$$

$$\text{„ } 29 \ldots \frac{M+3N}{29}=a; \ldots (5) \quad \text{„ } 31 \ldots \frac{M-3N}{31}=a \ldots (6)$$

$$\text{„ } 39 \ldots \frac{M+4N}{39}=a; \ldots (7) \quad \text{„ } 41 \ldots \frac{M-4N}{41}=a \ldots (8)$$

$$\text{„ } 49 \ldots \frac{M+5N}{49}=a; \ldots (9) \quad \text{„ } 51 \ldots \frac{M-5N}{51}=a \ldots (10)$$

. . . .

$$-10X-1 \ldots \frac{M+XN}{10X-1}=a; \ldots (11) - 10X+1 \ldots \frac{M-XN}{10X+1}=a \ldots (12)$$

Wenn man das Zeichen der Theilbarkeit durch eine Nachbarzahl finden will, so muss man die Einer der gegebenen Zahl mit der Nennzahl*) der Zehner multipliciren und das Product zu der voranstehenden Zahl entweder addiren oder von ihr subtrahiren; ist nun die Summe resp. der Rest nach dieser Operation durch die Nachbar-Zahl theilbar, so ist auch die gegebene Zahl theilbar.

Alle diese Kennzeichen der Theilbarkeit sind zugleich auch Zeichen für die Theilbarkeit durch die Factoren dieser Zahlen; so dient die Formel (1) für 9 auch für den Factor 3 $\left(\frac{M+N}{3}=a\right)$; ferner dient Formel (4) für 21 auch für die Factoren 7 und 3 $\left(\frac{M-2N}{7}=a,\right.$ und $\left.\frac{M-2N}{3}=a\right)$; Formel (7) dient auch für die Factoren 3 und 13; Formel (10) — für 3 und 17 etc.

Da sich nun jede Zahl, die nicht 2 oder 5 zum Factor hat, durch Multiplication in eine Zahl verwandeln lässt, welche mit 1 oder 9 endigt, so sind obige Formeln für alle Zahlen anwendbar, jedoch mit Ausnahme derjenigen, welche 2 oder 5 zum Factor haben.

Wenn man also ein Kennzeichen der Theilbarkeit für das Product hat, so dient dies auch für die ursprüngliche Zahl. Auf diese Weise erhält man Kennzeichen der Theilbarkeit für alle einfachen und zusammengesetzten Zahlen, die keine 2 oder 5 als Factor haben.

Selbst das Aufsuchen verschiedener Kennzeichen der Theilbarkeit durch beliebige Zahlen ist nicht ohne Interesse und dürfte eine vortreffliche Uebung für manche Schüler sein. Die Auffindung aller dieser Zeichen gründet sich auf folgendes Princip. W e n n m a n d e n Z i f f e r c o m p l e x e i n e r Z a h l i n 2 T h e i l e t h e i l t, u n d d i e s e T h e i l e a l s n e u e Z a h l e n a d d i r t o d e r s u b t r a h i r t, s o e r h ä l t m a n e i n e k l e i n e r e Z a h l. Die Theilung kann auf verschiedene Art

*) Unter Neunzahl verstehen wir diejenige Zahl, welche vor der 0 steht.

schehen: entweder, so wie wir es gethan haben, dass man die Einer für sich betrachtet und das Uebrige als Zehner ansieht, oder man nimmt Einer und Zehner für eine Zahl, und das Uebrige für die andere, oder noch auf andere Weise. Vereinigt man nun durch Addiren oder Subtrahiren die beiden neuen Zahlen, so erhält man zuweilen eine Zahl, die mit der ursprünglichen gleiche Theilbarkeit hat, wie dies bei der Theilbarkeit durch 3, 9 und 11 der Fall ist; bei den obigen Zeichen müssten wir die Einer multipliciren; indessen kann man auch auf andere Weise verfahren. Will man z. B. wissen, ob eine Zahl durch 8 theilbar ist, so kann man anstatt des gewöhnlichen Probirens (die 3 letzten Ziffern durch 8 zu theilen) folgenderweise verfahren: man multiplicirt die 3te Ziffer mit 4 und addirt das Product mit den 2 letzten Ziffern; so ist z. B. 536 durch 8 theilbar, wenn $36 + 4 . 5 = 56$ theilbar ist.*)

Um das Zeichen der Theilbarkeit zu finden, braucht man nur einen Factor aufzusuchen, mit welchem man einen Theil z. B. die Einer multiplicirt. Als Beispiel hierfür wollen wir jetzt den Factor aufsuchen, mit welchem man einen Theil der gegebenen Zahl multipliciren muss, um das Zeichen der Theilbarkeit durch 43 zu finden.

Ist $\frac{10M + N}{43} = a$ eine ganze Zahl, so ist $N = 43a - 10M$.

Anstatt dieses N haben wir in den Formeln $M - 2N$ (für 7), $M + 2N$ (für 19) überhaupt in $M + XN$ die Formel $43a - 10M$ angewandt. Wenn man nun anstatt N in der Formel $M + XN$ die Formel $43a - 10M$ anwendet, so erhält man:

$$M + XN = M + 43aX - 10XM = 43aX - M(10X - 1).$$

Wenn nun $M + XN$, folglich auch $M(10X - 1)$ bei allen M und N durch 43 theilbar ist, so ist auch $10M + N$ durch 43 theilbar. $M(10X - 1)$ kann aber nur dann durch 43 theilbar sein, wenn $10X - 1$ durch 43 theilbar ist. Die Zahl $(10X - 1)$ ist (wenn X negativ ist) um 1 grösser, oder (wenn Y positiv ist) um 1 kleiner als seine Zehner. Es bleibt also nur übrig, zu finden, wie viel Zehner X bedeutet. Um dies zu erfahren, schreiben wir eine Reihe von Vielfachen von 43:

$$43, 86, 129, 172, 215, 258, 301, 344 \text{ etc.}$$

In dieser Reihe finden wir 2 Zahlen, 129 und 301 (wir können diese Reihe noch fortsetzen und mehr solche Zahlen bekomman), welche um 1 kleiner oder grösser sind, als reine Zehner

$$129 = 13 . 10 - 1, \quad 301 = 30 . 10 - 1$$

Also ist $X_1 = +13$ und $X_2 = -30$.

---

*) Das Merkmal der 8 ist weit einfacher. S. hierüber die nachfolgende kl. Mitth. Der Herausgeber.

Die Zeichen der Theilbarkeit durch 43 sind also

$$\frac{M + 13N}{43} = a, \quad \frac{M - 30N}{43} = a$$

Das letztere Zeichen ist anwendbarer, als das erstere. Rechnet man, anstatt mit Buchstaben, mit Zahlen, so lassen sich diese vereinfachen; wenn man z. B. versuchen will, ob 19651 durch 43 theilbar ist, so sagt man

$$1965 - 30 . 1 = 1935$$
$$193 - 30 . 5 = 43$$

oder einfacher

$$196 - 3 . 51 = 43, \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r} 196 \\ -153 \\ \hline 43 \end{array}$$

Die letztere vereinfachte Rechnung kann auch aus der Formel $\frac{M - 3N}{43} = a$ hergeleitet werden, in welchem Falle N die 2 letzten Ziffern, und M die Hunderte (die ganze voranstehende Zahl) bezeichnet. Die Zahl selbst muss dann durch $100M + N$ ausgedrückt werden.

Zum Theilbarkeitsmerkmal der 8.

(Vom Herausgeber.)

Das Merkmal der 8 wird in den meisten Lehrbüchern*) wie folgt angegeben: Eine Zahl ist durch 8 ohne Rest theilbar, wenn die drei letzten Stellen als Ganzes genommen (die Summe der Einer, Zehner und Hunderter) ohne Rest theilbar sind. Dieses Merkmal aber läuft auf Nichts weiter, als auf Probiren hinaus. Das Merkmal der 8 ist vielmehr, wie folgt, zu geben: Eine Zahl ist durch 8 ohne Rest theilbar (kürzer: „8 geht in einer Zahl auf" —), wenn 8 bei einem geraden Hundert in den beiden letzten Stellen (oder in der Summe der Einer und Zehner) aufgeht. Bei einem ungeraden Hundert ist erst zu dieser Summe 4 zu zählen und wenn in dieser neuen Summe 8 aufgeht, so geht sie auch in der gegebenen Zahl auf, z. B.

632 u. 728$(4 + 28 = 32)$

Dem gegenüber halte man 631 oder 523!

Der Beweis ist leicht. Er beruht auf dem Satze: jedes gerade Hundert getheilt durch 8 gibt den Rest 0, jedes ungerade den R. 4. Von „Probiren" kann hier keine Rede sein. —

---

*) S. z. B. Kambly § XXXI (S. 116). — Helmes I § 136. — Odermann, kaufm. Rechenbuch. 8. Aufl. § 6. —

Zur mathematischen Orthograpie.*)

Die Formeln der einfachen Zinsrechnung zugleich eingerichtet fürs Kopfrechnen.

(Vom Herausgeber.)

Die Zinsrechnung**) greift so tief ins bürgerliche Leben ein, dass sie beim arithmetischen Unterricht in jeder Schule eingehender behandelt, in keiner aber übergangen werden sollte. Nur Gymnasien, an denen überhaupt die bürgerlichen Rechnungsarten, trotzdem dass sie allgemein behandelt eine vorzügliche Brücke zur allgemeinen Arithmetik (Buchstabenrechnung) bieten, zu Gunsten der Algebra stiefmütterlich behandelt werden, dürften hiervon meist eine Ausnahme machen. Ebenso sucht man die Zinsrechnung in vielen Lehrbüchern vergeblich.***) Wo sie aber behandelt ist, sind entweder die einzelnen Fälle derselben nicht gesondert besprochen — was die Uebersicht sehr erschwert — oder die Formeln sind nicht so entwickelt und aufgestellt, dass sie fürs (sogen.) Kopfrechnen und das schriftliche Rechnen gleich brauchbar sind. Es dürfte daher gar nicht überflüssig sein, diese Formeln einmal hier so aufzustellen, wie sie beiden obengenannten Zwecken zugleich dienen.

Bekanntlich ist die Grundproportion der einfachen Zinsrechnung

$$100 : k = p : z \text{ oder in Gleichung:}$$

$$\frac{k}{100} = \frac{z}{p}$$

worin k Kapital, p Prozente oder den Zinsfuss (gewöhnlich mit $^0/_0$ bezeichnet) und z jährliche†) Zinsen, d. h. Zinsen für (oder auf) ein Jahr bedeuten. Jede der Grössen k, p, z lässt sich nun als Unbekannte (Gesuchte) betrachten und man erhält folgende Fälle:

1) Die Zinsen werden gesucht. Sie ergeben sich durch Auf-

---

*) Dieser Aufsatz ist angeregt durch das gleichnamige Thema Sickenbergers S. 379.

**) Dieser Name ist kürzer, als der sechssilbige: Interessen-Rechnung!

***) Man sehe z. B. das sonst vortreffliche und in dieser Zeitschrift oft citirte Lehrbuch d. Mathematik von Helmes (Hannover 1862), wo bürgerlichen Rechnungsarten ganz übergangen sind. — Ferner sehe n die in dieser Zeitschrift besprochenen Rechenbücher von Pick und Schw wo sie ebenfalls fehlen oder nur berührt sind. Auch Kambly übergeht

†) Dieser Ausdruck scheint mir richtiger, als der andre häufig brauchte „einjährige," weil dieser das Alter, jener aber eine Wiederkehr (Periodizität) anzeigt. Gleichwohl bietet „einjährig" einen bess Gegensatz zu „mehrjährig."

lösung der Gleichung für z

$$z = \frac{k \cdot p}{100} \text{*)}$$

Für das Kopfrechnen aber schreibt man die Formel**) besser:

$$z = \frac{k}{100} \cdot p \text{***)} \quad \ldots\ldots\ldots \text{a)}$$

d. h. man erhält die Zinsen, wenn man die Anzahl der Hunderte, welche das Kapital enthält, mit den Procenten (dem Zinsfuss) multiplicirt, wobei Decimalbrüche gute Dienste leisten. Ist die Zeit nicht ein Jahr, sondern t Jahre (wo t auch ein Bruch sein kann), so ist die Formel

$$z = \frac{k}{100} \cdot p \cdot t$$

Aber immer bedeutet $\frac{k}{100}$ die Anzahl der Hunderte, die im Kapital enthalten sind.

Beispiel: Wieviel Zinsen geben 1750 Thlr. (fl.) zu 5% nach 6 Monaten?

$$z = 17{,}5 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{87{,}5}{2} = 43{,}75 \text{ Thlr. (fl.)}$$

2) Das Kapital wird gesucht. Aus $100 : k = p : z$ folgt: $k = \frac{100 \cdot z}{p}$. Diese Formel schreibt man aber besser so:

$$k = \frac{z}{p} \cdot 100 \text{†)} \quad \ldots\ldots\ldots \text{b)}$$

d. h. so oft die Procente in den (jährlichen) Zinsen ent-

---

*) So schreibt z. B. Teirich (Schulrath und Schulinspector in Wien) in seinem sonst vortrefflichen Rechenbuche Wien 1871. S. 382:

$$J = \frac{K \cdot P \cdot Z}{100}$$

und ebenso Močnik in seinem weniger tief eingehenden Rechenbuche für Untergymnasien Wien 1873:

$$Z = \frac{CPJ}{100}$$

Schon die Verschiedenheit in der Bezeichnung in derselben Stadt und noch dazu in der Metropole muss verwirrend wirken. Was bei T. Zeit bedeutet (Z), heisst bei M. Zinsen, und was bei diesem Jahre (J) bedeutet, heisst bei jenem Interessen. Und warum grosse Buchstaben?

**) Den Schülern erkläre ich stets „Formel" als „Regel in Zeichen".

***) Bei Anwendung von Gleichungen macht man es gerade umgekehrt und schliesst:

$$\left.\begin{array}{r} 100 \text{ geben } p \\ 1 \text{ gibt } \frac{p}{100} \\ \text{folglich geben } k \ldots\ldots \frac{p}{100} \cdot k. \end{array}\right\} \text{Hier wird auf 1, dort auf 100 zurückgeführt.}$$

†) Teirich S. 391: $K = \frac{100 \times J}{P \times Z}$. Močnik S. 76: $C = \frac{100\ Z}{PJ}$, was beide noch in Worten ausdrücken.

halten sind, so viel Hunderte enthält das Kapital, eine fürs Kopfrechnen bequeme Regel.

Beispiel: Wie gross ist das Kapital, welches zu $4\frac{1}{2}\%$ ausgeliehen, nach zwei Jahren 135 Mark Zinsen gibt?

$$k = \frac{135}{4\frac{1}{2}} \cdot 100 = \frac{135}{9} \cdot 100 = 1500 \text{ M.}$$

3) Die Procente werden gesucht. Hier ist die Formel am schwersten, denn es bedarf eines kleinen Kunstgriffs, um sie fürs Kopfrechnen geeignet zu machen. Aus der Proportion $100 : k = p : z$ folgt nämlich

$$p = \frac{100 \cdot z}{k}$$

Dieser Ausdruck ist fürs Kopfrechnen unbequem, da $\frac{z}{k}$ meist eine nicht abgerundete Zahl geben dürfte. Er lässt sich aber umformen, wenn man zuerst schreibt $p = z \cdot \frac{100}{k}$ und sodann bedenkt, dass jede Multiplication mit einem Bruche in eine Division verwandelt werden kann, in welcher der umgekehrte Bruch Divisor ist. Sonach wird

$$p = z : \frac{k}{100} \text{ oder} = \frac{z}{k/_{100}} \text{*)}$$

und hierin liegt die fürs Kopfrechnen bequeme Regel: Dividire die (jährlichen) Zinsen durch die Anzahl der Hunderte des Kapitals.

Beispiel: Zu wieviel p. C. sind 1500 Thlr. ausgeliehen, wenn sie in zwei Jahren 135 Thlr. Zinsen bringen?

$$p = \frac{z}{k/_{100}} = \frac{\frac{135}{2}}{\frac{1500}{100}} = \frac{135}{2 \,.\, 15} = \frac{9}{2} = 4\tfrac{1}{2}$$

4) Was endlich die Aufsuchung der Zeit betrifft, so gehört die bezügliche Formel streng genommen in die zusammengesetzte Zinsrechnung. Doch lässt sie sich leicht, wie folgt, ableiten: Da man, um die viel- oder theil-jährigen Zinsen zu erhalten, die jährlichen (z) mit t (der Zeit in Jahren ausgedrückt) multipliciren muss ($= z \,.\, t$), so muss man, um t wiederzuerhalten, umgekehrt das Product $Z = zt$ durch z dividiren; dies gibt die Zeit t. Hieraus ergibt sich die Regel: Suche die jährlichen Zinsen, und dividire durch sie d[ie] gegebenen.

*) Teirich S. 394: $P = \frac{100 \times J}{K \times Z}$. Močnik S. 78: $P = \frac{100\ Z}{CJ}$. Man sie[ht] hieraus zugleich, wie nothwendig es wäre, dass die Lehrer der Mathemat[ik] sich über eine einheitliche Bezeichnung einigten.

$$t = \frac{Z}{z} = \frac{Z}{k/100 \cdot p} \quad \ldots\ldots \text{d)}$$

Beispiel: Wie lange standen 1750 fl. zu 5 p. C. aus, wenn sie $43\frac{3}{4}$ fl. Zinsen brachten?

$$t = \frac{43\frac{3}{4}}{z} = \frac{175}{4 \cdot 17{,}5 \cdot 5} = \frac{175}{2 \cdot 175} = \frac{1}{2} \text{ Jahr.}$$

Hat man die Formeln der einfachen Zinsrechnung a) b) c) d) entwickelt, so lassen sich die der zusammengesetzten leicht finden nach den Proportionen:

multipl. $\left\{\begin{array}{l} 100 : k = p : z \\ 1 : t = z : Z \end{array}\right\}$ d. h. die jährlichen Zinsen verhalten sich zu den mehrjährigen, wie 1 Jahr zur Anzahl der Jahre.

$100 : (k \cdot t) = p : Z$ (wo Z die mehr- oder theil-jährigen Zinsen sind)

woraus folgt (a′) $Z = \frac{k \cdot t \cdot p}{100} = \frac{k}{100} \cdot p \cdot t$ (wie früher)

$$\text{(b')}\quad k = \frac{100 \cdot Z}{p \cdot t} = \frac{Z}{pt} \cdot 100 = \frac{\frac{Z}{t}}{p} \cdot 100$$

$$\text{(c')}\quad p = \frac{100 \cdot Z}{k \cdot t} = \frac{Z}{t} \cdot \frac{100}{k} = \frac{Z}{t} : \frac{k}{100} = \frac{\frac{Z}{t}}{\frac{k}{100}}$$

$$\text{(d')}\quad t = \frac{100 \cdot Z}{k \cdot p} = \frac{Z}{k/100 \cdot p}$$

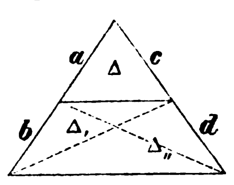
Aus der Vergleichung dieser Formeln mit denen in a) b) c) d) erkennt man leicht, dass überall z durch $\frac{Z}{t}$ ersetzt ist, was nothwendig sein muss, weil $Z = zt$ war.

Ueber die Betrachtung irrationaler Linienverhältnisse.

Vom Rector Dr. Zerlang in Witten.

In den gangbaren Lehrbüchern der Planimetrie begegnet man in den Beweisen einiger Sätze der Betrachtung der Incommensurabilität zweier Strecken, wo dieselbe keineswegs geboten erscheint. Solche Sätze sind: Gleich hohe Dreiecke verhalten sich wie ihre Grundlinien und umgekehrt. — Eine Paralleltransversale in einem Dreiecke theilt zwei Seiten in proportionale homologe Abschnitte. Da in keinem dieser Sätze etwas über die Art eines der beiden Verhältnisse behauptet wird, so hat auch der Beweis auf sie nicht einzugehen. Er hat sich darauf zu beschränken, lediglich die Gleichheit der beiden Verhältnisse darzuthun, gleichgültig, ob das einzelne Verhältniss rational oder irrational ist.

Deshalb genügt z. B. für den letzten der angeführten Sätze folgender Beweis.



$$\frac{\Delta}{\Delta_{,}} = \frac{a}{b};\ \frac{\Delta}{\Delta_{,}} = \frac{c}{d};$$

nun ist $\Delta = \Delta_{,,}$, also $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

In einer ähnlichen Lage ist die Planimetrie mehrfach. Sie erklärt den rechten Winkel als halben gestreckten, unbekümmert um die Halbirbarkeit, welche sie später erst nachweist. Sie beweist, dass es zu einer Graden in einem Punkte in ihr nur eine Normale, durch einen Punkt ausser ihr nur eine Normale, und nur eine Parallele gibt, und lässt die wirkliche Existenz der Normalen oder Parallelen zu nächst dahingestellt, weil die betreffenden Sätze das Vorhandensein dieser einen nicht behaupten, sondern nur die Mehrheit derselben verneinen.

Resultate der Nicht-Euklidischen oder Pangeometrie.*)

(Notiz vom Herausgeber.)

I) Der hyperbolischen**) Geometrie.

1) Durch einen Punkt der Ebene gibt es zu einer gegebenen Geraden zwei Parallele d. h. Linien, welche die gegebene Gerade in unendlich fernen Punkten schneiden.

2) Die Neigung der beiden Parallelen, die durch einen Punkt zu einer Geraden gezogen werden können, nimmt bei zunehmender Entfernung des Punktes von der Geraden zu. Rückt der Punkt unendlich weit, so wird dieselbe gleich π d. h. in anderm Sinne gerechnet, die beiden Parallelen bilden einen Winkel gleich Null.

3) Die Winkelsumme im Dreieck ist kleiner als 2π; für ein Dreieck mit unendlich fernen Ecken ist die Winkelsumme gleich Null

---

*) Aus einem Aufsatze von E. Klein (Göttingen) Math. Annalen v. Clebsch-Neumann Bd. 4. S. 572. Vrgl. auch Note in d. Gött. Nachr. 1871. no 17. Zweck dieser Notiz ist, diejenigen Fachgenossen, welche der Pangeometrie noch fern stehen, auf diese Abhandlung aufmerksam zu machen.

**) Diese ist nämlich die eine von den drei Arten der Geometrie, welche die Pangeometrie umfasst: die andern Arten sind die elliptische und die parabolische; Letztere (unsere Euklidische G.) stellt sich als Uebergangsfall zwischen die elliptische und hyperbolische. „Je nachdem wir die elliptische, hyperbolische oder parabotische Geometrie annehmen, ist die Ebene eine Fläche von constantem positiven, von constantem negativen, oder von verschwindendem Krümmungsmasse.“ (A. a. O. S. 671.) Das Krümmungsmass der allgemeinen Massbestimmung ist in allen Punkten dasselbe, nämlich $k = -\frac{1}{4c^2}$, wo c eine „fest gewählte Constante“ ist, welcher Cayley den particulären Werth $c = \pm\frac{c}{2}$ beigelegt hat. —

4) Zwei Perpendikel, auf einer Geraden errichtet, schneiden sich nicht.*)

5) Ein Kreis mit unendlich grossem Radius ist von einer Geraden verschieden.

) Es heisst dort (S. 609) weiter: „Bei uns schneiden sie sich allerdings, nämlich in dem Pole der Geraden. Aber dieser liegt in dem Raume ausserhalb des Kegelschnitts, von dessen Existenz wir durch unsere Bewegungen nichts wissen können. Einen solchen Raum können wir uns aber — und das geschieht auch in der Hyperbolischen Geometrie — als einen idealen Raum adjungiren; ganz in demselben Sinne, wie man in der parabolischen) Geometrie den wirklichen vorhandenen Elementen der Ebene vier (uneigentliche) unendlich ferne Gerade hinzufügt. Ueber die Existenz des idealen Raumstückes wird damit gar nichts ausgesagt; wir gebrauchen den Ausdruck nur als einen in sich nicht widersprechenden und bequemen Terminus.

---

*) Verfasser verweist hier auf die Auseinandersetzungen des Herrn Battaglini im Giornale di Matematiche t. V. 1867., die uns nicht zugänglich waren.

Literarische Berichte.

Dippel, Dr. C., Das Mikroskop und seine Anwendung. 2 Bde. 8. Braunschweig 1872, Vieweg und Sohn.

Der Schreiber dieser Zeilen kommt mit Vergnügen dem Wunsche der Redaction des vorliegenden Journals entgegen, das genannte Werk zu besprechen; weil ihm dadurch nicht nur die Gelegenheit geboten wird, sich über die Wichtigkeit des Studiums der Mikroskopie für Lehrer der Naturgeschichte an Gymnasien und Realschulen überhaupt auszusprechen, sondern weil durch diese Anzeige vielleicht zur Verbreitung eines Werkes beigetragen wird, welches — in Fachkreisen bereits bekannt und geschätzt — seiner Klarheit und Gediegenheit halber verdient, von Lehrern der Naturwissenschaften an Mittelschulen auf das eifrigste benutzt zu werden.

Der Lehrer der Naturgeschichte wird wohl vor allem bestrebt sein müssen, alle jene Partieen seines Gegenstandes mit grösster Gründlichkeit kennen zu lernen, welche mit Erfolg in den Unterricht hineinbezogen werden können. Allerdings bilden die auf blos mikroskopischer Anschauung beruhenden Anfangsgründe der Systematik den Grundstock des elementaren naturgeschichtlichen Unterrichts. Aber bei blosser empirischer Systematik darf der Lehrer im Vortrage nicht stehen bleiben. Er muss, soweit es die Fassungskraft der Schüler erlaubt, im Vortrage der Zoologie und Botanik auch die morphologische Bedeutung der Organe erklären, den Bau und die Functionen der letzteren erläutern, um so bald als möglich dem Schüler zu zeigen, was der naturgeschichtliche Unterricht eigentlich bezwecke. Man wird den Schüler keineswegs erdrücken, vielmehr nur anregen, wenn man ihn gelegentlich durch Vorführung passender mikroskopischer Präparate, also durch unmittelbare Anschauung zeigt, welche merkwürdige feinere Structur die Organe der Pflanzen und Thiere aufweisen, welche Mannigfaltigkeit der Formen sich hier unter scheinbarer Gleichartigkeit birgt, und welche Einheit im Baue sich wieder oft bei anscheinend sehr ungleichartigen, morphologisch aber gleichwerthigen Organen herausstellt.

Der Lehrer der Zoologie und Botanik soll, nach meinem Dafürhalten, ein geübter Mikroskopiker sein. Mit Fertigkeit am Mikroskope ausgerüstet, der Handhabung der mikroskopischen Untersuchungsmethode fähig, wird er, da er den feineren Bau der Organismen aus eigener Anschauung kennt, im Vortrage sowohl als durch passende Demonstrationen den Unterricht gewiss mehr zu beleben im Stande sein, als ein Lehrer, dem die genannten Fertigkeiten abgehen.

Da der Lehrer in fortwährender Berührung mit der Literatur seiner Fächer bleiben muss, die zoologische und botanische Forschung aber zum grossen Theile auf mikroskopischer Untersuchungsmethode beruht, so ist auch aus diesem Grunde ein genaues Bekanntwerden mit dem Mikroskope für ihn nöthig. Dass dieses Instrument auch für den Lehrer der Physik, Chemie und Mineralogie — ich erinnere nur an die Fortschritte auf dem Gebiete der mikroskopischen Gesteinsanalyse — von Tag zu Tag wichtiger wird, will ich nur kurz angedeutet haben.

Wir leiden keineswegs Mangel an guten Büchern für das Selbststudium oder für die weitere Ausbildung in der Mikroskopie; ich erinnere an die bekannte ausgezeichnete Schrift von Harting, von Nägeli und Schwendener u. s. w. Unter allen neueren Werken über diesen Gegenstand scheint aber keins für Lehrer und Lehramtscandidaten geeigneter zu sein, als Dippel's Buch, da es das Instrument als solches in genügend ausführlicher Weise und hauptsächlich mit Rücksicht auf seine praktische Verwendung, ohne zu sehr in theoretische Discussionen einzugehen, abhandelt, die wichtigsten mikroskopischen Untersuchungsmethoden — unabhängig von einer speciellen Richtung — erläutert, und gerade jenen Theil des Gegenstandes, der für den Lehrer entschieden der wichtigste, für den Mittelschulunterricht der geeignetste ist, nämlich den botanischen Theil, mit Ausführlichkeit und dabei so lichtvoll und einfach abhandelt, dass dieses Buch sich für das Selbststudium auf das beste empfiehlt. Durch fleissige Benutzung des genannten Werkes, namentlich durch Anfertigung und Studium jener Präparate, auf deren Deutung sich Dippel's Ausführungen stützen, wird es dem Leser gelingen, sich mit den Elementen der Pflanzenanatomie in gründlicher Weise bekannt zu machen.

Obgleich der Autor an der Lösung vieler Fragen der Pflanzenanatomie mitgewirkt hat, so ist seine Darstellung im Allgemeinen doch eine objective zu nennen, was diese Schrift um so mehr empfiehlt, als dies manchem neueren botanischen Hand- und Lehrbuch nicht nachgerühmt werden kann.

Die im Buche angewendete Terminologie schliesst sich leider nicht ganz an die herrschende an. Für den Fachmann ist ein Abgehen von der gewöhnlichen Ausdrucksweise kein Hinderniss für das Verständniss. Jenen Lesern aber, denen wir Dippel's Werk empfehlen,

kann dies nicht gleichgültig sein, und deshalb sei hier hervorgehoben, dass manche in Dippel's Buch gebrauchte Ausdrücke bis jetzt keinen allgemeinen Eingang gefunden haben, z. B. Zellstoffhülle (für Zellhaut oder Zellmembran), Bastgefässe (für Siebröhren oder Gitterzellen), Röhrenzellen (für Gefässelemente) u. s. w. Dippel gebraucht auch das Wort Verdickungsring in einem andern als dem üblichen Sinne. Der in der Anatomie der Pflanzen genauer bewanderte Leser des Buches wird gut thun, die Terminologie des Dippel'schen Werkes mit jener anderer verwandter Werke, etwa mit dem Sachs'schen Lehrbuch der Botanik zu vergleichen.

Ein grosser Vorzug des Buches liegt in den zahlreichen den Text erläuternden Abbildungen (8 meisterhaft ausgeführte Tafeln in Steindruck und mehr als 500 Holzschnittfiguren).

Jedem Leser des Werkes, welcher in einzelne Partieen der Pflanzenanatomie tiefer einzugehen wünscht, wird die jedem Kapitel angefügte Zusammenstellung der wichtigeren einschlägigen Literatur gewiss sehr willkommen sein.

Wien. JULIUS WIESNER.
Universitätsprofessor.

KÜLP, Dr. L. Die Schule des Physikers. Experimentell und mathematisch durchgeführte Versuche als Leitfaden bei der Arbeit im Laboratorium. Mit 36 Holzstichen im Text. XX. und 624 S. Heidelberg 1874, K. Winter's Univ.-Buchhandlung. Preis —?

Der Verfasser sagt im Vorwort: „Der jetzige Stand der Physik und deren bedeutende Einwirkungen auf naturwissenschaftliche und technische Fächer erheischen als einzig rationelle Unterrichtsmethode in dieser Wissenschaft nach Absolvirung des theoretischen Studiums den Weg der Anstellung mathematisch begründeter Experimente Seitens des Studirenden." Der Verfasser glaubt, und wohl mit Recht, hierdurch einem „bis jetzt unbefriedigten Bedürfnisse" genügt zu haben. Im Anschluss an den gewöhnlichen Lehrgang und unter Voraussetzung eines Kabinets mittler Ausstattung will Verfasser in den ersten sechs Abtheilungen (Mechanik, Magnetismus, Galvanismus, Akustik, Optik, Wärme) an 126 methodisch geordneten „ausschliesslich quantitativen" Uebungsarbeiten (Themas genannt) „die Grun[illegible] gesetze und hauptsächlichsten directen Anwendungen der heuti[illegible] Physik" einüben. Er ergänzt dann dieselbe in der 7. Abtheilung du[illegible] XXVIII kleinere Uebungsarbeiten. — Ein Anhang enthält in 31 Pa[illegible] graphen noch experimentelle und mathematische Andeutungen üb[illegible] die ganze Physik und einzelne Zweige derselben, welche — „obglei[illegible]

zur Vollendung des Ganzen nothwendig, doch nur auf Kosten der übersichtlichen Darstellung in die einzelnen Themas hätte aufgenommen werden können. Dem folgen noch XIV Tabellen und ein ausführliches Inhalts-Verzeichniss erleichtert die Orientirung.

Das Buch ist aus der Praxis hervorgegangen, da die Beispiele theils Experimental-Protokollen des physikalischen Laboratoriums des Polytechnikums zu Darmstadt aus den Jahren 1857—1871, theils eignen Versuchen des Verfassers entlehnt sind. Dies erhöht wesentlich den Werth des Buchs.

Die methodische Gliederung der Themas ist folgende:

A) Nothwendige Apparate. B) Anleitung zu Versuchen. Diese Anleitungen sind klar und ausführlich (manchen vielleicht sogar zu breit) gehalten, doch, wie Referent glaubt, gerade recht praktisch für Studirende und Lehramtscandidaten. Das Werk bietet somit ein schätzbares Hilfsmittel für die wissenschaftliche Lehrerbildung auf Hochschulen, welche dort noch immer allein und vorzugsweise cultivirt wird. Der künftige Lehrer für Mittelschulen wird das für seinen Unterricht Brauchbare und Nothwendige bei einiger Uebung und nach methodischen Anleitungen (z. B. Fricks) bald herausfinden. Figuren finden sich, weil der Verfasser den Studirenden im Besitz der nöthigen Apparate und unter Aufsicht und Beihilfe des Professors (bezügl. Assistenten) sich denkt, nur wenige (36). Höhere Mathematik wird nicht vorausgesetzt. Wir fürchten, dass in diesem Werke dem bekannten recht verdienstlichen, aber doch im Allgemeinen zu kurzen Leitfaden der praktischen Physik von Kohlrausch, Leipzig, B. G. Teubner 1870*) ein gefährlicher Concurrent erstanden sein dürfte. Jedenfalls wird jenes neben diesem die Rolle eines Commentars spielen. Referent gedenkt, da er die Methode des physikalischen Unterrichts neuerdings zum Gegenstande des speciellen Studiums gemacht hat, und noch mehr machen will, später eingehender über dieses Lehrmittel sich auszusprechen. Einstweilen möge diese Anzeige genügen und das Buch Physikstudirenden und Lehramtscandidaten angelegentlich empfohlen sein. H.

---

*) Wir meinen die 1. Aufl. — Ob eine 2. Auflage erschienen ist, wissen wir nicht bestimmt, glauben aber davon gehört zu haben.

MÜLLER, Dr. J. Die Schule der Physik. Eine Anleitung zum ersten Unterricht in der Naturlehre. Zum Schulgebrauch und zur Selbstbelehrung. Braunschweig bei Vieweg und Sohn 1874. Preis —?*)

Wir haben hier ein Werkchen vor uns, welches den (auch in diesen Blättern besprochenen) ähnlichen Büchern von Popp (I, 167, 349, 529), Krist und Frick (III, 292) und Weinhold (II, 248. 295) sich würdig zur Seite stellt. Wenn irgend Jemand in Bezug auf Wissen und klare Darstellung dieses Wissens geeignet war, ein solches Buch für den Elementarunterricht oder zur Selbstbelehrung zu schreiben, so war es der durch seine übrigen physikalischen Werke, besonders durch sein bereits in sieben Auflagen erschienenes grösseres „Lehrbuch der Physik“ rühmlichst bekannte Verfasser. Die in der Vorrede entwickelten didaktischen Grundsätze sind stricte zu unterschreiben. Höchst wichtig ist, dass der Verfasser, von dem Bestreben geleitet, die demonstrirenden Versuche „mit den einfachsten Mitteln aufs Sicherste auszuführen“ keinen Versuch, wie er versichert, beschreibt, den er nicht unmittelbar vorher angestellt, und von dessen Gelingen er sich überzeugt hat.“ So tief freilich, als Weinhold, welcher nach Crüger's und Fricks Vorgange zur Verfertigung der für die Volks- und Bürgerschulen geeigneten Apparate Anleitung gibt, geht Verfasser nicht ein. Doch gibt die Anleitung zur Anstellung der Versuche zugleich auch Winke dazu.

Verfasser beginnt im I. Buche mit der Lehre über Aggregatzustände und mit der Chemie.**) Dies bewirkt, dass der Lernende später bei den Berührungspunkten der Physik und Chemie sofort in letzterer bis zu einem gewissen Grade orientirt ist; andererseits liesse sich vielleicht über die Berechtigung dieser Anticipation streiten, da zur Chemie wiederum physikalische Kenntnisse gehören und — weil der Nutzen eines gar zu compendiösen Stoffes problematisch wird. Am ausführlichsten ist das 2. Buch, die für das alltägliche Leben so wichtige Mechanik ausgefallen und sehr anschaulich und klar ist darin z. B. die Lehre vom Schwerpunkt vorgetragen (dort vermisst Verfasser nur ungern die Erwähnung des schiefen Thurms zu Pisa). Dagegen hat es Referent befremdet, dass die Rolle eher erscheint als der Hebel, da jener ja nach den Gesetzen des Hebels wirkt und aus ihm am einfachsten erklärt werden kann, während

*) Bei dieser Gelegenheit sei uns der wiederholt ausgesprochene, a[illegible] gemein von der Lehrerwelt getheilte, Wunsch erlaubt, dass d[illegible] endlich die Buchhändler allgemein den Brauch einführen möchten, a[illegible] jedes Buch den Preis zu setzen! Wenn man doch wenigstens a[illegible] die eingesandten Recensions-Exemplare den Preis schreiben wollte!

**) Aehnlich auch Andere z. B. Witschel in seiner Physik.

die nicht selten gebrauchte Erklärung, welcher sich auch der Verfasser anschliesst (Vertheilung der Last auf zwei Seilstücke), ihm weniger einleuchtend und gründlich zu sein scheint. In der Hydrostatik vermisst Referent den schönen, das Archimedische Princip so trefflich veranschaulichenden Grundversuch mit dem (Messing-) Cylinder und seiner Hülse.*) Wir haben oft bei diesem Versuche die Freude der gespannt aufpassenden Schüler bemerkt, wenn nach Eingiessen des Wassers in den Cylinder das Gleichgewicht sich wieder herstellte. Die Ueberzeugung von der Wahrheit des Archimedischen Satzes war — für alle Zeit beim Schüler begründet! Solche Versuche sollte man nicht weglassen, es müsste denn sein, dass man Waage und Messing- oder Blechcylinder nebst Hülse schon für kostspielige und unnöthige Apparate hielte. —

Sehr hübsch und absichtlich ausführlicher, als zu geschehen pflegt, ist die Akustik bearbeitet, als Ergänzung des (gegenwärtig so allgemein gepflegten) musikalischen Unterrichts; ebenso die für das Verständniss des Naturhaushaltes nöthige Wärmelehre. Dagegen sind Optik und Elektricitätslehre kurz, letztere fast zu kurz ausgefallen; das, was der Schüler vom Telegraphen erfährt, ist doch wohl nicht ausreichend, um eine klare Vorstellung von diesem zwar sehr einfachen, aber doch so wichtigen Vorgange zu geben.

Die gemachten Ausstellungen sind jedoch nicht so wichtig, dass sie den Werth des ganzen Buchs verringern könnten, und Referent möchte dasselbe zur Einführung in Volks- und Bürgerschulen, sowie Seminaristen und namentlich Autodidakten, aber auch Mädchenschulen angelegentlich empfohlen haben. Die Ausstattung ist die Vieweg'sche, was allein schon Alles sagt; nicht weniger als 293 treffliche Holzstiche illustriren die sachliche Darstellung. H.

---

*) Auch Weinhold hat ihn nicht, ob Crüger und Frick ihn geben, weiss Referent nicht, da er die Bücher nicht besitzt. Dagegen hat ihn Pisko (Physik für Unter-Realschule 9. Aufl. S. 104). Auch Frick (physikalische Technik 4. Aufl. S. 116) gibt ihn.

Neue Auflagen physikalischer Lehr- (resp. Bibliotheks-) Bücher.

Wir halten uns verpflichtet, im Folgenden eine Anzahl physikalische resp. naturwissenschaftliche Lehrbücher kurz anzuzeigen, welche bereits in gutem Rufe stehend, in neuer (theilweise hoher) Auflage erschienen sind.

Pisko, Dr. (Dir. der Realschule zu Fünfhaus bei Wien.) Die Physik für Unter-Realschulen. 9. Aufl. Brünn, Winiker. 1873. Preis —?

Die physikalischen Lehrbücher des durch seine Schriften*) rühmlichst bekannten Verfassers, namentlich das obgenannte, zeichnen sich aus durch einen in kleinem Rahmen zusammengedrängten umfangreichen Stoff und ganz besonders durch einen Reichthum an Abbildungen. Letztere hat Referent in keinem ihm bekannten physikalischen Buche von gleichem Umfange in solcher Fülle gefunden. (Auf 249 Seiten 518 Abbildungen!) Selbst die physikalischen „Spielereien" sind darin gelegentlich berührt; das ist nicht zu verwerfen, denn selbst aus ihnen kann und soll der Schüler lernen. Das Buch ist daher besonders solchen Anstalten und solchen Lernenden zu empfehlen welche die meisten Apparate (denn ganz ohne Apparate darf weder eine Schule, noch ein Privat-Lernender sein!) durch Zeichnungen zu ersetzen genöthigt sind. Das Buch ist klar geschrieben und hat nach Ansicht des Referenten vielleicht nur den Mangel, dass es in dem lobenswerthen Bestreben, den Stoff recht (übersichtlich) zu gliedern, zu weit geht. Doch kann der geschickliche Lehrer diesen Uebelstand leicht durch seinen Unterricht ausgleichen. Wir empfehlen Allen, welche die Pisko'schen Bücher noch nicht kennen sollten, besonders das obgenannte. Mathematische Kenntnisse setzt es nicht voraus, aber es gibt geschichtliche Daten.

H.

Münch, P. (Director der Realschule I. O. in Münster). Lehrbuch der Physik. Freiburg, Herder 1872. 2. Aufl. Preis —?

Auch dieses treffliche Lehrbuch, dessen Vorzüge bereits d. Z. II, 428 gebührend hervorgehoben wurden, liegt in zweiter Auflage

*) Ausser dem obgenannten Lehrbuche schrieb P. noch folgende Büch Lehrbuch für Untergymnasien (knapper, als das obige). Grösseres Le buch für Ober-Realschulen mit mathematischer Behandlung. Gegenwä arbeitet der Verfasser an einer (grossen) mathematischen Phys Bekannt ist auch seine Bearbeitung der Hessler'schen Physik und se populäre aber interessante Schrift „über Licht und Farbe" (1869).

vor. Wegen seiner streng-mathematischen Behandlung des Stoffes ist dieses Lehrbuch besonders geeignet für Oberrealschulen (Realschulen I. O.) und hat in kurzer Zeit eine weite Verbreitung gefunden. Die mathematische Begründung ist ziemlich eingehend (man sehe nur z. B. solche Stellen, wie Seite 156 den Durchgang des Lichts durch Prismen), das Experiment dagegen tritt zurück. Die Darstellung ist im Allgemeinen klar und logisch scharf, die Ausstattung würdig. Die 2. Aufl. zählt wichtige Verbesserungen und Zusätze, doch ohne die Brauchbarkeit der 1. Aufl. zu alteriren. Wir wünschen dem Buche aufrichtig in seinem Kreise eine recht weite Verbreitung. H.

REIS, Dr. P. Lehrbuch der Physik. 2. Aufl. Leipzig bei Quandt und Händel 1873. (249 Holzstiche im Text). Preis — ?

Während Müller in seinem bekannten Lehrbuche der Physik das Experiment, Münch die mathematische Begründung hervortreten lässt, betont Reis die Principien, namentlich das von der Erhaltung der Kraft. Der 1. Theil des Buchs wurde bereits in d. Z. I, 60 (von Reidt) besprochen und gilt im Allgemeinen das dort Gesagte auch vom 2. Theil. Für die Schule besonders brauchbar wird dasselbe aber durch den, einzelnen Abschnitten beigegebenen reichhaltigen Uebungsstoff für Schüler. Einer Empfehlung bedarf dasselbe nicht, es hat sich selbst empfohlen. Die 2. Aufl. enthält nur wenige unumgänglich nothwendige Aenderungen. H.

EMSMANN, Dr. H., physikalische Aufgaben, nebst ihrer Auflösung. Leipzig bei O. Wiegandt 1873. Mit 73 Holzschnitten im Text. Preis —?

Dieses neben Fliedners bekannter ähnlicher Aufgabensammlung recht brauchbare (und jenes nicht selten ergänzende) einbändige Werkchen liegt ebenfalls in neuer verbesserter und vermehrter (nach dem metrischen Masse und Gewichte umgearbeiteter) Auflage vor. Es schliesst sich an die „Elemente der Physik" desselben Verfassers 1871 (s. II, 428) an und gibt im 1. Theile in XXV Abschnitten auf 144 S. eine Fülle von Aufgaben, welche genügt, um während mehrerer Jahrgänge zu wechseln. Der II. Theil enthält auf 124 S. die Auflösungen. Jedem Abschnitt sind die bezüglichen Hauptformeln vorangestellt und die Aufgaben häufig durch Variirung der Zahlenbeispiele vervielfacht. Referent will einem von anderer Seite projectirten Artikel „die physikalische Aufgabe" nicht vorgreifen; in diesem soll auch auf den Unterschied der Fliednerschen und der Emsmannschen Sammlung näher eingegangen werden. — H.

Die gesammten Naturwissenschaften von DIPPEL, GOTTLIEB, GURLT, KOPPE, MAEDLER, MASIUS, MOLL, NAUCK, NOEGGERATH, QUENSTEDT, RECLAM, REIS, ROMBERG, ZECH. Essen bei Bädecker 1873. In Lief. à 7½ Gr. (Lief. 1—3. Mechanik, 4—11. Physik und Met.)

Von diesem für das gebildete Publikum bestimmten populär-naturwissenschaftlichen Sammelwerke liegen uns 11 Lieferungen (bis S. 528) der **3.** Auflage vor. Nicht für die Schule unmittelbar, vielmehr für die gebildete Familie bestimmt, dürfte dieses Lehrmittel auch für Schülerbibliotheken zu empfehlen sein. Der Schüler findet hierin den in der Schule knapper (und vielleicht mehr mathematisch) behandelten Lehrstoff in anziehender durch nette Zeichnungen unterstützter Form wieder.*) — Die Vertheilung des in den 11 Heften behandelten Stoffs ist: Heft 1—3 Mechanik (von Zech), Heft 4—11, Physik und Meteorologie (von Reis**)). Der letztere Name lässt schon eine tüchtige Arbeit erwarten. Für den Werth des Ganzen dürften auch die Namen der obigen übrigen Verfasser bürgen.

HIRZEL-GRETSCHEL, Dr. Dr. H. Jahrbuch der Erfindungen. Leipzig bei Quandt und Händel 1873. IX. Jahrgang. Preis 1¾ Thlr.

Wie sein Vorgänger, so bringt auch dieser Band das Wichtigste der neuesten Erfindungen und wissenschaftlichen Arbeiten des letzten Jahres im Gebiete der Astronomie, Physik und Meteorologie, Mechanik und mechanischen Technologie, Chemie und chemischen Technologie. (Die beschreibenden Naturwissenschaften sind bekanntlich ausgeschlossen.) Referent glaubt unter diesen compendiösen Zusammenstellungen (Resumés) besonders hervorheben zu müssen eine Darstellung der bekannten und seiner Zeit viel ventilirten Arbeit Reye's „über die Wirbelstürme". Besonders in der Optik, der Astronomie und Chemie ist ein reichhaltiger Stoff verarbeitet. Dieses Sammelwerk, von dem bereits neun Jahrgänge vorliegen, eine Art naturwissenschaftliches Lexikon, ist so recht geeignet, die — man erlaube den Ausdruck — wissenschaftlichen Handbedürfnisse des Lehrers der Physik und Chemie zu befriedigen und ihn — der vor

*) Wir erlauben uns hierzu die allgemeine Bemerkung, dass überhaupt für Schülerbibliotheken, namentlich an Gymnasien, mehr Rücksicht auf die Naturwissenschaften genommen werden sollte. Es ist Sache der betreffenden Lehrer, dies, da nöthig, zu beantragen, resp. zu erzwing Wir besitzen in unserer Literatur herrliche Hilfsmittel hierzu. Bücher, die von Rossmässler, namentlich seine anregenden „Jahreszeiten" Berlepsch „die Alpen" sollten in keiner Schülerbibliothek fehlen. D artige Werke gibt es aber noch manche! — Wollte nicht ein College e mal „über mathem. u. naturw. Schülerbibliotheken" schreiben? Es wä ein dankbares Thema!

**) Früher von Koppe.

lauter Lehrstunden, Privatlectionen und sonstigen Sorgen nicht zu tieferen wissenschaftlichen Studien und wegen knappen Gehalts nicht zu einer halbwegs ansehnlichen Bibliothek kommen kann — „auf dem Laufenden“ zu erhalten. Es dürfte sich daher mit Rücksicht auf seinen mässigen Preis $1\frac{1}{2}$—$1\frac{1}{2}$ Thlr. besonders für Lehrer- und Schulbibliotheken empfehlen. Wir entheben uns der gebotenen Raumersparniss halber der Angabe des reichhaltigen Inhalts auch dieses 9. Bandes und wünschen, dass Jeder sich selbst von der Tüchtigkeit dieser Arbeit überzeuge.

Heym, Dr. C. Zur Geschichte des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts an Gymnasien, besonders an der Thomasschule in Leipzig. Osterprogramm dieser Schule 1872/73.

Diese verdienstvolle Arbeit, der wir recht viele gleichartige Nachfolger wünschen, zerfällt in drei Abschnitte. In I (S. 1—29) werden (nach „Vormbaum, die evangl. Schulordnungen“) die Bestimmungen über den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht aus Schulordnungen des 16., 17. und 18. Jahrhunderts mitgetheilt. Dann wird in II (S. 29—45) dasselbe specieller wiederholt für die Leipziger Thomasschule aus dem 17. und 18. Jahrhundert und in III (S. 45—54) lässt der Verf. noch allgemeine Betrachtungen über den naturwissenschaftlichen Unterricht folgen.

Referent hat mit besonderm Interesse die Abtheilung II verfolgt, weil hier Detailforschung vorliegt. Wenn wir schon in I erstaunt erfahren, dass auf den Mathematikerstellen der Leipziger Gymnasien ein in den Worten „Mathematicus non est collega“ liegendes Interdict lag, und dass dieses Interdict erst vor drei Jahren aufgehört hat — und dies nicht einmal vollständig, da dort die Mathematiklehrer die erste Oberlehrerstelle nicht einnehmen dürfen (!)*)—, so vernehmen wir mit weit grösserm Erstaunen in II, welche trostlose und jammervolle Stellung ein „Mathematikus“ in frühern Jahrhunderten einnahm und zwar unter dem Rectorate des (der Mathematik übrigens nicht abholden) berühmten Ernesti. Wir können nicht umhin, die interessante (in eine Anmerkung verlegte) hierauf bezügliche Stelle (S. 31 des Progr.) hier mitzutheilen:

---

*) In diesem Punkte macht Oesterreich, wo man es gar nicht erwarten sollte, eine rühmliche Ausnahme. In Oesterreich sind nicht nur viele Rectoren von Gymnasien und Realgymnasien (beide Schulgattungen unterscheiden sich nur sehr wenig von einander —) Mathematiker oder Physiker, sondern in jedem Landesschulrath (dasselbe was in Preussen Provincialschulbehörde) sitzt neben einem Philologen auch ein Mathematiker oder Physiker als Landesschulinspector (Schulrath in Nord-Deutschland).

„So richten die vier Collaboratoren Matthesius, Schmidt, Döhnert und Vetter 1701 den 9. Februar ein demüthiges Bittgesuch an den Rath, sich ihrer zu erbarmen, und sie gegen die gröbsten Beleidigungen der oberen Schüler zu schützen. Sie führen an, wie diese oberen Schüler während des Unterrichts mit den Schülern der drei unteren Classen (V bis VII) lärmend in die Classenzimmer eindringen, pfeifen, singen, schreien, sich bis aufs Hemd aus- und wieder anziehen, den Ofen mit Unflath beschmieren, wie sie ihnen, den Collaboratoren, jeden Gruss verweigerten, ja sogar die unteren Schüler anhielten und durch harte körperliche Züchtigung dazu zwängen, dass sie von denselben nicht mehr durch „Herr“ angeredet, sondern einfach bei ihren Namen genannt würden und wie dagegen die oberen Schüler diesen Titel sich beilegen liessen. Und noch vieles andere derselben Art. Die vier Collaboratoren führen weiter an, wie die oberen Schüler solches Betragen dadurch zu rechtfertigen suchten, dass einer von ihnen eine grössere Einnahme hätte, als alle vier Collaboratoren zusammen genommen. Endlich bemerkten sie, dass sie den Herrn Rector um Abstellung des Unfugs gebeten, dieser ihnen aber in Gegenwart der Schüler erklärt hätte, dass es ganz natürlich sei, dass sie als untere Lehrer keinen Respect haben könnten, dass er nicht im Stande sei ihnen zu helfen und dass er rathe, nicht mit Strenge gegen die oberen Schüler vorzugehen, weil er sie, die Collaboratoren, nicht würde schützen können, wenn sich etwa die oberen Schüler thätlich an ihnen vergreifen sollten. Der Rath vernimmt hierauf den Rector zu Protokoll. Es scheint aber fast, als lege man auch von dieser Seite her kein besonderes Gewicht auf die Sache und als habe man vollständige Beruhigung bei dem protokollarischen Versprechen des Rectors gefasst, den Collaboratoren helfen zu wollen. Dass dies aber nicht geschehen und der Unfug nach wie vor geübt worden ist, ergiebt sich aus dem Concept eines 5 Jahre später verfassten Gebetes derselben Collaboratoren, worin sie den lieben Gott anflehen, er möge sich ihrer in ihrer grossen Noth, Drangsal und Bekümmerniss gnädig erbarmen und sie endlich davon erlösen. Wie dieses Manuscript in die Rathsacten gekommen sein mag, ist nicht zu erkennen. — Es kann bei dieser Gelegenheit noch Erwähnung finden, wie 100 Jahre später ein gegen den Mathematikus Wecke sich auflehnender Präfect als Entschuldigung für seine Ungezogenheit anführt, sein Einkommen betrage dreimal mehr als das des Mathematikus, er nehme also einen höheren Rang ein.“

Die Mittheilung (S. 33), dass der spätere Rector Fischer m Geringschätzung auf die Mathematik als auf einen „barbarische Eindringling“ herabgesehen, erinnert Referenten an die Aeusserunge mehrer sächsichen Rectoren aus dem 19. Jahrhundert, von denen eine nach verbürgter Mittheilung eines seiner ehemaligen Schüler eine

Mathematik treibenden Zögling mit den Worten „was treiben Sie da für Barbarica?!“*) angedonnert, ein anderer die Mathematik für „dummes Zeug“ erklärt haben soll. Dass ein dritter sie laut ein „Nebenfach“ nannte, hat Referent selbst gehört. —

Interessant ist auch die Vergleichung der Gehalte, der Lebensmittelpreise und der Wohnungen von damals und jetzt in Leipzig. Der Herr Verfasser kommt dabei zu dem Resultate, dass der Gehalt des Conrectors der Thomana, der vor 50 Jahren 900 Thlr. betrug, jetzt bei gleichen Ansprüchen auf 2450 Thlr. erhöht werden müsste (S. 35). Von hohem Interresse sind die Daten über den 40 Jahre (1814—1854) an der Thomana wirkenden eigenthümlichen Mathematikus Hohlfeld (welchen auch Referent kennen zu lernen Gelegenheit fand), und sehr erheiternd wirkt die Mittheilung, dass demselben bei seinem Amtsantritte vom Schulvorsteher oder Rector (Rost) das Thema „über Grund und Ursache der Brüche“ gestellt wurde (S. 39). Die schmutzige Behandlung des eigenthümlichen Mannes von Seiten Rosts (s. S. 42) lässt vermuthen, dass dieses Verhältniss H. noch mehr zum Misanthropen gemacht habe, als er es seiner Anlage nach sein musste.

In Abschnitt III gibt Verf. manche beherzigenswerthe Bemerkungen, mit denen aber — wie das bei der Verschiedenheit der Ansichten auch in schwierigen pädagogischen resp. methodischen Fragen nicht anders sein kann — Referent nicht durchweg übereinstimmen kann wie z. B., dass die Apparate für mathematische Geographie, weil sie die Grössenverhältnisse fälschen, zu beseitigen seien. (Referent verweist auf seine Anmerkung in d. Z. I, S. 138.)

Wir empfehlen allen Fachgenossen und Collegen die Lectüre dieses Programms auf's Angelegentlichste und wünschen, dass es ihnen eine ebenso angenehme Stunde bereiten möge, als dem Referenten. Dem H. Verf. aber gebührt für diesen Beitrag zur Schulgeschichte der wärmste Dank aller Collegen. H.

*) wohl besser deutsch: „was für Barbarica treiben Sie da?“

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. dergl.)

Die mathematischen und naturwissenschaftlichen Lehrmittel auf der Weltausstellung zu Wien i. J. 1873.

IV. Die Lehrmittel für Mathematik.

Wie es die Natur der Sache mit sich bringt, waren die Lehrmittel für Mathematik an Mittelschulen*), etwa mit Ausnahme jener für darstellende Geometrie, äusserst sparsam vertreten und von Neuem ist wenig zu berichten. Zuvörderst sieht Referent ab von ausgestellten Lehrbüchern, denn ihre nackte Aufzählung würde zwecklos, ihre gründliche Besprechung aber hier unmöglich sein. Betrachtet man vielmehr nur die Veranschaulichungs-Apparate, so lassen sich zwei Gruppen von Hilfsmitteln, die für den arithmetischen und jene für den geometrischen Unterricht unterscheiden. Doch liegt es in der Natur der Sache, dass beide vielfach in einander übergreifen. Referent erwähnt zuerst:

a) Die Hilfsmittel für den arithmetischen Unterricht.

Hierher zählt Referent vor Allem die Rechenmaschinen. Ausgestellt waren solche in der österr. Mechanikerabtheilung von Masseur und Dobesch und in der französischen von Thomas**). Der Mechanismus war bei ihnen daneben (unter Glas) blosgelegt und man überzeugte sich leicht, dass derselbe complicirter scheint, als er ist. Eine Beschreibung derselben hier zu geben, würde zu umständlich und auch unverständlich sein, man muss ihn sehen. Für die Schule haben diese Rechenmaschinen wenig Werth, sie sind vielmehr für Bankbüreaus, Finanzministerien, Eisenbahnverwaltungen u. s. w., wo sie jetzt auch starke Verwendung finden. Doch ist es immerhin nützlich und interessant bei passender Gelegenheit in der Schule diese Maschinen zu erwähnen, womöglich ein Exemplar zu zeigen und in Gang zu setzen, damit der Schüler später, wenn er solche Maschinen sieht, oder davon hört, in seiner Ueberraschung die Schule nicht für eine Ignorantin halte.

Eine sehr einfache, fast möchten wir sagen — primitive und d originelle, von den vorigen wesentlich verschiedene Rechenmaschine

---

*) Wir sehen hier von den Apparaten und Instrumenten für die Geodäsie ab, da si die technischen Hochschulen bestimmt sind.

**) Rechenmaschine (Arithmometer) erfunden von M. Thomas de Colmar approb. von Acad. d. sciences, der société d'encouragement u. s. w. Preis 150— 800 fr.

in der nordamerikanischen Abtheilung von Reffelt*) ausgestellt. Sie bestand aus mehreren concentrischen drehbaren Scheiben mit kreisförmigen Löcher-Reihen, von denen die innerste die Hunderttausende (50 Löcher), die nächste die Tausende (100 Löcher), die dritte die Hunderte (100 Löcher) und die äusserste Zehner und Einer (100 L.) angab. Durch Drehen eines Loches mittelst Stiftes z. B. des mit 17 bezeichneten an den Nullpunkt, erscheint dieselbe Zahl 17 oben in einem Ausschnitte. Durch wiederholtes Drehen eines zweiten mit 19 bezeichneten Lochs an den Nullpunkt erscheint nun in dem Ausschnitte 36 (=17+19). So kann man numeriren, addiren, subtrahiren. Die Multiplication und Division geschieht anders und auf der Rückseite. Die genauere Beschreibung des Apparates würde den Raum dieser Mittheilungen überschreiten. Leider war der Preis dieses Apparates nicht angegeben.**)

Weiter gehören hieher die Rechenlineale, die, meist zugleich als Massstäbe dienend, von verschiedenen deutschen und französischen Mechanikern ausgestellt waren. Ein solcher Apparat, das Rechenlineal von Tavernier und Vinay in Paris, verbessert von Mannheim, ist bereits in dieser Zeitschrift (III, 336) durch Herrn von der Heyden beschrieben und empfohlen worden.

Endlich dürften hieher noch zu rechnen sein: die Apparate zur Veranschaulichung des metrischen Maasses und Gewichts. Sie waren theils durch Zeichnungen, theils durch Modelle versinnlicht. Die von Bopp in Stuttgart in Bild und Modell dargestellten sind in dieser Zeitschrift bereits mehrfach (I, 347. 528) erwähnt. Die in der österreichischen Abtheilung von Günther (Lehrer an der Gremialhandelsschule in Wien) erschienen insofern zweckmässig, als neben dem Hohlmasse zugleich das Gewicht stand, z. B. 1 Deciliter Wasser wiegt 1 Hektogramm (beide nebeneinanderstehend). ½, ¼ Hektol., 20, 10, 5, 2 Liter in Holz, 1 Liter bis 0,05 Liter in verzinntem Eisenblech. Dann ein Würfel mit 1000 Kubibcentimeter (= 1 Liter).

Eine ganz eigenthümliche Art von Veranschaulichungsmitteln fand Referent in den „Gestaltungsarbeiten“ der Primarschule von F. Beust in Zürich in der Schweizer Schulabtheilung, durch welche das Rechnen mit Längen, Flächen, Gewichten, Münzen durch Arbeiten der Schüler selbst (5—12 J.) dargestellt wird. Obgleich deshalb strenggenommen ihre Besprechung unter das Capitel „Schülerarbeiten“ gehört, so mögen sie doch hier schon erwähnt werden. Die Längen waren durch schmale Holz- und Pappstreifen, die Flächen durch schachbrettartige schwarzweisse getheilte Quadrate, die Körper durch zusammenlegbare Pappnetze (Kubikdecimeter mit Centimeterquadraten, zusammengelegt = 1 Liter), die Münzen durch 10 Zehngramm- und 50 Eingramm-Stücke vertreten. Daneben lag je 1 Kubikcentimeter Blei, Zinn, Eisen, Wismuth, Zink zur Vergleichung des specifischen Gewichts. Den Unterricht über die gebräuchlichen internationalen Münzen vermittelten Banknoten- und Münzmodelle aus Messing und verzinntem Eisenblech.

b) Die Lehrmittel für Geometrie.

Es liegt ebenso sehr in der Natur der Sache, dass die Lehrmittel für Geometrie reichlicher vorhanden waren, als jene der Arithmetik. Vom elementar-geometrischen Unterricht beginnend nennt Referent zuerst die

---

*) H. Reffelts Calculating Mashine, patented September 14. 1869. Verlag von Steiger. Newyork, Frankfurt Street. — Nach einer Mittheilung des amerikanischen Commissionärs ist diese Rechenmaschine H. Cultusminister v. Stremaier geschenkt worden (!).

**) Die verschiedenen Rechenmaschinen für die Elementarschule übergeht Referent als nicht hierher gehörig.

Hilfsmittel für Linearzeichnen, z. B. Massstäbe, Reisszeuge, Curvenlineale, sodann jene für den stereom. Unterricht und endlich vor allem Zeichnungen und Modelle für darstellende Geometrie und Perspective, welche in grosser Anzahl und theilweise anerkennenswerther Güte vorhanden waren.

Massstäbe lagen theils in den Unterrichts-, theils und ganz besonders in den Mechaniker-Abtheilungen, besonders der österreichischen und deutschen aus. Die hölzernen, sehr gebräuchlichen (meist gelben) trugen Centimeter- und Millimeter-Theilung, daneben bisweilen den französischen alten oder den alten landesüblichen Zoll (für die Uebergangsperiode wohlberechtigt): die besseren waren, was sehr zweckmässig ist, meist an einer Seite abgeschrägt, so dass sich eine bestimmte Länge auf Papier besser abtragen lässt; der Rücken, d. i. die obere Fläche hatte einen Knopf zum Anfassen und leichten Verschieben des Lineals, die Länge war sehr verschieden, je nach der Bestimmung. Für das gewöhnliche Zeichnen (oder zum Hausgebrauch) dürfte eine Länge von 25 Centimeter, wie sie das obgenannte Mannheim'sche Rechenlineal hat, die passendste sein. Der Lehrer wird immer gut thun, für seine Zwecke sich einen Massstab mit Rechenlineal anzuschaffen, für die Schüler genügt, abgesehen vom Kostenpunkt, ein gewöhnlicher.

Unter den Reisszeugen waren besonders die der Schweizer Mechaniker hervorzuheben, besonders die von Kern (E. D.)*) und Gysi (V. M.), beide in Aarau, zu erwähnen. Man fand hier die Hilfsmittel zum Zeichnen in grösster Auswahl, sauber und solid gearbeitet, Transporteure mit Theilung bis zu Viertelgraden, auch mit Nonius, Massstäbe fein getheilt aus Elfenbein und versilbertem Messing, Zirkel der verschiedensten Grösse und Bestimmung, Reisszeuge im Preise von 43 — 265 fr.

Ausserdem waren Reisszeuge und Massstäbe in grosser Mannichfaltigkeit von noch vielen Firmen des deutschen Reichs ausgestellt: Riefler, Maria-Rhein b. Kempten in Bayern (A. D.), Gebr. Haff, Pfronten-Bayern (V. M.), Schönemann, Halle (A. D.), der auch Massstäbe aus Glas hatte, Böhme, Berlin (V. M.). Besonders hervorgehoben zu werden verdient aber Preisinger in Augsburg (V. M.) und G. Schönner in Nürnberg (A. D.), (s. Preis-Courant mathematischer Instrumente v. E. Preisinger in Augsburg). Preisinger unterscheidet Reisszeuge für Schüler des I. II. und für Schüler des III. Cursus und zwar entweder von Messing oder Neusilber in Garnituren (1. 2. 3.) und Nummern.

Die Preise bewegen sich für				
Messing	zw. 5	und 10 fl.	} I. II. Cursus.
Neusilber	„ 6	„ 12 „	
Messing	„ 11	„ 19 „	} III. Cursus.
Neusilber	„ 11	„ 20 „	

Sehr interessant war auch die von Schrank (Altona) ausgestellte Serie von Reisszeuginstrumenten in Stufen der Bearbeitung und Vervollkommnung vom rohen Stück Eisen bis zum fein polirten Instrument. In wissenschaftlicher Beziehung hoben sich heraus die Normalmeter von Breithaupt (Cassel) (E. D.), von denen mehrere Hundert für die königl. Normal-Aichungs-Commission in Berlin geliefert worden sind (Genauigkeit 0,00002 M.). Nicht unerwähnt endlich dürfen bleiben die Massstäbe von Verguet und Barbier in der französischen Mechanikerabtheilung.

Eine besondere Abtheilung bildeten die Curvenlineale, welche nach de[illegible] Angabe einiger Mathematiker Mechaniker construirt und ausgestellt hatte[illegible] Es ist gewiss in vielen Fällen, auch für den Lehrer, recht bequem, rasc[illegible] eine Ellipse oder einen andern Kegelschnitt correct construiren zu könne[illegible]

*) E. D. = Ehrendiplom, die höchste Auszeichnung. V. M. = Verdienstmedaille. A. [illegible] = Anerkennungsdiplom.

Für Schüler ist natürlich ein solches Instrument weniger bestimmt. Dieser soll sich seine Curven selbst auf Pappe zeichnen und ausschneiden. Für Anstalten technischer Richtung wird aber die Anschaffung solcher Modelle wohl nicht zu umgehen sein. Solche Curvenlineale hatten ausgestellt die Mechaniker Starke und Markus in Wien (Ellipsograph) und Prof. Żmurko*) in Lemberg: Instrumente zum Zeichnen der Kegelschnittlinien. Leider konnte Referent bei der Abwesenheit der Vertreter diese Apparate nicht im Gange sehn und prüfen.**)

Hieher gehören auch die Planimeter, von denen einige ausgezeichnete Exemplare ausgestellt hatte Amsler-Laffon in der Schweizer Abtheilung.

Ein eigenthümliches, dem Referenten wenigstens neues Lehrmittel für die planimetrische Lehre von der Flächengleichheit war in der österreichischen Abtheilung ausgestellt von Dr. Parthe (am Staats-Realgymnasium in Brünn): Figuren aus dünnen Holzscheiben lassen sich zu verschiedenen grösseren Figuren so zusammenfügen, dass man daran die Sätze von der Flächengleichheit bei gleichzeitiger Formverschiedenheit recht gut demonstriren kann. ($1\frac{1}{5}$ fl.) Ein solches Lehrmittel kann jeder Lehrer selbst sich aus Pappe oder Cigarrenkistenholz anfertigen.

Die Stereometrie war vielfach vertreten durch Körpermodelle und Körperschnitte (letztere an Kegel, Prisma und Kugel). Sie waren theils aus Pappe, theils aus Holz gefertigt und boten nichts Neues. Körper aus Pappe oder aus mit Papier überzogenen dünnen Holzscheiben, welche sich als Netz auseinanderbreiten und mittelst besonderen Vorrichtungen (Häkchen mit Oesen u. dergl.) wieder zusammenfügen lassen, konnte Referent nicht entdecken. Sie sind für den Unterricht offenbar die zweckmässigsten, weil man dabei gleich zweierlei erreicht, nämlich Körper und Netz zur Anschauung zu bringen. Freilich erfordert ihre Anfertigung grosse Accuratesse wegen des genauen und festen Zusammenschliessens der Flächen. Referent hat früher in dieser Weise gefertigte reguläre Körper benützt, welche nach seinen Angaben von einem geschickten Buchbinder gefertigt waren und weiss also, dass derartige zu Körpern zusammenfügbare Körpernetze ausführbar sind.

Da Referent einmal bei den stereometrischen Körpern ist, so sei ihm eine Abschweifung zu den verwandten krystallographischen Modellen gestattet. Dieselben waren in den Unterrichtsabtheilungen in ziemlicher Anzahl, verschiedener Grösse und aus mannichfachem Stoffe ausgelegt. Als vorzüglich brauchbar für die Schule dürfen bezeichnet werden die von Heger in Dresden (ca. 70 Stück), theils wegen ihrer Grösse (Seite des O ca. 20 Centimeter), theils wegen ihrer Accuratesse und Sauberkeit. Sie sind mit grauem Papier überzogen, die Kanten mit hellen Papierstreifen und auf den Flächen steht das krystallographische Zeichen. Der Preis war leider nicht angegeben. Krystallographische Glasmodelle hatten ausgestellt: die königl. Gewerbschule in Fürth (Bayern) und Thomas in Siegen. Sie sind aus Glastafeln zusammengesetzt und haben den Vorzug, dass man sowohl Flächen, als auch Axen, die man durch Fäden oder Drähte darstellt, als endlich auch Ebenen, die man im Inneren des Körpers legt, sehen kann, was beim massigen Glas- oder Holzmodell und beim geschlossenen hohlen Pappmodell nicht möglich ist. Doch haben sie den grossen Nachtheil, dass sie leicht zerbrechen und dass ein innerer Schaden schwer zu repariren ist. Sie wollen also zart behandelt sein und werden deshalb am besten in einem Schranke des Lehrzimmers aufbewahrt. Die grosse

---

*) L. Zmurko, Beitrag zur Erweiterung der Operationslehre der constructiven Geometrie. Lemberg 1873.

**) Dies ist Referent auch bis jetzt noch nicht gelungen, obgleich er sich deshalb an den Vertreter von Zmurko in Wien, Mechaniker Kraft wandte.

Collection aus Fürth, über 100 Stück im Glas-Schranke, auf schwarzpolirtem Gestell — die Kanten mit grünem Papier überklebt — nahm sich stattlich aus. Die Axen waren durch Drähte oder rothe Fäden dargestellt. Die Zwillinge liessen sich an einer durch den Körper gehenden Messingaxe drehen. Auch eingeschriebene Gestalten waren darunter z. B. ein Rhomboëder mit zwei andern eingeschriebenen kleinen Rhomboëdern. Die mittlere Grösse ist für die Ansicht in der Nähe zweckmässig, reicht jedoch im Gegensatze zu denen Hegers nicht aus für die Ansicht aus der Ferne; die von Thomas in Siegen (ca. 30 Stück) waren kleiner, ohne Stativ, in Kästen liegend, den vorigen ähnlich, doch nicht so sauber gearbeitet, mehrere mit eingeschriebenen Pappkörpern. Modelle, die man wie die obenerwähnten stereometrischen auseinandernehmen und als Netz ausbreiten kann, konnte Referent nicht entdecken, ebensowenig solche, die man mittelst Axen und gespannten Fäden darstellt; sie sind jedenfalls die zweckmässigsten, wenn auch in den complicirteren Formen schwierig (ja in manchen Fällen gar nicht) ausführbar. Für die einfachsten Gestalten lassen sich die Modelle so einrichten, dass man die Axe auseinanderschrauben, mit den zugehörigen Fäden umwickeln und in dieser compendiösen Form leicht verpacken und transportiren kann, eine Einrichtung, welche bei einem eventuellen Umzuge sehr vortheilhaft ist.

Referent geht jetzt über zu den Modellen und Tafeln für darstellende Geometrie und Perspective. Sie waren in grosser Anzahl in der Ausstellung vertreten und es zeigte sich hierin ein wahrer Wetteifer. Hervorzuheben sind aus der deutschen Abtheilung: die von der weithin bekannten Firma Schröder in Darmstadt in zwei Abtheilungen (250 fl. rh.) und 30 Körperdurchdringungen (105 fl. rh.). Diese Modelle zeichneten sich aus durch saubere und solide Arbeit und feine Zeichnung. Sie hatten hinreichende Grösse (Bildebene ca. 30 Centimeter lang, 12 Centimeter breit). Die beiden Bildflächen (Aufriss und Grundriss) aus Holz, mit Papier überzogen, waren durch Charniere verbunden und zum Umklappen eingerichtet. Die freien Linien (oder Linien im Raume) waren durch Messingdrähte oder Fäden, die Ebenen durch Blechscheiben dargestellt. Sie sind jedoch ziemlich theuer. Gleich daneben standen die von Möser aus Darmstadt, welche zwar nicht so zahlreich (8 Stück) und glänzend als die vorigen, aber ebenfalls sehr zweckmässig und empfehlenswerth erschienen. (A. D.) Sie waren grösser, als die von Schröder. Ausserdem hatte Möser noch eine Reihe von stereometrischen Holzkörpern und 4 Modelle für Perspective ausgestellt; beide Firmen aber boten auch Zeichnenlineale verschiedenster Form und Grösse.

Den vorerwähnten Collectionen reihten sich würdig an: die Modelle für darstellende Geometrie von Hachette in Paris in der französischen Abtheilung. Sie waren kleiner, aber äusserst fein gearbeitet, — was Geschmack betrifft, wohl von allen die feinsten. — Die Aufrissfläche lässt sich bei ihnen mittelst Falz in den Grundriss einschieben, so dass man beide Ebenen trennen kann. Die zu projicirenden Ebenen sind durch dünne Hornscheiben vertreten, die Zeichnung ist fein und sauber.

Hervorragender noch, als die genannten Serien, waren die in (oder vielmehr neben) der österreichischen Abtheilung von dem Wiener Realschul-Professor Fialkowski: „Modelle für Projectionslehre, Schattenconstruction und Perspective." Sie sind so recht eigentlich für die Schu[illegible] und man merkt, dass sie eben ein Schulmann, der die Forderungen [illegible] Methode kennt, zusammengestellt hat. Sie sind ganz und gar aus de[r] Schulpraxis hervorgegangen. Der wesentliche Unterschied zwischen ihne[n] und den obengenannten liegt in der Anregung zur Selbstthätigkeit de[r] Schüler und — was nicht unwichtig ist — in ihrer Billigkeit. Fialkowski[s] Modelle sind nämlich aus starkem (meist weissgelbem) Papier construir[t]

die sich falten und mittels Einschnitten ineinanderfügen (oder -stecken) und dann wieder auseinandernehmen und in die Ebene ausbreiten lassen. So kann man die ganze ziemlich zahlreiche Sammlung in einer mässigen Papiermappe fortbringen. Die Linien im Raume sind durch feine Drähte, Nadeln, Fäden, die Ebenen durch Papierstreifen dargestellt, die projicirten Linien sind durch Farbe oder verschiedene Stärke, die projicirten Ebenen durch Schraffirung (Schattirung) dem Auge auffällig gemacht. Herr Fialkowski will diese Zeichnungen lithographiren und als ganze (ungeschnittene) Bogen in den Handel bringen lassen*). Der Schüler schneidet sich dann das Modell selbst aus und fügt es zusammen. Der Vorzug dieser Hilfsmittel vor den gewöhnlichen oder gangbaren besteht also darin, dass der Schüler genöthigt wird, selbstthätig zu sein, um seine Modelle fertig zu machen, während er die ersteren fertig vorfindet. Das Princip der Selbstthätigkeits-Anregung ist aber für den Unterricht längst anerkannt und kommt täglich mehr zur Geltung.

Diesen Modellen näherten sich in allen Eigenschaften die von Piron (Director der Normalschule in Carlsburg) in der belgischen Unterrichtsabtheilung. (Methode intuitive de projections.) Es war eine Serie von ca. 30 Stück, bei welchen die Bildebenen durch mittelstarke Pappe ersetzt sind, die zu projicirenden Ebenen sind aus weissem Carton, die Körper aus grauer Pappe gemacht. Sie lassen sich ebenfalls leicht zusammenlegen. In derselben Abtheilung lagen übrigens noch eine grosse Menge von Draht- und Zinkmodellen für Stereometrie aus.

Unter den fertigen Modellen waren aus der österreichischen Abtheilung noch bemerkenswerth: Die schöne Sammlung von Prof. Barchanek (Görz), verschiedene krumme Flächen der höheren Geometrie darstellend mit grünen Fadennetzen ausgeführt (18 Stück), ferner von der Oberrealschule in Leitomischl (Böhmen) Schnitte und Durchdringungen von Körpern (an 50 Stück), desgleichen von der Tschechischen Realschule in Prag, ziemlich lauter Durchdringungen, wegen ihrer weissen Oberfläche und ihrer beträchtlichen Grösse weithin sichtbar.

Die übrigen noch ausliegenden Hilfsmittel (von Realschulen, Realgymnasien und besonders von Gewerbeschulen) waren streng genommen nicht Modelle, sondern nur Tafeln mit Projectionen, die man sowohl aufhängen als auch rechtwinklig als Bildebene aufstellen konnte. Bei ihrer Grössendimension (mehrere Decimeter lang und verhältnissmässig breit resp. hoch) waren sie weithin sichtbar. Hierin zeichnete sich aus die Wiener Gewerbeschule auf Wieden.

Was sonst in den Unterrichtsabtheilungen der übrigen Länder (Italien, Schweiz, Portugal) in diesem Fache auslag, erreichte die erwähnten Hilfsmittel bei Weitem nicht an Güte.

Die Besprechung der ausgestellten Zeichnungen, die ganz besonders in Oesterreich reichhaltig und gut waren, gehört in das Capitel von den (später zu besprechenden) Schülerarbeiten. Einstweilen verweist Referent bezüglich der Leistungen im Zeichnen in der österreichischen Schule auf den Aufsatz „das Freihandzeichnen und Modelliren auf der österreichischen Unterrichtsausstellung“ vom Reg.-Rath E. Walse (Dir. der Rossauer Realschule in Wien) in der Zeitschrift Realschule III. No. 2—3, S. 92.

---

*) Den Preis dieser Modelle konnten wir trotz mehrmaliger Anfrage vom Aussteller nicht erfahren. Sie werden jedenfalls im Vergleich zu den sonst gebräuchlichen sehr billig werden. Eine Reihe kleinerer sogenannter Taschenmodelle kosten nur 75 Xr. (= 15 Sgr.) und können den Schülern auch zur Anschaffung empfohlen werden.

IV. Die Lehrmittel für Physik.

Diese Gruppe der Lehrmittel litt wegen geographischer Anordnung des Ganzen im Allgemeinen, gleich den andern, nicht nur an Zerrissenheit, sondern im Speciellen auch an dem Mangel einer scharfen Begrenzung des der Schule überhaupt und des dem wissenschaftlichen Gebiete zugehörigen Stoffs, denn die Mechanikerabtheilungen bargen Vieles, was ebensogut in (oder wenigstens neben) den Lehrmittelabtheilungen hätte stehen können oder sogar hätte stehen sollen.*) Hiervon machte etwa nur Oesterreich (Ungarn) und Deutschland (weniger schon Frankreich und Nordamerika) eine Ausnahme. Denn diese Staaten hatten Lehrmittel-Gruppen für verschiedene Schulgattungen ausgestellt und in Anordnung derselben zeichnete sich wiederum Oesterreich aus, weil es die Gruppen für Volks-, Mittel- und Hoch-Schulen übersichtlich nebeneinander gestellt hatte.

Wir beginnen desshalb mit der österreichischen Lehrmittelausstellung und lassen den Bericht eines ausgezeichneten Physikers und Schulmannes, des Directors u. Professors Pisko, welchen derselbe in einem dieser Zeitschrift verwandten Blatte**) gegeben, mit Erlaubniss des Verfassers und mit wenigen Abänderungen hier folgen:

Die Lehrmittel der Naturlehre für Volks- und Bürgerschulen waren in etwas reicherer Ausstattung vorhanden, als der bekannte gleichnamige würtembergische Lehrapparat. Da unser Interesse mehr den Mittelschulen***) zugewendet ist, so mag hier die einfache Erwähnung jenes Lehrapparates genügen, und wir wenden uns sogleich zu dem vom Hofmechaniker W. Hauck angefertigten Lehrapparate der Physik für Mittelschulen, welchen das k. k. Unterrichts-Ministerium vorführte. Dieser nach den Hauptabschnitten der Physik geordnete Lehrapparat stellte ein physikalisches Normal-Cabinet für die Mittelschulen vor. Einige reich dotirte Lehranstalten Wien's — z. B. die Wiedener Communal-Oberrealschule, das k. k. Gymnasium im Theresianum — haben dasselbe nahezu oder ganz erreicht; bei anderen dürfte diess schon nach einiger Zeit der Fall sein. Das k. k. Gymnasium der Schotten in Wien, welches einen Katalog über sein „mathematisch-chemisch-physikalisches Museum" in der Ausstellung vorlegte, hat jenes physikalische Normal-Cabinet an Reichthum der Apparate übertroffen, was jedoch der ausgestellten Sammlung keinen Eintrag that, indem letztere, mit Hinblick auf die Dotationen, nur das Nothwendige bringen durfte.†)

---

*) Dahin gehörten z. B. die physikalischen Apparate von Prof. Mach in Prag, sowie die elektrischen von Winter in Wien, welche beide in der österreichischen Mechaniker-Abtheilung standen.

**) Döll's Realschule 1873. S. 84.

***) Unter Mittelschule versteht man in Oesterreich: Gymnasien, Realgymnasien u. Realschulen. D. Red.

†) Jüngere Mittelschulen Wien's und minder gut dotirte Mittelschulen der Provinzialstädte sind zwar noch weit entfernt, den Stand der ausgestellten Sammlung zu erreichen; aber die Ausstattung ihrer physikalischen Cabinete ist im Ganzen und Grossen so, dass sich — mit Herbeiziehung von Lehrzeichnungen — noch Gutes leisten lässt, besonders wenn bei der ersten Anschaffung und bei späterer Nachschaffung weise vorgegangen wird. Es ist wenigstens so viel gewiss, dass der Tadel, welcher i. J. 1868 in der pädagogisch-didaktischen Section der Naturforscher-Versammlung in Dresden, nach mehrfacher Richtung und auch bezüglich der naturwissenschaftlichen Sammlungen an den deutschen Mittelschulen, in For einer Resolution ausgesprochen worden ist, bei den österreichischen Mittelschulen na keiner Seite hin zutrifft.

Unseren Mittelschulen kam es bei ihrer Reform i. J. 1850 — vermöge des Principes de Rückwirkung — zu Gute, dass die Naturwissenschaften vorher in denselben fast gänzlic vernachlässigt worden waren, welche nun mit Macht ihr Recht begehrten. Dazu kam noch speciell für die Physik, dass dieser in der oberen Abtheilung der ehemaligen zwei philoso phischen Jahrgänge 8 Stunden wöchentlich zugewiesen waren. Und da die experimen tale Seite nicht vernachlässigt werden durfte, so waren bei jenen philosophischen Lehr anstalten auch brauchbare physikalische Sammlungen, welche später bei der Vereinigung

Ausser dem vom k. k. Ministerium für Cultus und Unterricht gebrachten physikalischen Cabinet*) waren noch einige physikalische Apparate für die Mittelschulen bemerkenswerth, die wir im Folgenden kurz besprechen wollen.

Zunächst fiel die nach Angaben des Prof. Dr. V. Pierre construirte Longitudinalwellen-Maschine angenehm auf. Dieselbe ist zwar schon vor 12 Jahren (1861) von dem eben genannten Professor erdacht worden, aber sie war jetzt das erstemal ausgestellt; es mag daher hier das Wesentliche über dieselbe stehen: Das Aeussere derselben stellt einen parallelopipedischen Kasten vor, dessen Länge 70 Centimeter, Breite 17 Centimeter und Höhe 20 Centimeter ist. An der Vorderseite dieses Kastens, etwa in der Mitte, liegt ein langer, wagrechter Schlitz. Jn diesem stecken in gewissen Distanzen 9 eiserne Stifte, auf welchen je eine weisse Beinlamelle sitzt. Je eine solche gilt als Querschnitt eines prismatischen Mittels und lässt sich, mit Hilfe einer Führung, in wagrechter Richtung, parallel zu sich selbst, verschieben.

Im Innern des Kastens, parallel zu seiner Länge, befindet sich eine eiserne, cylindrische Axe, auf welcher concentrisch 9 gleiche hohle Messing-Cylinder ruhen. Jeder der letzteren zeigt an seinem Mantel eine schmale Spalte, welche man sich durch den Schnitt einer gegen die Cylinderaxe geneigten Ebene entstanden denken kann. Die Neigung dieser Ebene ist für jeden der Cylinder die gleiche.

In die Spalte eines jeden Cylinders greift je der Stift, welcher eine der Lamellen trägt. Dreht man nun mittelst der Axenkurbel den ersten Cylinder, so wird die mit dem Stift verbundene Lamelle in eine dem Sinusgesetze gehorchende schwingende Bewegung gerathen.

Um eine longitudinale Welle erzeugen zu können, ist folgende Einrichtung getroffen: Der erste Cylinder ist auf der Axe befestigt, während die 8 anderen Cylinder nur lose auf derselben sitzen, derart, dass sich jeder derselben vereinzelt, also unabhängig von dem ersten und von einander, um die Axe drehen lässt. Je zwei benachbarte Cylinder tragen an ihren gegen einander gewendeten Grundflächen einen Zapfen. Wenn nun der Zapfen des ersten rotirenden Cylinders an jenen des zweiten kommt, so geräth der zweite Cylinder in Drehung, der auch bald, mittelst seiner Hervorragung, den dritten Cylinder mitnimmt u. s. w. u. s. w.

Damit die mit schwacher Reibung auf der Axe sitzenden Cylinder sich nur in der eben besprochenen Weise bewegen können, drücken vom Boden des Kastens Messingfedern gegen die Cylinder, so dass die Reibung zwischen dem Cylindermantel und der zugehörigen Feder grösser ist, als die Reibung zwischen der Axe und der Sitzfläche des Cylinders. Diese letztere Reibung ist folglich zu gering, um die Cylinder mittelst der gewöhnlichen Axendrehung mitzunehmen.

Der Ort des zapfenähnlichen Mitnehmers eines jeden Cylinders ist,

---

jener zwei philosophischen Jahrgänge mit dem Gymnasium, in nicht wenigen Fällen, an das letztere übergingen. Diesen in solcher Weise besser ausgestatteten Gymnasien strebten die minder dotirten Gymnasien nach. Bei den zum Gymnasium parallel gehaltenen, seit 1850 gegründeten neuen Realschulen ergab sich dann ein ähnliches Streben, gute und reichlicher ausgestattete physikalische Cabinete zu erwerben von selbst. Nicht wenig trug hiezu bei, dass bei Zeiten für Regulative bezüglich der Lehrerbildung, Lehrerprüfung und auch hinsichtlich der Methode, sowie einer passenden Stundenzutheilung, gesorgt worden ist, welche, nach der oben erwähnten Resolution, in Deutschland hinsichtlich der Naturwissenschaften noch im Jahre 1868 mangelhaft waren. Seitdem ist freilich auch in Deutschland in dieser Richtung Vieles geschehen; aber im Ganzen und Grossen ist den Naturwissenschaften, besonders an den Gymnasien, noch immer nicht ihr volles Recht geworden, wir haben in dieser Richtung jedenfalls einen Vorsprung. (Pisko.)

*) Wir haben uns von Hrn. Hauck das Preisverzeichniss dieses Cabinets verschafft. Der uns zugemessene Raum verbietet uns, dasselbe hier aufzunehmen. Es enthält 264 Nummern. Vielleicht dürfte später die Möglichkeit gegeben sein, eine Zusammenstellung desselben mit den ähnl. Verz. anderer renommirten Firmen zu geben. Die Kosten-Summe beträgt bei 20% Zuschlag ca. 6150 fl. D. Red.

verglichen mit dem Zapfenplatz des vorhergehenden Cylinders, um $^1/_8$ des Grundflächen-Umfanges der Cylinder verschoben. In Folge dessen beginnen der 2., 3., 4. Cylinder ihre Bewegungen um $^1/_8$, $^2/_8$, $^3/_8$ der ganzen Umdrehungszeit später als der 1. Cylinder, und demgemäss muss auch nach $^1/_8$, $^2/_8$, $^3/_8$ Zeit die 2., 3., 4. Lamelle in Schwingung gerathen, so dass endlich die Lamellen, wenn sie alle in Bewegung sind, eine Longitudinalwelle darstellen. Hiebei ist jedoch vorausgesetzt, dass zu Anfange des Versuches alle Cylinder so gestellt waren, dass ihre Spalten einander parallel und die Lamellen in gleichen Abständen von einander liegen. Dies ist dann der Fall, wenn die auf den Cylindermänteln angebrachten Zeichen in einer Geraden liegen.

Auch die Interferenz zweier gleichartiger Longitudinalwellen und die Bildung einer stehenden Welle lässt sich mit diesem Apparate hervorrufen. Zu diesem Behufe dreht man mittels der Kurbel die Axe dann in entgegengesetzter Richtung, sobald die letzte Lamelle ihre Bewegung eben beginnen soll. Dadurch entsteht eine neue, vom letzten zum ersten Querschnitt, mithin entgegengesetzt fortschreitende Longitudinalwelle; gleichzeitig bewahren aber die Lamellen ihre der ursprünglichen Welle angehörigen Stellungen so lange, bis sie durch die Mitnehmer wieder in Bewegung gerathen.

Der Pierre'sche Wellen-Apparat bringt, nach dem Vorstehenden, mittels einfacher Construction, die Fortpflanzung der Schwingungen vor das Auge und diess — vermöge der gesetzmässig mitbewegten, grossen Beinlamellen — in einer weithin sichtbaren Weise; auch erfolgt bei demselben die Bewegung der durch Lamellen vorgestellten schwingenden Schichten wirklich, während bei anderen, ähnlichen Apparaten nur Theile der Schwingungscurven an den entsprechenden Orten in der Längenspalte erscheinen, und so nur durch Analyse der Schwingungscurve die zugehörigen Schwingungen optisch versinnlichen.

Eine der vorigen in Beziehung auf den Wellen-Fortpflanzungsmechanismus gleiche, erst jüngst in Krakau construirte Longitudinalwellen-Maschine hatte Professor Dr. St. Kuczynski ausgestellt. Bei seinem Apparate sind 13 Zinkcylinder auf der •Meter langen Stahlaxe vorhanden, und die Fortpflanzung der drehenden Bewegung erfolgt vom ersten bis zum letzten Cylinder in 12 gleichen Zeittheilchen. Demgemäss sind auch die Mitnehmer so angeordnet, dass jeder Cylinder erst dann seine Bewegung beginnt, wenn der vorangehende den 12. Theil einer ganzen Umdrehung durchgemacht hat. Die Federn, welche die einzelnen Cylinder so lange halten, bis jeder der letzteren von dem entsprechenden Zapfen mitgeführt wird, wirken bei diesem Apparate von oben. Um einer seitlichen Reibung der Cylinder vorzubeugen, werden diese durch entsprechend befestigte Messingplättchen auseinander gehalten.

Die vordere Wand des Kastens bilden zwei weisslackirte Zinkbleche, zwischen welchen nach der Länge des Apparates, nahezu in der Höhenmitte, ein wagrechter 6 mm. schmaler Schlitz liegt.

Die dem Schwingungsgesetze entsprechende Linie ist an der Oberfläche eines jeden Cylinders als schwarzer, etwa 3 mm. breiter Streif aufgetragen, von welchem Theile als schwarze Punkte auf weissem Grunde in dem Längenschlitze erscheinen. Bei gleichförmiger Umdrehung der Cylinder schwingen jene schwarzen Punkte pendelartig hin und zurück. Ist der Apparat gehörig regulirt, so pflanzt sich diese pendelartige Bewegung vom ersten gegen den letzten Cylinder hin allmählich fort, bis — nach ein[illegible] vollen, rechts gerichteten Umdrehung der Kurbel — die ganze Longitu[illegible] nalwelle sich entwickelt hat. Dabei schreitet die Welle mit jenem Punkt[illegible] welcher dem Maximum der Dichte entspricht, voran.

Der Apparat ist zum Versuche hergerichtet, wenn die im wagrecht[illegible] Längenschlitz erscheinenden schwarzen Punkte mit den rothen Theilung[illegible] strichen an der weissen Vorderwand zusammenfallen, wenn sie folgli[illegible] gleichweit von einander abliegen. Zu diesem Behufe muss man mittels d[illegible]

Kurbel den ersten Cylinder und dann mit der Hand einzeln den 13., 12., 11. . . . . . . so lange nach rechts drehen, bis die drei an den Cylindermänteln dünn eingerissenen Linien so zusammenfallen, dass sie drei zu einander und zur Axe parallele, 1 Meter lange Geraden geben, wobei die mittlere Marklinie die höchste Stelle einnimmt.

Prof. Dr. St. Kuczynski in Krakau hatte auch einen Wellen-Interferenz-Apparat ausgestellt, mittelst dessen man die Schwingungscurven, welche durch das Zusammentreffen der den pendelartigen Schwingungen entsprechenden Sinuslinien entstehen, zeigen, folglich den Unterschied zwischen Ton und Klang veranschaulichen kann.

Der Apparat besteht aus einem 142 Cm. langen, 63 Cm. hohen, von 144 geschwärzten Eisendrähten gebildeten gleichförmigen Gitter, welches sich zwischen 4 Säulchen heben und senken lässt.

Zu diesem Apparate gehören 8, nach der Theorie geschnittene hölzerne Wellenschablonen. Sechs derselben entsprechen Tönen von gleicher Stärke, aber verschiedener Höhe; sie haben mithin dasselbe Maximum der Amplitude, aber ungleiche Wellenlängen und zwar sind die letzteren: L, $^4/_5$ L, $^2/_3$ L, $^1/_2$ L, $^1/_3$ L, $^1/_4$ L, wo L = 63,2 Cm., d. i. 24 Zoll. Demnach entsprechen Nr. 1 und 3 dem Dur-Dreiklang und Nr. 1, 4, 5, 6 den vier ersten harmonischen Tönen.

Beim Gebrauch des Apparates legt man eine der Schablonen an das obere Ende des Gitters und zeichnet die entsprechende Wellenlinie auf das letztere. Dann wird das Gitter aufgezogen und eine Schablone unter dasselbe so geschoben, dass die einzeln beweglichen Drähte mit ihren Füssen auf den Schablonen-Curven ruhen und folglich die Figur der letzeren nachahmen. Die vorhin gezeichnete Curve wird jetzt die dem Zweiklange entsprechende Interferenzwelle geben.

Will man die Wellenform eines Dreiklanges — z. B. von der Prim, Terz und Quinte — erzeugen, so schiebt man unter das normal gerichtete Gitter die Schablone der Prim und zeichnet auf das erstere, mittels der Terzschablone, die der letzteren entsprechende Figur. Entfernt man jetzt die Prim-Schablone, so erscheint, sobald die Drahtfüsse in wagrechter Linie liegen, die zum entsprechenden Zweiklang gehörige Wellenzeichnung.

Bringt man jetzt unter die Drähte die Quinte-Schablone, so ergibt sich als Zeichnung die Curve für den Dreiklang.

Um zu vier Tönen die Wellenfigur zu finden, stellt man hinter das Gitter eine schwarze Tafel, oder vor dasselbe eine Glastafel, und überträgt auf diese die Wellenform des Dreiklanges. Hierauf wird die Zeichnung von dem Gitter gelöscht, das letztere in die **normale** Lage gebracht und wieder die vorhin abgenommene Dreiklangs-Curve darauf zurückgetragen. Schiebt man jetzt die vierte Schablone unter die Drähte, so zeigt sich die Wellenform für die zusammenklingenden vier Töne u. s. w. u. s. w. Um die resultirenden Wellen für Töne von ungleicher Stärke und ungleicher Höhe zu erhalten, combinirt man in ähnlicher Weise mit den Schablonen Nr. 7 und 8. Es ergibt sich von selbst, wie man vorzugehen habe, um den auf die Wellenform wirkenden Einfluss des Phasenunterschiedes bei der Interferenz zu finden, ferner die Wellenfigur bei der Tonschwebung u. s. w.

Um das Gitter bei den Versuchen leichter heben zu können, ist dasselbe seitlich durch Gewichte äquilibrirt, welche vor dem Niedersenken wieder zu entfernen sind. Das Zeichnen der Figuren geschieht mittels eines in dickflüssigen Kreidenbrei getauchten Pinsels. Das Ablöschen der Figuren von dem Gitter erfolgt mittels Schwämmen, dabei muss durch Gegendruck das Verbiegen der eisernen Stäbchen vermieden werden.

Prof. Dr. Kiechl an der Mittelschule zu Feldkirch sendete einen Wellen-Apparat, bei welchem Crova's Erfindung (1867) für nicht reich ausgestattete Schulen in glücklicher Weise abgeändert erscheint. Setzen wir vor Allem das Princip dieses Apparates hierher, wie dasselbe von dem

Berichterstatter vor 5 Jahren anderen Ortes dargelegt worden ist. Der Wellen-Apparat von Crova dient zur Demonstration aller Schwingungen, welche die Haupterscheinung der Schall- und Lichtlehre bewirken. Auf geschwärzten kreisförmigen Glascheiben sind die den Formeln für die Schwingungen entsprechenden Krummen oder die Trochoiden radirt, so dass sie durchsichtig erscheinen. Hinter der Scheibe ist ein Schirm mit einer schmalen Spalte angebracht. Beim Umdrehen der Scheiben treten an ihrer Vorderseite, bei der lichtbleibenden Spalte, die Schwingungserscheinungen auf. Für jede Gruppe der letzteren bringt man eine andere, entsprechend hergerichtete Scheibe an das einfache Drehwerk. Die Ebene der geschwärzten Glasscheibe steht dann stets lothrecht, und also auch die hinter derselben befindliche Spalte. Behufs der Demonstration der Interferenz wird ein Schirm mit zwei Spalten, oder es werden die Billet'schen Halblinsen schwingend angewendet. Die betreffenden Erscheinungen können mittels eines Duboscqu'schen Projections-Apparates einer grossen Versammlung ersichtlich gemacht werden.

In solcher Weise hat Crova anschaulich dargestellt und die Constructionsweise der Trochoiden angegeben für: 1. Die Fortpflanzung der Schallwellen in einer geraden, unbegrenzten Röhre. — 2. und 3. Die Fortpflanzung und Reflexion einer isolirten Welle. — 4. Die Zurückwerfung einer continuirlichen Schwingungsbewegung. — 5 und 6. Den ersten und zweiten harmonischen Partialton tönender Röhren. — 7. und 8. Aetherschwingungen und Interferenz zweier Wellen. — So vorzüglich nun auch Crova's Apparat sich bewährt, so ist er doch, wegen des erforderlichen Projections-Apparates, zu theuer und zu umständlich in der Handhabung. Dr. Kiechl hat ihn daher, wie folgt, zweckmässig vereinfacht:

Die Trochoiden sind auf grossen, kreisförmigen, gespannten Papierscheiben schwarz oder, nach ihrer besonderen Beschaffenheit, roth aufgetragen. Diese Wellenscheiben lassen sich successive auf einen eisernen Reifen bringen und in Umdrehung versetzen. Die entsprechenden Wellenpunkte geben dann in der wagrechten, 1 Ctm. schmalen, und 8,4 Ctm. langen Durchmesserspalte einer jenen Zeichnungen vorgesetzten, kreisförmigen, schwarz polirten Holzscheibe die berechneten Schwingungserscheinungen, welche genügend weit sichtbar sind.

Für die Transversalwelle enthält die schwarze Vorderscheibe an einer höher liegenden Stelle, ähnlich wie bei Crova's Apparat, 9 gekürzte, 8 mm. schmale Radialspalten, welche sich, wenn sie nicht gebraucht werden, verschliessen lassen.

Dr. Kiechl hat seinem für Schulen sich empfehlenden, elegant ausgeführten Apparate folgende Wellenscheiben beigegeben: 1. Fortschreitende isolirte Welle. — 2. Fortschreitende Schallwelle. — 3. Reflexion einer isolirten Welle zwischen zwei Wänden. — 4. Stehende Longitudinalwelle. — 5. Stehende Welle für den Grundton einer Pfeife. — 6. Erster Oberton einer Pfeife. — 7. Transversalwelle. —

Auch Prof. Dvorak am deutschen Gymnasium in Brünn brachte drei Wellenscheiben, welche auf Crova's Erfindung zurückzuführen sind. Diese Dvorak'schen sind zwar kleiner als die Kiechl'schen, aber gross genug für nicht allzulange Classenzimmer. Die in Rede stehenden Scheiben behandeln die fortschreitenden und stehenden Längenwellen und die fortschreitende Transversalwelle. Jede der Scheiben hat ihr eigenes Gestelle, so dass ohne weiteres experimentirt werden kann.

Der Dvorak'sche Apparat gestattet mittelst 4 Schirmspalten, welche u[illegible] je $^1/_4$ Kreisbogen von einander abliegen, die Welle nach $^1/_4$, $^2/_4$, $^3/_4$ Ze[illegible] ihrer Fortschreitung, von der Anfangszeit gerechnet, zu beobachten; fü[illegible] die fortschreitende Transversalwelle zeigt sein Apparat 7 Radialspalten[illegible] ferner hat er, um eine grössere Anzahl schwingender Schichten zur Vergleichung bringen zu können, 3 Wellen (roth — blau — weiss) auf seine[illegible] Scheiben gezeichnet. Ueberdies lässt sich auch sein Apparat in ein lehr[illegible] reiches Thaumatrop umgestalten. Sein Apparat ist besonders für jung

Lehrkräfte zum Selbsthandanlegen ermunternd, indem das Ganze seiner Apparate verräth, dass dieselben im Laboratorium des Ausstellers, ohne Hilfe eines Mechanikers, entstanden sind.

Prof. Ant. Steinhauser hatte seinen Stabilitäts-Apparat*) ausgestellt, der sich bekanntlich von den bisherigen Vorrichtungen dieser Art dadurch vortheilhaft abhebt, dass der Erfinder bei den umzuwerfenden Körpern rationale Verhältnisse für die Demonstration einführt und alle dabei vorkommenden Umstände berücksichtigt; ferner legte derselbe Aussteller eine Vorrichtung zum experimentalen Nachweise des Dichtenmaximums beim Wasser vor. Der Aussteller benützte das Princip der schon von den Akademikern del Cimento gekannten, später (1757) von Alexander Wilsen wieder aufgenommenen und dann von Lovi verbesserten „aräometrischen Glasperlen." Dieselben bestanden aus einem Sortiment hohler, allseitig geschlossener Glaskügelchen von verschiedener, mittlerer Dichte. In Flüssigkeiten von einer Dichte, die ihrer mittleren Dichte gleichkam, schwebten sie an jeder beliebigen Stelle, während sie untersanken oder bis an die Oberfläche stiegen, je nachdem die zu erprobende Flüssigkeit ein specifisches Gewicht hatte, welches kleiner oder grösser war als jenes der entsprechenden Glasblase. Die Hohlschwimmer wurden mittels Musterflüssigkeiten so regulirt und numerirt, dass eine nach je zwei Tausendtheilchen der Dichte fortschreitende Reihe entstand. Denken wir uns nun einen solchen Schwimmer, der bei 4° C. an jeder Stelle des Wassers schwebt, so muss er, so bald das Wasser etwas kälter oder wärmer als 4° wird, untersinken, wodurch dargethan ist, dass die Dichte des Wassers bei 4° am grössten ist. Liesse sich nun jener Schwimmer aus dunklem Glase und genügend gross anfertigen, so würde er sich gut eignen, das Dichtenmaximum des Wassers einer grösseren Versammlung auf einmal zu zeigen. Prof. Anton Steinhauser suchte nun dieses Ziel in der von ihm in der Zeitschrift Realschule Bd. III, S. 10 angegebenen Weise zu erreichen, und er hat jedenfalls einen zweckmässigen Weg betreten. Wie Prof. Steinhauser selbst bemerkt, zeigt seine Vorrichtung wohl das Vorhandensein eines Dichtenmaximums, aber es fehlt die Uebereinstimmung mit dem richtigen Wärmegrad, was sich jedoch wahrscheinlich in der oben angedeuteten Weise mittelst dunkler aräometrischer Perlen wenigstens angenähert erzwingen liesse, besonders, wenn dem Schwimmer eine das Wasser durchschneidende Form gegeben werden könnte.

Prof. A. Steinhauser stellte endlich auch noch eine sehr interessante und wohl zu beachtende stereoskopische Wandtafel sammt zugehöriger einfacher Sehvorrichtung aus;**) wir verweisen bezüglich der Theorie dieser Wandtafel auf die derselben beigelegte treffliche Brochure des Ausstellers, deren Titel lautet: „Ueber die geometrische Construction der Stereoskopbilder."

Soweit Herr Pisko über die physikalischen Lehrmittel der Mittelschulen. Er schliesst hieran noch ein kurzes Referat über die ausgestellten physikalischen Apparate der Hochschule, welches wir, da unsere Zeitschrift nicht für dieselbe bestimmt ist, in einer Anmerkung beigeben.***)

---

*) S. Realschule Bd. II. S. 239.

**) Näheres hierüber in Realschule III. S. 60.

***) In der Abtheilung für die Hochschule stand in der Vorausstellung ein im physikalischen Laboratorium des Wiener Universitäts-Professors Dr. Victor von Lang angefertigtes Spiegelgalvanometer. Obwohl nun daselbe in der Hauptausstellung in der Gruppe 14, Platz gefunden hatte, so gehört es doch wesentlich zur österreichischen Unterrichts-Ausstellung. Dasselbe mag hier um so eher kurz besprochen werden, als ein solches Instrument auch der Mittelschule, nach vielen Seiten hin, die besten Dienste leisten würde. An dem eben erwähnten Instrumente kommen zwar keine neuen Principien zur Anwendung, aber aus der Art und Weise der Regulirung eines Kupfercylinders und eines Hilfsmagnetes ergibt sich das Charakteristische für das Galvanometer, dass es, innerhalb gewisser Grenzen, einen beliebigen Grad der Dämpfung und Astasie der schwingenden Magnetnadel leicht und sicher hervorzubringen gestattet. Es ist in solcher Weise möglich, das zeitraubende Schwin-

Es sei dem Referenten gestattet, diesem eingehenden Berichte, welcher besonders das Neue oder weniger Bekannte hervorhebt, Einiges hinzuzufügen. Es hat ihm (dem Referenten) nämlich geschienen, als ob die Anzahl der Apparate denn doch zu gross gewesen sei für eine Mittelschule, was schon die Nummerzahl (264) und der hohe Preis (ca. 6150 fl. ö. = 3690 Thlr., 10 fl. = 6 Thlr. ger.*) andeutet. Sie machte ihm den Eindruck des Massenhaften. Er meint, es hätte füglich Manches wegbleiben können und er wurde hierin einmal bei Besichtigung der Sammlung in seiner Ansicht von einem sehr competenten Beurtheiler**), mit dem

---

gen der Magnetnadel zu hindern, sowohl durch Dämpfung mittelst einer nahen Kupfermasse, als auch, wenn eine hohe Empfindlichkeit des Galvanometers erforderlich ist, bei schwacher Dämpfung mittelst Astasie. Dabei lässt sich das Instrument mit Fernrohr oder für Schul-Demonstrationen objectiv benützen. Im letzteren Falle genügt selbst im erleuchteten Saale eine Gas- oder Petroleumflamme. Man kann die Sprechweise des Kabel-Telegraphen, das Vorhandensein elektrischer Ströme bei der Muskelzusammenziehung, die Magnetnadel-Ablenkung bei Entladung eines Leydener Glases und noch andere, feine Versuche, in einer allen Zuhörern ersichtlich werdenden Weise, vorführen. Das Instrument ist in jeder Stellung gegen den magnetischen Meridian, ohne Aenderung an dem sogleich zu besprechenden Magnetspiegelchen, brauchbar; auch lassen sich, ohne die Aufstellung des Apparates zu stören, die Multiplicator-Rollen entfernen und austauschen, was für Schulversuche erwünscht ist.

Die Hauptbestandtheile dieses mit Präcision ausgeführten Galvanometers sind:

1. Die Aufhängevorrichtung für den Coconfaden und für das am letzteren befestigte leichte Glasspiegelchen, welches, nach Thomson, an der Rückwand mit einer sehr feinen, magnetischen Nähnadel versehen ist.

2. Ein in einer wagrechten Messingröhre befindlicher, gegen die Rückfläche des Spiegelchens zielender, die Schwingungen des Magnetnädelchens möglichst dämpfender und zugleich die Spiegelbewegung hemmender Kupfer-Cylinder, der sich behufs Regulirung der Dämpfung mittelst Schraube dem Magnetchen gleichförmig und ohne Drehung nähern oder davon entfernen lässt. Bei sehr feinen Versuchen ist eine grosse Dämpfung hinderlich, indem bekanntlich das Galvanometer um so empfindlicher wird, je schwächer die Dämpfung ist. Demgemäss ist auch die Dämpfung regulirbar.

3. Ein in einer zweiten, horizontalen Messingröhre eingeschlossener Magnetstab, welcher die Astasie des Magnetnädelchens hervorzurufen hat. Dieser magnetische Hilfsstab kann in seiner Messinghülse mit der Hand verschoben und dann durch eine Schraube festgelegt werden; er kann überdiess mittelst einer Mikrometerschraube eine feinere Schlittenbewegung erhalten und durch andere Vorrichtungen in grober und feiner Weise im Azimuth gedreht werden. Der astasirende Magnet liegt, wegen der etwaigen Störung der Lampenbeleuchtung oder der Absehlinie beim Fernrohr, etwas tiefer als das Spiegelmagnetchen. Wenn bei der gewählten Aufstellung der Hilfsmagnet den Gang der Lichtstrahlen dennoch verdecken sollte, so kann auch ein unter das Galvanometer gebrachter, den magnetischen Meridian senkrecht kreuzender Magnetstab die Astasie bewirken.

4. Die Scalenvorrichtung für das Flammenbild oder das Fernrohr.

Bei Anwendung eines Fernrohres wird die vor dem Spiegelchen befindliche Linse durch eine planparallele, kreisförmige Glasscheibe ersetzt, um so Störungen von aussen hintenan zu halten.

In der Abtheilung „Hochschule" hatte endlich noch Prof. Dr. August Töpler aus Graz eine von ihm erdachte und in seinem Laboratorium angefertigte Influenz-Elektrisirmaschine ausgestellt, bei welcher sowohl Leiter als Isolatoren durch Influenz geladen werden, derart, dass die Vortheile des älteren Töpler'schen Influenz-Apparates mit jenen der Holtz'schen Elektrisir-Maschine innerhalb gewisser Grenzen vereinigt auftreten. Die Maschine ladet sich bei schwacher Anregung, erreicht eine grösste Schlagweite von 7 Zoll, ladet einen Condensator von 20 Quadratfuss in einer Minute bis zur Sättigung und wird im staubfreien Zustande von der Luftfeuchtigkeit wenig beeinflusst.

*) Hierin sind freilich einige kostspielige Apparate inbegriffen:

Luftpumpe, zweist. m. Recip. (exclus. Nebenapp.)	140 fl.
Influenzmaschine	90 „
Ruhmkorff, gross	120 „
Spektralapparat m. 2 Prismen	110 „
Mikroskop, gross m. Obj.	100 „
Project.-Polarisations-Apparat	140 „
Nörrembergs „ „	105 „
Melloni, Thermomultipl.	95 „
Sa:	900 fl.

**) Dies war kein geringerer, als der badische Oberschulrath Frick, Verfasser physikalischen Technik, welcher die Zweifel verrathende Frage stellte, ob denn wirl derartige Apparate, wie z. B. ein Projections-Polarisationsapparat (140 fl.) in der Mittelsc gebraucht und verstanden würde!?

er zufällig zusammentraf, unterstützt. Nun lässt sich allerdings behaupten (und der Referent hat diese Ansicht immer verfochten), dass ein physikalisches Kabinet an kleineren Orten so eingerichtet sein muss, dass es zugleich die nothwendigsten Bedürfnisse der Weiterbildung des Lehrers befriedigt. Die nothwendigen Geldmittel hierzu müssen eben beschafft werden. In grossen Städten hat der Lehrer anderwärts Gelegenheit Studien zu machen. Jedenfalls sind aber die nothwendigsten Fundamental-Apparate zuerst anzuschaffen. Man sollte daher — und das möchte besonders Mechanikern und künftigen Ausstellern sehr zu empfehlen sein — immer unterscheiden zwischen nothwendigen Apparaten, zu denen alle Fundamentalapparate gehören und zwischen Zugaben (oder Studienmitteln für den Lehrer) und diese auch bei Ausstellungen räumlich trennen. Die Fundamentalapparate aber müssen dann auch zweckmässig, dauerhaft und möglichst billig angefertigt werden. Streng genommen müssen sie von einer Sachverständigen-Commission (d. h. einer aus Mechanikern und Lehrern gemischten Commission) vor dem Verkauf geprüft werden, wie dies z. B. bei der mit der landwirthschaftlichen permanenten Ausstellung verbundenen Lehrmittel-Ausstellung und -Handlung in Carlsruhe geschehen soll.*) Die in Rede stehende Sammlung aber bot diese übersichtliche Trennung in nothwendige Apparate und in Zugaben nicht und es konnte z. B. ein junger angehender Lehrer sich kein Bild machen von einer Normalsammlung oder sich Raths erholen, was er zuerst für sein physikalisches Kabinet anschaffen solle und was später. —

Der österreichischen Ausstellungsgruppe stellte sich würdig zur Seite die sächsische im deutschen Unterrichtspavillon. Hier war neben dem schönen Arendt-Hugershoff'schen chemischen Lehrtische die für ein sächsisches Gymnasium (Chemnitz) bestimmte Sammlung physikalischer Apparate aufgestellt, theils frei, theils in einem Schranke eingeschlossen, doch sonst in ziemlicher Unordnung, so dass viel Ungleichartiges nebeneinander stand. Der Katalog**), welcher in den Vorbemerkungen die bei der Auswahl leitenden Grundsätze mittheilt, zählt in XI Abschnitten ***) ca. 140 Nummern (also fast die Hälfte der Hauck'schen Sammlung = 264 Nummern), unter denen aber 24 (mit * bezeichnet) nur für „reich bemittelte“ Anstalten bestimmt sind. Die Kostensumme

*) Referent hat bisweilen von renommirten Mechanikern (auch von Wienern) Apparate auf Treu und Glauben gekauft oder solche benutzt, deren Untauglichkeit sich leider zu spät erwies. — Die Lehrer an Staatsschulen haben die Mechaniker mehr in der Gewalt; sie sollten keinen Apparat bezahlen lassen, bevor sie sich nicht von seiner Güte und Zweckmässigkeit überzeugt haben.

**) S. Katalog der physikalischen Sammlung eines sächsischen Gymnasiums, zusammengestellt für das königlich sächsische Gymnasium zu Chemnitz im Auftrage des Königlich Sächsischen Cultus-Ministeriums von Dr. R. Rühlmann. — Dieser Titel war auf später ausliegenden Katalogen mit Bleistift abgeändert: „Katalog der physikalischen Normalsammlung sächsischer Gymnasien, Realschulen und Seminare“ und statt „Chemnitz“ war „Dresden“ gesetzt. Der Corrector hat wohl in der Eile nicht hedacht, dass für verschiedene Schulgattungen ein- und dieselbe Sammlung nicht Normalsammlung sein kann, ferner — dass Kenner der sächsischen Schulen (und ihrer Lehrmittel-Sammlungen) recht gut wissen, wie verschiedenartig in Güte und Anzahl die Lehrmittel dieser Schulgattungen sind.

***)

	Nummern	Preis
I. Hilfs-Apparate und Werkzeuge	10	79 Thlr.
II. Kinematik und Dynamik	14	131¼ „
III. Hydro- u. Aëro-Stat. u. Dynamik	18	89⅔ „
IV. Molekularwirkungen	5	20½ „
V. Akustik	13	116 „
VI. Optik	25	246⅙ „
VII. Reibungs-Elektricität	15	108 „
VIII. Berührungs-Elektricität	15	105 „
IX. Magnetismus	5	94 „
X. Induction	8	128 „
XI. Wärme	14	39 „
Sa.	142	ca. 1157 Thlr.

beträgt ca. 1150 Thlr., ist also bedeutend niedriger*) als die der österreichischen. Die meisten Apparate hat Stöhrer jun. in Leipzig geliefert, neben ihm sind genannt: Schadewell (Dresden), Oechsle (Pforzheim), Lorenz (Chemnitz), Neumann (Freiberg). Die Sammlung machte — abgesehen von ihrer ungeordneten Aufstellung — wegen der saubern und theilweise feinen und schönen Arbeit einen angenehmen Eindruck, und schien uns geeignet, auch die besonderen Bedürfnisse des Lehrers zu befriedigen. Die Apparate waren solid gearbeitet und im Allgemeinen nicht zu theuer. Manche Apparate — um nur Einiges herauszuheben — erschienen uns sogar recht billig, z. B. der Interferenzspiegel (2¼ Thlr., bei Hauck 25 fl.). Theuer dagegen erschien uns: Glasrohr mit Messingbodenplatte zur Demonstration des Wasserauftriebs (1⅜ Thlr.), Handluftpumpe mit 2 Recipienten (40 Thlr., Hauck 42 fl.), und ob man nicht die lose und feste Rolle billiger (aus hartem Holz), als per Stück 1 Thlr. und den Hebelapparat billiger, als 15 Thlr. (Hauck zusammengesetztes Hebelwerk 5 fl.!) liefern könnte?! — Sehr zweckmässig construirt und billig war die Centrifugalmaschine (nur 10 Thlr., Hauck 55 fl.). Sehr einfach war die Fallmaschine und daher auch um das Drittel billiger (13 Thlr.) als sonst (40 Thlr., Hauck 55 fl.). Dass die Modelle des Fernrohrs und Mikroskops durch * als nur für „bemittelte" Schulen bezeichnet waren, hat uns befremdet. Denn gerade diese Modelle, vorausgesetzt, dass — was hier nicht war — die Theile verstellbar (beweglich) sind, veranschaulichen den optischen Vorgang weit besser, als der Apparat selbst, der ihn verdeckt!

Diese kleinen Mängel alteriren aber am Ende den Werth des Ganzen nur wenig und wir wünschen nicht nur jedem sächsischen, sondern auch jedem deutschen Gymnasium eine Sammlung von gleichem Umfang und gleicher Güte. Es wäre dem Referenten und gewiss jedem Leser dieser Zeitschrift nun auch von hohem Interesse, die physikalische Normal-Lehrmittelsammlung für sächsische Realschulen und Seminarien kennen zu lernen.

Unter den übrigen physikalischen Lehrmittelsammlungen zeichnete sich die der Schweiz aus. Tiefer schon standen Ungarn, Frankreich, Nordamerika und England, theils nach Umfang, theils nach Güte, theils nach methodischer Anordnung der Apparate. Wir verzichten desshalb, hierauf näher einzugehen. H.

Mathematische Universitätsseminare.**)

A) Provisorisches Reglement für das mathematische Seminar der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität zu Bonn.

§. 1. Der Zweck des Seminars besteht darin, den Studirenden Anleitung zu einem planmässigen Studium der Mathematik zu geben, sie im Verständnisse mathematischer Werke zu unterstützen, im mündlichen Vortrage und schriftlicher Darstellung zu üben und zu selbstständigen Arbeiten anzuleiten.

§. 2. Die Leitung der Uebungen ist zwei Vorstehern übertragen, welche in allen Angelegenheiten des Seminars gemeinschaftlich beschliessen. In Sachen, worüber sie sich nicht einigen können, steht die Entscheidung dem Curator der Universität und nöthigenfalls dem vorgesetzten Minister — Die Vorsteher haben sich über die während jedes Semesters zu handelnden Gegenstände vorher zu verständigen, übrigens aber leiten die Uebungen unabhängig von einander.

---

*) Denn die österreichische kostete bei ca. 260 Nummern 3690 Thlr. Nun ist 140 : 260 = 1150 : x und x = ca. 2136, also die österreichische mindestens 1500 Thaler the[illegible]

**) Vergl. Heft 4. S. 160—163. — Heft 5. S. 372 u. S. 373.

§. 3. Die Gegenstände der Uebungen können aus dem gesammten Gebiete der Mathematik mit Einschluss der mathematischen Physik gewählt werden.

§. 4. Jeder Studirende, der in das Seminar aufgenommen zu werden wünscht, hat nachzuweisen, dass er diejenigen Kenntnisse besitzt, welche für das Studium der höheren Mathematik erforderlich sind. Den Vorstehern ist anheim gestellt, sich dessen durch eine Prüfung zu versichern.

§. 5. Es steht jedem der Vorsteher frei, die von ihm geleiteten Uebungen in einem zweifachen Cursus, einem niedern und einem höhern, abzuhalten und nach Bedürfniss zwei oder mehr Stunden wöchentlich auf dieselbe zu verwenden.

§. 6. Die Mitglieder des Seminars haben sich in der Regel an den von beiden Vorstehern geleiteten Uebungen zu betheiligen, soweit ihre Kenntnisse dies thunlich erscheinen lassen. Sollte die Betheiligung an beiden Abtheilungen eine Ueberbürdung einzelner Studirenden befürchten lassen, kann denselben gestattet werden, sich auf die Theilnahme an einer Abtheilung zu beschränken.

§. 7. Sollte sich ein Mitglied der thätigen Theilnahme an den Uebungen des Seminars ungeachtet vorgängiger Warnung entziehen, so sind die Vorsteher befugt, dasselbe von dem Seminar auszuschliessen.

§. 8. Denjenigen Mitgliedern, welche sich durch Fleiss und rege Theilnahme an den Uebungen, sowie durch die gelieferten schriftlichen Arbeiten, besonders auszeichnen, werden auf Grund eines am Schlusse jedes Semesters von den Vorstehern einzureichenden Berichts von dem Curator der Universität Geldprämien bewilligt. Bei Verleihung dieser Prämien kommt es nicht auf die Bedürftigkeit, sondern lediglich auf die Leistungen der Mitglieder an.

§. 9. Zum Gebrauch bei den Uebungen im Seminar, sowie bei den Studien und Arbeiten der Mitglieder, wird eine Handbibliothek angelegt und unterhalten, deren möglichst freie Benutzung unter Controle der Vorsteher den Mitgliedern gewährt wird.

§. 10. Am Schlusse des akademischen Jahres wird von den Vorstehern ein Bericht über die Verhältnisse des Seminars durch Vermittelung des Curators der Universität an das vorgesetzte Ministerium erstattet.

Berlin, den 4. October 1866.
Der Minister der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal- Angelegenheiten.
(gez:) v. Mühler.

B) Bestimmungen bezüglich des provisorischen mathematisch-physikalischen Seminars an der Universität Tübingen.

Genehmigt vom königlichen Ministerium des Kirchen- und Schulwesens durch Erlass vom 23. November 1869.

§ 1. Das mathematisch-physikalische Seminar ist eine akademische Anstalt zum Zwecke der Heranbildung von Lehrern der realistischen Fächer an Gelehrten- und Realschulen und daher vorzugsweise für Reallehramtscandidaten bestimmt.

§ 2. Diesen Zweck sucht das Seminar zu erreichen durch Anleitung seiner Mitglieder zu selbstthätigem Studium der Mathematik und Physik.

§ 3. Demgemäss besteht die Thätigkeit des Seminars in 1) Repetitionen und Uebungen in der Elementarmathematik, 2) Uebungen in der höheren Mathematik, 3) Uebungen in der Experimental- und in der mathematischen Physik.

§ 4. Das Seminar besteht aus sechs Semestralcursen, deren erster im Wintersemester beginnt, und welche umfassen: I. Repetitionen in der

Elementarmathematik (zwei Stunden). II. Uebungen in der Elementarmathematik (eine bis zwei Stunden). III. Uebungen in den höheren Theilen der Mathematik (zwei Stunden). IV. Dasselbe (eine Stunde). V. Uebungen in der Experimentalphysik (vier bis sechs Stunden). VI. Uebungen in der höheren Mathematik und mathematischen Physik (eine Stunde).

§ 5. Solche, welche nur an den elementaren Uebungen (I und II) theilnehmen, sind ausserordentliche Mitglieder; erst die an den höheren Cursen (III bis VI) Theilnehmenden sind ordentliche Mitglieder. — Ausnahmsweise kann es von dem Lehrercollegium gestattet werden, entweder sogleich in den dritten Curs einzutreten, oder die Uebungen der beiden ersten Curse gleichzeitig mit denen des dritten und vierten mitzumachen. — Ein wiederholter Besuch der höheren Curse ist wünschenswerth.

§. 6. Die Mitglieder des Seminars betheiligen sich durch die Lösung der vom Lehrer gestellten Aufgaben, die sie schriftlich auszuarbeiten, dem Lehrer vorzulegen und eventuell in den Uebungsstunden frei vorzutragen haben. Auch werden sie in den Uebungsstunden zur Anwendung der von ihnen erworbenen Kenntnisse angehalten werden.

§ 7. Mitglieder des Seminars können alle Studirenden werden, wenn sie sich dem Vorstande und den anderen Lehrern persönlich vorgestellt und im Falle eines Zweifels über ihre Befähigung eine Aufnahmeprüfung bestanden haben. — Unerlässliche Bedingung der Aufnahme ist der Nachweis, dass der Aufzunehmende vollständigen Unterricht in der Elementarmathematik (Arithmetik einschliesslich der Logarithmen, ebenen Geometrie, Stereometrie und ebenen Trigonometrie) genossen hat.

§ 8. Das nach dem Datum der Aufnahme älteste Mitglied ist Senior und hat den amtlichen Verkehr zwischen den Lehrern und Mitgliedern zu besorgen.

§ 9. Die Theilnahme an sämmtlichen Uebungen des Seminars ist kostenfrei.

§ 10. Gegen beharrlich unfleissige Mitglieder kann nach Erschöpfung anderer Mittel Ausschliessung verhängt werden, die auf Antrag der Lehrerschaft der akademische Senat verfügt.

§ 11. Am Schlusse jedes Semesters werden von den Lehrern Zeugnisse über die einzelnen Theilnehmer gefertigt und dem akademischen Senate, bei Zöglingen der theologischen Seminarien auch deren Vorständen, mitgetheilt.

§ 12. Auf Grund dieser Zeugnisse beantragt das Lehrercollegium am Schlusse jedes Studienjahrs die Ertheilung von Stipendien an würdige und bedürftige Studirende, welche dem Seminar wenigstens ein Jahr als ordentliche Mitglieder angehört haben und nicht im Genusse eines theologischen Stipendiums stehen. — Solche, welche die höheren Curse wiederholt mitmachen, werden vorzugsweise berücksichtigt werden.

§ 13. Die Leitung des Seminars führt unter der Aufsicht des akademischen Senats ein Lehrer des Seminars, welcher nach Vernehmung des Senats vom königlichen Ministerium hiezu berufen wird. — Alle wichtigeren Gegenstände sollen von der Lehrerschaft collegialisch berathen werden. — Jeder Lehrer hat das Recht, im einzelnen Falle collegialische Berathung zu verlangen.

§ 14. Am Schlusse des Studienjahrs hat die Lehrerschaft dem akademischen Senate einen Hauptbericht über den Stand der Anstalt zu erstatten, welcher dem königlichen Ministerium vorzulegen ist.

§ 15. Vorstehende Statuten sind mit Genehmigung des königlichen Ministeriums gedruckt, und jedes Mitglied erhält bei seinem Eintritt in das Seminar ein Exemplar derselben.

Programmenschau von 1872.

Mathematische Abhandlungen.

Preussen.

Prov. Preussen.

Tilsit. Die Polaren der ebenen Curven III. Ordnung mit Doppelpunkten. Ein Beitrag zur Geometrie der Lage. V. Milinowski. G.

Thorn. Die Kopernikanischen Sehnen- und Dreiecksberechnungen. Von Prof. Fasbender. G.

Prov. Brandenburg.

Berlin. Die Elemente der Arithmetik. Von Kossak. Friedrichs-Werdersches G.

Berlin. Das Problem der Tautochronen. Von Obl. Dr. Ohrtmann. Königl. R.

Berlin. Untersuchungen über das Imaginäre in der Geometrie. Von Obl. Dr. August. Friedrichs-R.

Berlin. Eine neue Form der elliptischen Kugelcoordinaten. Anwendung derselben 1. auf die Rectification und Quadratur der sphärischen Kegelschnitte; 2. auf die Geometrie und die Cubatur der Wellenoberfläche. Von Dr. Hutt. Fr. Werdersche Gewerbeschule.

Freienwalde. Ueber einige algebraische Curven 4. Grades. Von Dr. Teichert. G.

Friedeberg. Ueber eine Relation zwischen den Segmenten, welche durch die Curven und Flächen 2. Grades auf zwei, bez. drei zu einander senkrechten Geraden abgeschnitten werden. Von Obl. Bierbaum. G.

Prov. Pommern.

Anclam. Geschichte des metrischen Masssystems. Von Helke. HB.

Prov. Schlesien.

Breslau. Die logarithmische Spirale. Von Obl. Dittrich. Matthias-G.

Schweidnitz. Ueber Strahlensysteme, welche die Tangentenschaar einer Fläche bilden. Von Dr. Geisenheimer. Prov. Gewerbeschule.

Neustadt a. S. Die Gleichungen 3. u. 4. Grades. Von Obl. Kachel. G.

Reichenbach. Verwendung der Geometrie zu den Beweisen arithmetischer Lehrsätze. Von Dir. Dr. Liersemann. R.

Prov. Sachsen.

Nordhausen. Transformation der Figuren durch reciproke Radiivectoren. R.

Halle. Ueber den mathematischen, namentlich geometrischen Unterricht auf Gymnasien. Von Obl. Hahnemann. Lat. Hauptschule.

Zeitz. Beitrag zur Lehre von der stereographischen Projection beim Ellipsoid. G.

Prov. Hannover.

Ilfeld. Beispiele aus der Mathematik zur Logik. Von Prof. Dr Freyer. G.

Verden. Ueber die Unlösbarkeit der höheren algebraischen Gleichungen. Von Krey. G.

Prov. Westfalen.

Bocholt. Bemerkungen zur Reform des Unterrichts in der elementaren Algebra. Von Janssen. HB.

Hagen. Das Eintreffen des Osterfestes in populärer Weise begründet, nebst mechanischer Berechnung des Ostertags aus der Jahreszahl. Von Dr. Franzky. R.
Siegen. Lehrbuch der ebenen Trigonometrie. Von Dr Schwarz. R.

Prov. Hessen-Nassau.

Frankfurt a. M. Einführung in die Zahlentheorie. Von Wertheim. Von Obl. Dr. Glaser. R.
Hadamar. Höhere arithmetische Reihe. Von Prof. Müller. G.
Homburg. Die Geometrie als Unterrichtsgegenstand in der Realschule. R.
Marburg. Goniometrische Auflösung der numerischen Gleichungen vom 2., 3. und 4. Grade. Von Krause. G.

Rheinprovinz.

Wipperfürth. Von der Theilbarkeit der Zahlen. Von Knipschaar. Prog.
Neuss. Ueber die Definition des Winkels und der Parallelen. Von Dr. Vering. G.
Wesel. Analytische Behandlung einer Gleichung von der Form $y = \frac{f(x)}{F(x)}$, worin $f(x)$ und $F(x)$ Functionen 3. Grades sind. Von Dr. Jansen. G.
Wetzlar. Der Kettenbruch. Von Dr. Fehrs. G.
Erkelenz. Ueber einige Abschnitte aus der elementaren Mathematik. Von Geyser. Prop.
Mülheim a. Ruhr. Sätze und Aufgaben über die Parabel. Von Director Gruhl. R.
Düren. Qadratische Gleichungen mit complexen Coefficienten. Von Dr. Frankenbach. HB.

Bayern.

Hof. Beiträge zur Geschichte der Mathematik. Von Rector Prof. Friedlein. G.
Eichstädt. Lehr- und Uebungsbuch für den Unterricht in der allgemeinen Arithmetik und Algebra. I. Theil. Von Hüdel. G.
Kempten. Elementare Anleitung und Berechnung der einfachen Krystallpolyeder. Von Prof. Schelle. G.

Sachsen.

Dresden. Ueber einige besondere Fälle der Minimalfläche bei geradliniger Begrenzung. Von Dr. Henke. R.
Döbeln. Ueber die kürzeste Linie auf einigen Flächen 2. Grades. Von Obl. Dr. Schulze. R.

Württemberg.

Ehingen. Studien zur Lösung der Parallelentheorie. Von Prof. Germann. G.

Mecklenburg.

Parchim. Planimetrische Aufgaben. Von Obl. Dr. Gerlach. G,
Neubrandenburg. Aus dem Rechenunterricht in Gymnasien. Von Paul. G.

Oldenburg.

Oldenburg. Das abgekürzte Rechnen. Von Obl. Harms. G.

Altenburg.

Eisenberg. Ueber die geradlinige Begrenzung eines Punktes. Von Obl. Dr. Franke. G.

Bremen.

Bremen. Die Fusspunktlinien der Kegelschnitte. Von Wilde. R.

Oesterreich.

Waidhofen. Arithmetische Reihen höherer Ordnung und die figurirten Zahlen. Von Prof. Talir. R G.
Loeben. Ueber Determinanten. Von Prof. Unterhuber. R G.
Krems. Ueber die zweideutigen Fälle bei der Auflösung des sphärischen Dreiecks. Von Prof. Dupuis. R.
Wien. Beitrag zur Theorie der elliptischen Integrale. Von Prof. Unferdinger. R. der inneren Stadt.

Naturwissenschaftliche Abhandlungen.

Preussen.

Prov. Preussen.

Königsberg. Ein Beitrag zu den Lösungen des Prisson'schen Problems: über die Vertheilung der Elektricität auf 2 leitenden Kugeln. Von Momber. G.

Prov. Brandenburg.

Berlin. Ueber Interferenz des Schalles in Röhren. Von Obl. Dr. Seebeck. Joachimsthal'sches G.
Berlin. Der naturwissenschaftliche Unterricht auf dem Gymnasium. Von Obl. Bussler. Sophien-G.
Sorau. Flora der Umgegend von Sorau. Von Struve. G.
Potsdam. Einführung in die Formeln der neueren Chemie. Von Obl. Dr. Spieker. R.
Crossen. Ueber Pflanzenausbildungen. Von Wendt. HB.

Prov. Posen.

Schneidemühl. Ueber Aberration der Fixsterne. Von Dr. Frost. G.
Fraustadt. Ueber Eulers physikalische Hypothesen. Von Dir. Krüger. G.
Rawicz. Ueber den nartuwissenschaftl. Unterricht auf Realschulen I. O. Von Dr. Hellmich. R.

Prov. Schlesien.

Schweidnitz. Stellung der Coniferen zu unseren Laubbäumen und den übrigen Pflanzen. Von Hüttig. G.
Gross-Glogau. Die zusammengesetzten Aetherarten. Von Dr. Scholz. G.
Grünberg. Ueber die Natur des Lichtes, nach den neuesten Forschungen und Theorien. Von Obl. Dr. Staupe. R.

Prov. Sachsen.

Aschersleben. Chemische Untersuchungen über die Fluss-, Spring- und Quellwasser der Stadt Aschersleben. Von Dr. Brasack. R.
Weissenfels. Ueber capillare Anziehung und Abstossung zweier parallel in eine Flüssigkeit gehängter Platten. Von Klose. HB.
Wittenberg. Keplers Lehre von den Kräften des Weltalls. Von Prof. Dr. Bernhardt. G.
Schleusingen. Ueber die Entstehung der räumlichen Tiefenwahrnehmung. Von Dr. Kramer. G.

Prov. Schleswig-Holstein.

Glückstadt. Ueber elektrische Widerstandmassen. Von Dr. Baurmeister. G.
Neumünster. Ueber chemische Stellung des Wismuts, einerseits den

schweren Metallen, andererseits den Metalloiden gegenüber. Von Dr. Luethe. R.

Kiel. Ueber die Verbreitung vollkommen elastischer Gase von constanter Temperatur im Raume. Von Dir. Dr. Meisel. R.

Prov. Hannover.

Lüneburg. Die Vertheilung der Wärme in der Kugel. Nach dem Vortrag von B. Romann bearb. v. Gödecker. G.

Norden. Ueber den täglichen Gang der Horizontalintensität des Erdmagnetismus zu Göttingen. Von Eggers. G.

Osnabrück. Randglossen zur Theorie des Sehens. Von Gerstenberg. R.

Münden. Zoologie in den Ausdrücken und Redeworten der Sprache. Von Rector Dr. Bahrdt. HB.

Prov. Westfalen.

Rheine. Ueber Sternzeit, wahre und mittlere Sonnenzeit. Von Pellengahr. G.

Münster. Aristoteles Einfluss auf die Entwickelung der Chemie. Von Prof. Dr. Lorscheid. R.

Iserlohn. Die um Iserlohn wildwachsenden Phanerogamen. Von Dr. Nicolai. R.

Hagen. Die Entsilberung des Werkbleies durch Zink. Von Dr. List. Gewerbesch.

Prov. Hessen-Nassau.

Cassel. Beiträge zur Kenntnis des Erdbebens am 6. Mai 1872. Von Grebe. R.

Eschwege. Das Potential einer Vollkugel und einer Kugelschicht. Von Dr. Kiessler. R.

Frankfurt a. M. Theorie des Nordlichts. Von Prof. Dr. Zehfuss. Wöhlerschule.

Frankfurt a. M. Architektur der Thiere. Von Dr. Koch. R.

Weilburg. Entwickelungsgeschichte der phanerogamen Blüthe. Von Schenk. G.

Wiesbaden. Ueber einige geologische Fragen. V. Henrich. Real-G.

Rheinprovinz & Hohenzollern.

Düsseldorf. Untersuchungen über die Bedeutung der Stomata für das Lichtbedürfniss und die Transspiration der Laubblätter. Von Dr. Czech. R.

Remscheid. Leitfaden für den Unterricht in der Hydraulik und in der Lehre von der Dampfmaschine. Von Röntgen. R.

Hechingen. Ueber die Flora und die geognostischen Verhältnisse des Hohenzollers. Von Reiser.

Bayern.

Aschaffenburg. Verzeichniss der offenblüthigen Pflanzen der Umgegend Aschaffenburgs und des Spessarts. II. Abtheilung. Die Dikotyledonen. Von Prof. Dr. Kittel. G.

Bayreuth. Berechnung des Vorübergangs der Venus vor der Sonnenscheibe. Von Prof. Hofmann. G.

Sachsen.

Dresden. Ueber den Kalktuff. Von Obl. Engelhardt. R.

Glauchau. Untersuchung über die Anziehung zweier mit Elektricit geladener Kugeln. Von Obl. Prix. R.

Württemberg.

Stuttgart. Ueber die Grenzen der Naturwissenschaften. Von Prof. Dr. Köstlin. G.

Baden.

Karlsruhe. Geologie des Pinzthales. Von Prof. Dr. Platz. G.

Hessen.

Mainz. Die Ansichten der neueren Chemie. Von Weihrich. G.
Alzey. Aufgaben, Methoden und Bedürfnisse unseres Unterrichtes in der Chemie. Von Dr. Diehl. R.

Altenburg.

Altenburg. Besprechung einiger Grundanschauungen der Naturwissenschaften in ihren Beziehungen zu den allgemeinen Verhältnissen des geistigen Lebens und zur biblischen Schöpfungsgeschichte. Von Prof. Pilling. G.

Oesterreich.

Graz. Der gegenwärtige Standpunkt der Infusorienkunde mit Berücksichtigung der jüngsten Forschungsresultate. Von Prof. Dr. Hoffer. R.
Bozen. Fauna der Kriechthiere und Lurche Tirols. Von Prof. Gredler. G.
Teschen. Die Chemie als formal bildendes Element an Volks- und Mittelschulen. Von Prof. Smita. G.
Krems. Bestimmung kosmischer Geschwindigkeiten. Von Gegenbaur. R.
Iglau. Ueber den Stoss fester Körper. Von Prof. Honsing. G.
Troppau. Ueber Influenzmaschinen unter besonderer Berücksichtigung einer Holtz'schen Maschine erster Art mit rotirenden Scheiben. Von Prof. Wünsch. R.
Loeben. Das Admontthal. Eine geographische Skizze. Von Dir. Dr. Fuchs. RG.

Abhandlungen üder das gesammte Schulwesen.

Bayern.

Augsburg. Was bieten Gymnasien auch für den Theil der Schüler, die sich nicht wissenschaftlichen Studien zuwenden sollen? Von Schulrath Dr. Mezger. G.
Straubing. Ueber die Kurzsichtigkeit der Jugend. Von Wex. G.

Württemberg.

Stuttgart. Die Idee des Realgymnasiums. Von Rector Dillman. RG.

Baden.

Donaueschingen. Ueber Naturanschauung bei der studirenden Jugend. Von Dir. Kappes. Pg.
Mannheim. Reiseeindrücke. Bemerkungen über das Realschulwesen. Von Prof. Richter. RG.

Mecklenburg.

Güstrow. Ueber den Stand der Realschulfrage. Von Dir. Seeger. R.

Anhalt.

Bernburg. Deutschlands Schulwesen bis zur Zeit der Realschule, der Grundlegung und Entwickelung der letzteren. Von Obl. Dr. Kloss. B.

Geographische Abhandlungen.

Preussen.

Frankfurt a. O. Central-Arabien. Von Pror. Dr. Zehme. R.
Spremberg. Einige principielle Erwägungen zum geographischen Unterricht. Von Matzat. R.

Stettin. Die gebräuchlichsten kartographischen Projectionen. Von Meyer. R.
Quakenbrück. Ueber den geographischen Unterricht. Von Brill. HB.
Frankfurt a. M. Das Thal von Orotava auf Teneriffa. Von Dr. Noll. HB.

Pädagogische Abhandlungen.

Preussen.

Prov. Preussen.

Bartenstein. Die Schüler ausserhalb der Schule. Von Lackner. G.

Prov. Brandenburg.

Perleberg. Ueber Schul-, spec. über Realschulfragen. Von Prof. Steinkrauss. R.

Prov. Schlesien.

Breslau. Die Augen der Schüler des Friedrichs Gymnasiums und ihre Veränderungen im Laufe von 1½ Jahren. Mit einem Vorwort vom Director. Von Dr. med. et phil. Hermann Cohn. G.
Patschkau. Ueber die Verbindlichkeit des Publicums gegenüber einer höheren Lehranstalt. Von Dr. Larisch. G.

Prov. Sachsen.

Halle. Der moderne Realismus und die Realschule. Von Dr. H. Geist. R.

Prov. Schleswig-Holstein.

Rendsburg. Pädagogische Bemerkungen, Bitten und Wünsche. Von Dir. Dr. Hess. G.

Prov. Hannover.

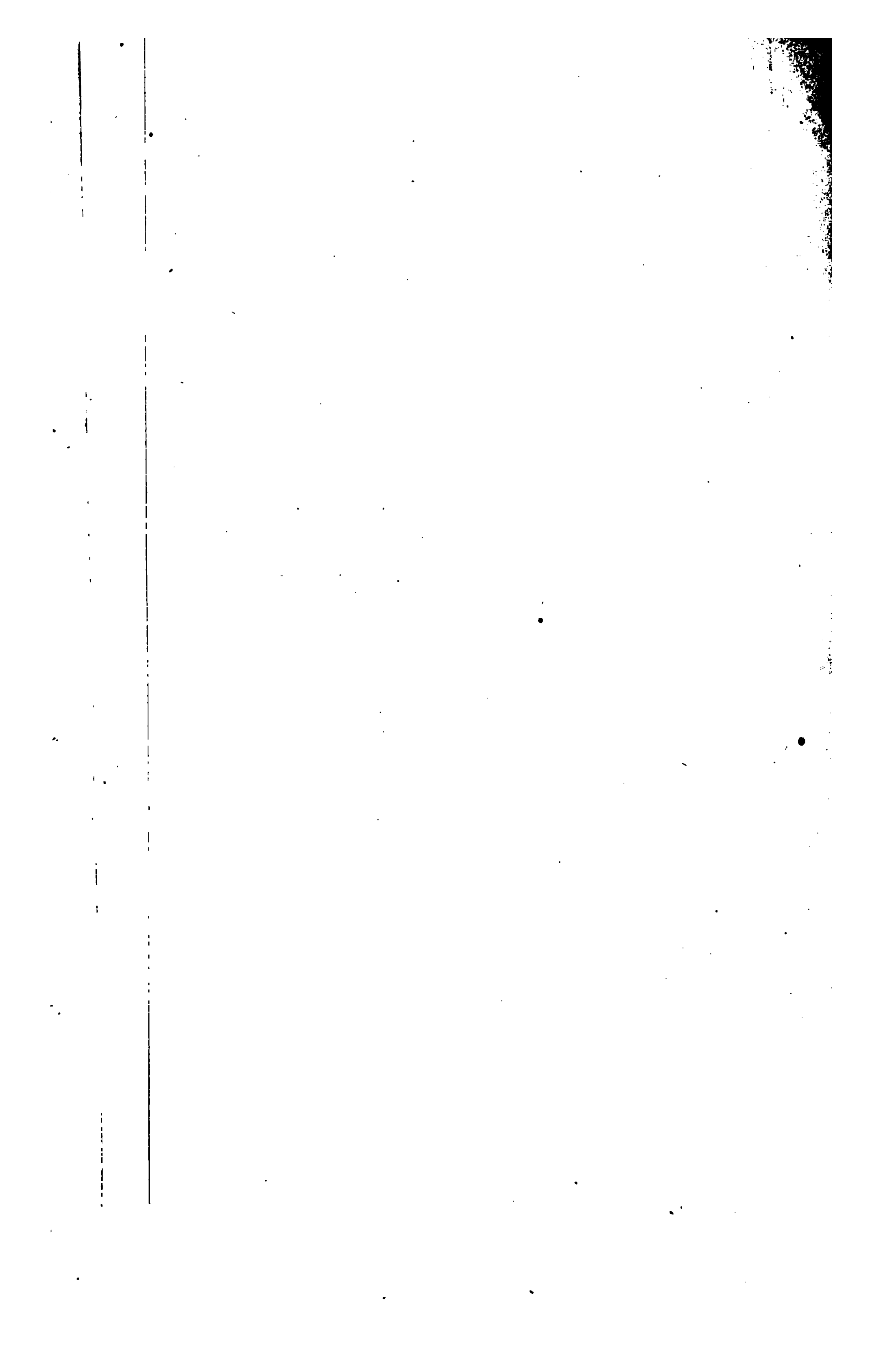
Nienburg a. W. Die Strafe in der Erziehung. Von Rector Dr. Ritter. HB.

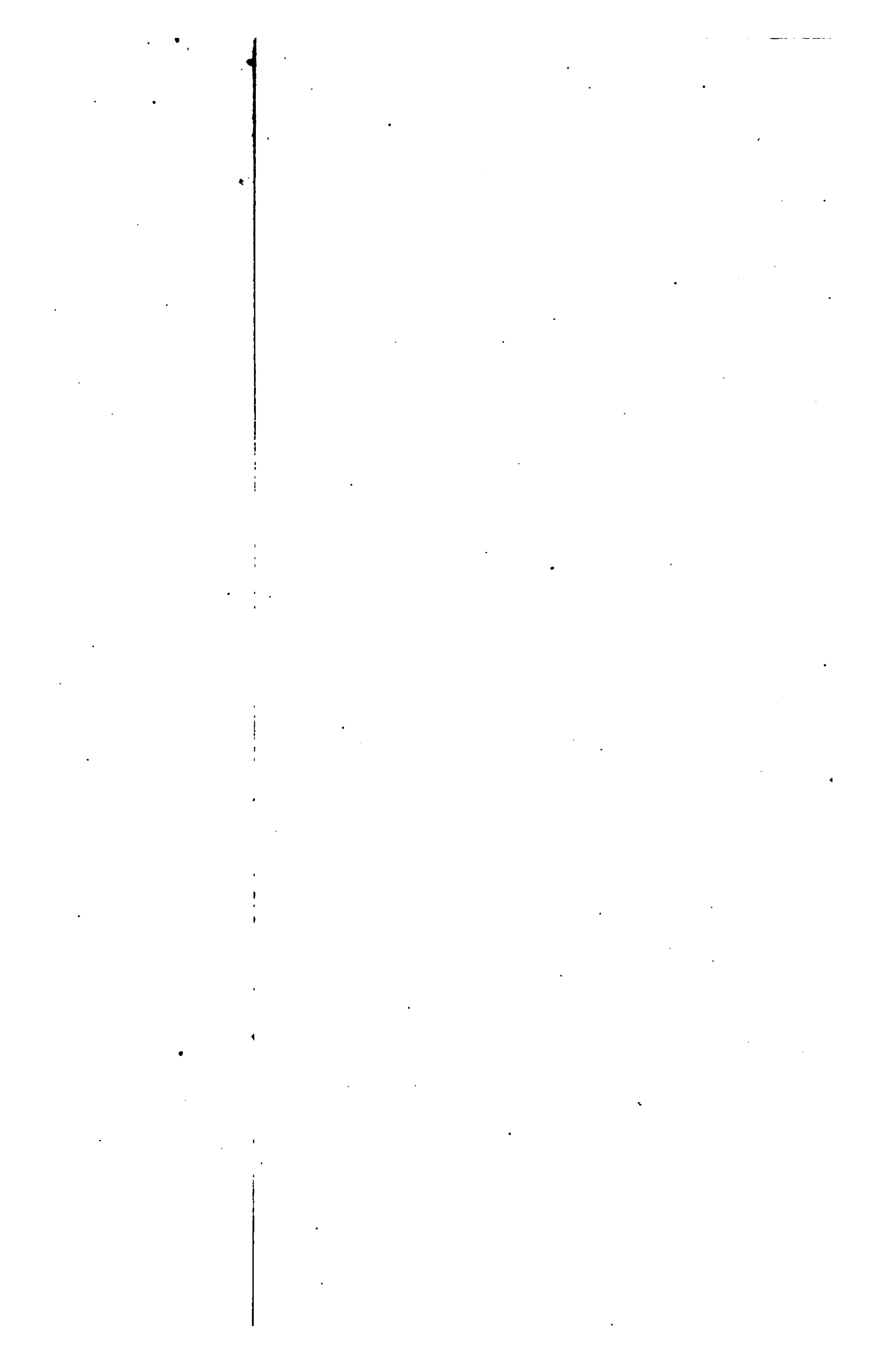
Prov. Westfalen.

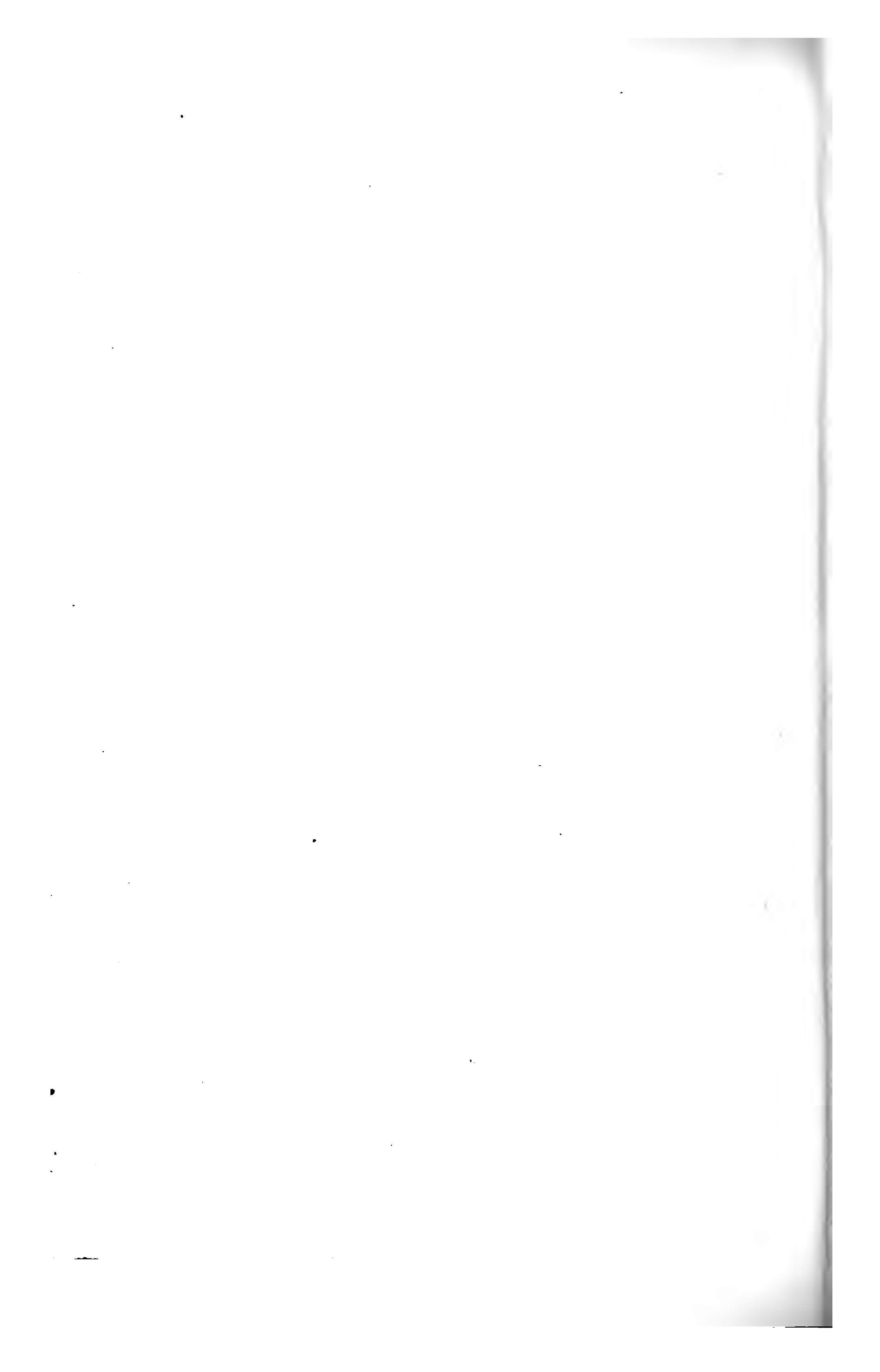
Lippstadt. Bericht über Versuche einer Concentration des Unterrichts von verschiedenen Lehrern der Anstalt. Von Dr. Aust. R.

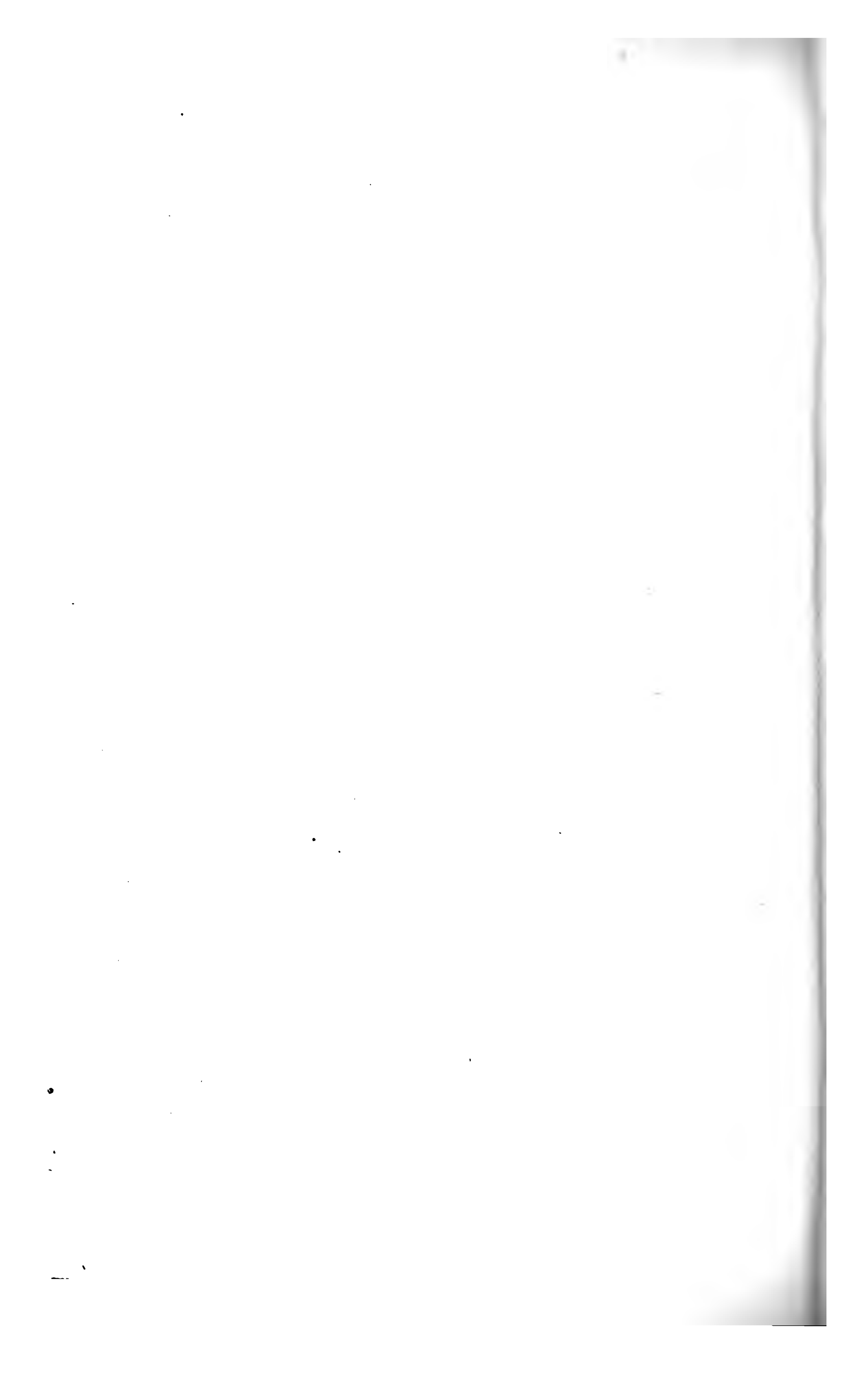
Prov. Hessen-Nassau.

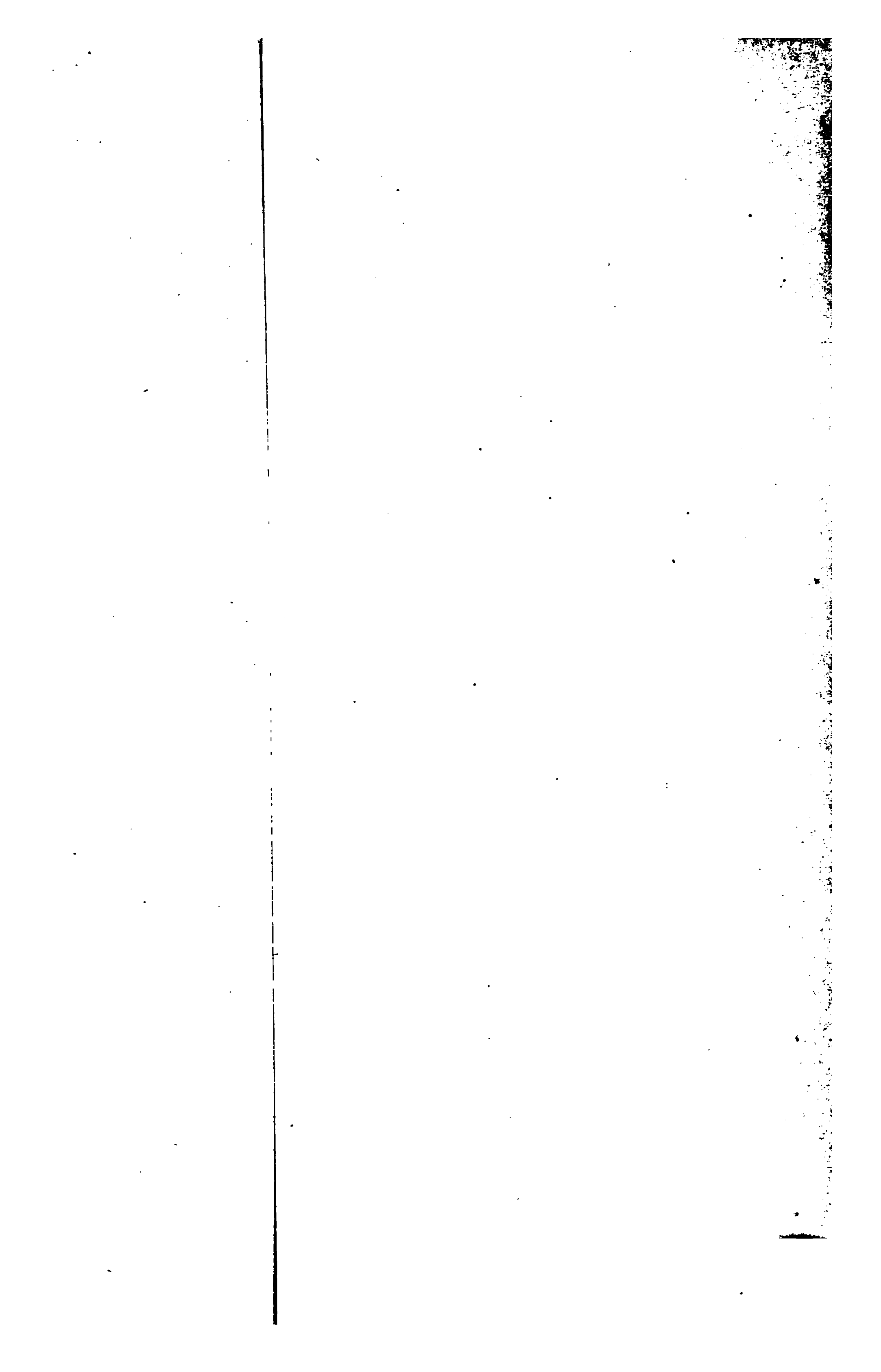
Frankfurt a. M. Die Schule und die Tagesfragen. Von Dr. Finger. Mittlere Bürgersch. A.

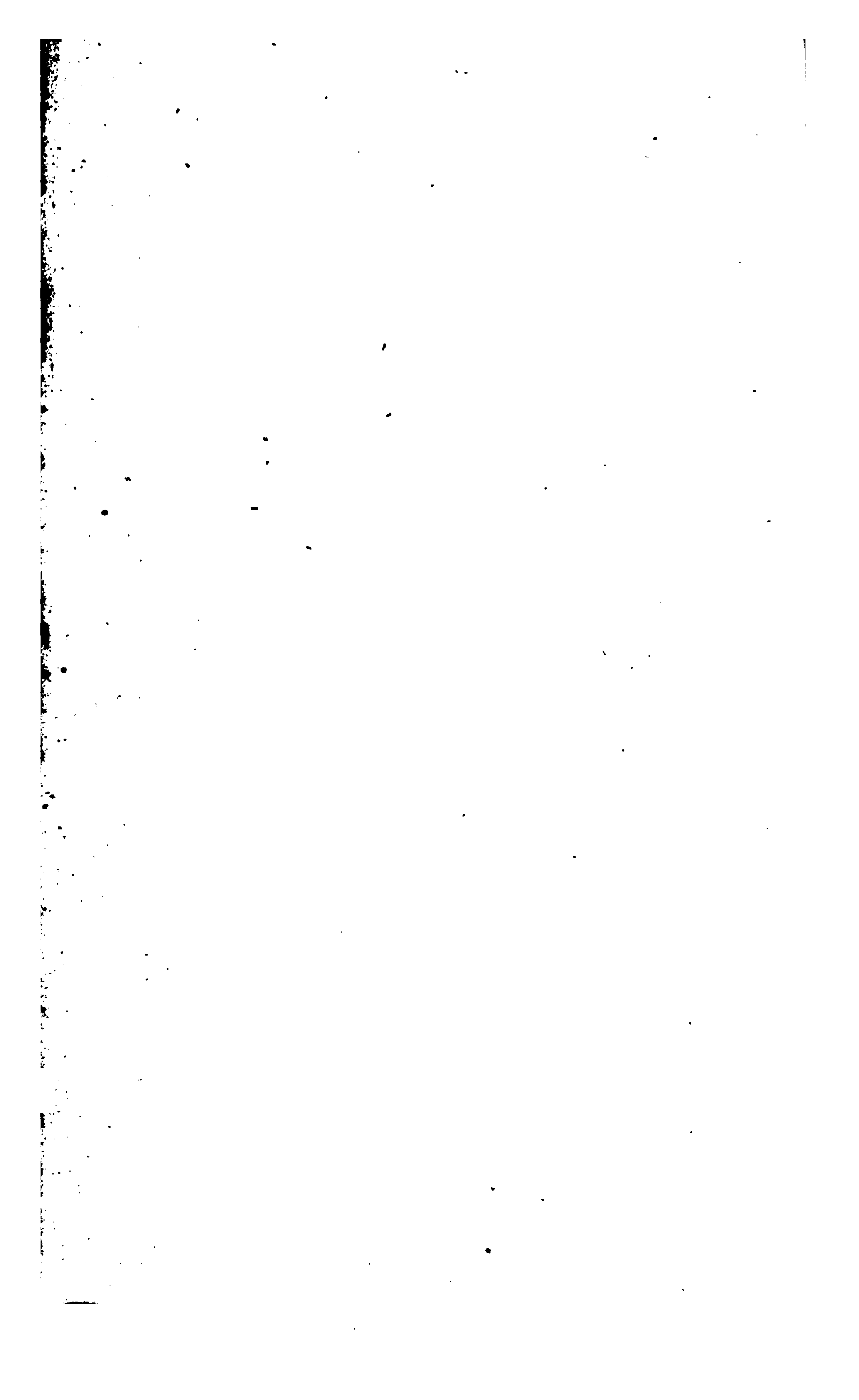












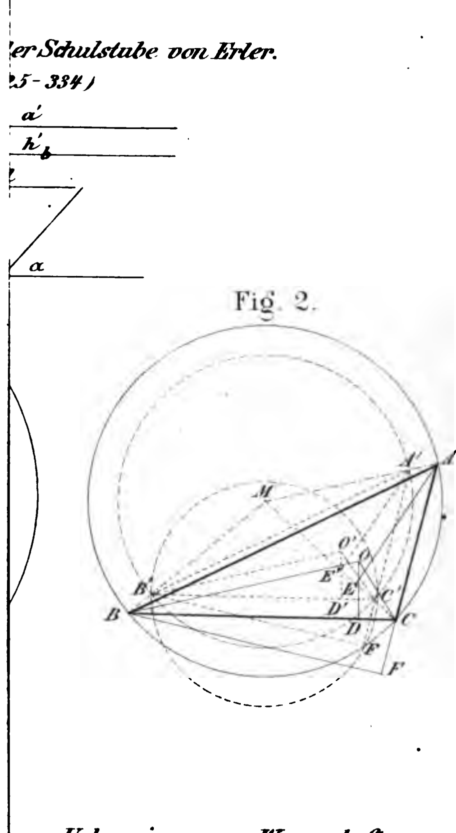


Fig. 2.

Ueber eine neue Wasserluftpumpe von Kieſsling in Hamburg.

(S 342-346)

Fig. 4.

